

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Zur Kritik der Turbinen-Regulatoren

Kröner, Hermann

1910

Der Reguliervorgang des hydraulischen Regulators mit idealem Tachometer ($T_r=0$; $T_K=0$) unter besonderer Berücksichtigung der aperiodischen Zustände

[urn:nbn:de:bsz:31-282609](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-282609)

Wenn also die Eigenschwingungen eines bestimmten Tachometers von verschwindend kleiner Bedeutung sein sollen, so darf die Schlusszeit des Servomotors unter eine bestimmte Grenze nicht heruntergehen

$$T_s \geq \sqrt{\frac{T_r^2}{\xi \delta}}$$

Für unser Beispiel wäre also:

$$T_s \geq \sqrt{\frac{0,00007}{0,002 \cdot 0,02}} = 1,9 \text{ Sek.}$$

Der Reguliervorgang des hydraulischen Regulators mit idealem Tachometer ($T_r=0$; $T_K=0$) unter besonderer Berücksichtigung des aperiodischen Zustands.

Sämtliche bisherigen Erörterungen haben übereinstimmend das Resultat geliefert, dass eine sehr wirksame Verbesserung der Regulierung vor allen Dingen an der Verbesserung des Tachometers einzusetzen hat, und man muss diesen Weg als den einzig richtigen bezeichnen.

Sind nun durch richtige Wahl der Grösse T_r die Eigenschwingungen des Tachometers unschädlich gemacht, so verschwinden die Grössen T_r und T_K gegenüber den andern und die charakteristische Gleichung vierten Grades geht über in diejenige zweiten Grads und lautet:

$$\delta T_a T_s w^2 + \delta T_a w + 1 = 0$$

und die zugehörige Differentialgleichung ist:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{T_s} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{\delta T_a T_s} q = 0$$

Das ist die Gleichung der gedämpften harmonischen Schwingung. Die Grösse der Dämpfung wird gemessen durch den Faktor $\frac{1}{T_s}$, je grösser dieser Faktor, desto rascher nehmen die Schwingungen ab. Je kleiner T_s desto eher kommt der Regulator zur Ruhe.

Schreiben wir wieder die charakteristische Gleichung in der Form:

$$\delta \frac{T_a}{T_s} (T_s w)^2 + \delta \frac{T_a}{T_s} (T_s w) + 1 = 0$$

oder

$$\delta \tau_a (T_s w)^2 + \delta \tau_a (T_s w) + 1 = 0$$

so ist sofort klar, dass der Charakter dieser Schwingungen allein von dem Zeitverhältnis $\delta \tau_a$ abhängt und nicht von den absoluten Beträgen der Grössen T_a , T_s und δ .

Die beiden Wurzeln der Gleichung sind:

$$\begin{aligned}(T_s w) &= -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{4}{\delta \tau_a}} \\ &= -\frac{1}{2} \pm i \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4}{\delta \tau_a} - 1} \\ w &= -\frac{1}{2} \frac{1}{T_s} \pm \frac{1}{2} \frac{1}{T_s} \sqrt{1 - \frac{4}{\delta \tau_a}} \\ &= -\frac{1}{2} \frac{1}{T_s} \pm \frac{1}{2} \frac{1}{T_s} i \sqrt{\frac{4}{\delta \tau_a} - 1}\end{aligned}$$

Die Zeitdauer einer Schwingung beträgt

$$\begin{aligned}\frac{t_s}{T_s} &= \frac{4\pi \sqrt{\delta \tau_a}}{\sqrt{4 - \delta \tau_a}} \\ t_s &= T_s \frac{4\pi \sqrt{\delta \tau_a}}{\sqrt{4 - \delta \tau_a}}\end{aligned}$$

Die Abnahme der Schwingungsamplituden erfolgt nach Massgabe des Faktors $e^{\alpha t_s}$ wobei

$$\alpha t_s = -\frac{2\pi \sqrt{\delta \tau_a}}{\sqrt{4 - \delta \tau_a}}$$

Bleibt also das Zeitverhältnis τ_a konstant, ändern sich dagegen die absoluten Beträge, T_a und T_s , so bleibt die Konvergenz der Schwingungen dieselbe, während die Schwingungsdauer in linearer Abhängigkeit von T_s steht, also mit T_s ansteigt und zurückgeht.

Wählen wir an Stelle von t die Zeit $t' = \frac{t}{T_s}$ als unabhängige Veränderliche, so kommt als Lösung der Differentialgleichung:

$$\varphi = e^{\alpha, t'} [A, \cos(\beta, t') + B, \sin(\beta, t')]$$

Hierin ist

$$\alpha, = -\frac{1}{2}; \beta, = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4}{\delta \tau_a} - 1}$$

Die Integrationskonstanten A und B bestimmen sich aus den Anfangsbedingungen, für welche

$$t' = 0; \varphi = -\delta \lambda; \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\lambda}{T_a}$$

Hieraus kommt:

$$A = -\delta\lambda$$

$$B = + \lambda \sqrt{\delta \tau_a} \frac{2 - \delta \tau_a}{\sqrt{4 - \delta \tau_a}}$$

Sämtliche einflussnehmenden Grössen A ; B ; α , β , sind nur abhängig von den Anfangskonstanten δ und λ und von dem Zeitverhältnis τ_a .

Schreiben wir die Gleichung noch in der Form:

$$\begin{aligned} \frac{q}{\lambda} = & e^{-\frac{1}{2} t'} \left[-\delta \cos \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{4}{\delta \tau_a} - 1} t' \right) \right. \\ & \left. + \frac{(2 - \delta \tau_a) \sqrt{\delta \tau_a}}{\sqrt{4 - \delta \tau_a}} \sin \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{4}{\delta \tau_a} - 1} t' \right) \right] \quad 24) \end{aligned}$$

so gestattet dieselbe folgende Sätze aufzustellen:

1. Der Reguliervorgang ist lediglich von dem Zeitverhältnis τ_a abhängig, der Verlauf desselben aufgezeichnet in Funktion der Zeitveränderlichen $\frac{t}{T_s}$ bleibt solange genau der-

selbe, als sich das Zeitverhältnis τ_a nicht ändert, ganz gleichgültig, welche Werte T_a und T_s annehmen mögen.

2. Die maximale Geschwindigkeitsschwankung ist proportional der Belastungsänderung (λ).

3. Das Verhältnis der maximalen Geschwindigkeitsänderung zur Belastungsänderung bleibt konstant, solange das Zeitverhältnis τ_a konstant ist, ganz gleichgültig, welche Werte T_a und T_s annehmen mögen.

Da nun die Güte der Regulierung nicht beeinflusst wird durch proportionales Vergrössern oder Verkleinern der Werte T_a und T_s , wird man natürlich den letzteren Weg einschlagen um ein möglichst kleines T_a d. h. möglichst wenig Schwungmasse, einen möglichst billigen Motor zu bekommen. Indes ist auch der Verkleinerung von T_s eine Grenze gesetzt durch die Kosten der hydraulischen Apparate. Diese Kosten sind um so grösser, je kleiner T_s ; und es ist Sache der Kalkulation, diejenigen beiden Werte von T_a und T_s zu bestimmen, bei denen unter der Voraussetzung einer bestimmten Qualität der Regulierung die Summe der Kosten von Schwungrad und Regulator ein Minimum wird. In Praxi geht man mit T_s herunter bis 0,5 Sek.

Werden die massgebenden Grössen nach der Beziehung $\delta \tau_a = 4$ bemessen, so geht die Gleichung über in:

$$\varphi = -\delta\lambda \cdot e^{-\frac{1}{2}t'} \quad 25)$$

Der Reguliervorgang ist dann kein Schwingungsvorgang mehr. Die Geschwindigkeitsschwankung nimmt von dem Betrag $-\delta\lambda$ beginnend stetig ab, bis sie zur Zeit $t'=\infty$ zu 0 geworden ist. Das heisst, die Tourenzahl der Maschine nimmt in einem stetigen Zug die der neuen Belastung entsprechende Grösse an, ohne sie zu überschreiten und dies gleicherweise für alle vorkommenden Belastungsänderungen. Wir haben hier dieselbe charakteristische Gleichung, die auch für den idealen direkten Regulator gilt, und in der Tat liegt hier der Fall des momentan wirkenden Servomotors vor.

$\delta\tau=4$ heisst nichts anderes als: entweder infolge der grossen Schwungmasse (T_a) bewegt sich die Muffe des Tachometers so langsam, dass der Servomotor momentan folgen kann, oder (T_s) ist so klein geworden, d. h. die Geschwindigkeit des Servomotorkolbens ist so gross geworden, dass derselbe der Bewegung der Tachometerhülse momentan folgen kann.

Indes erfordert diese Beziehung für einen normalen Servomotor von z. B. $T_s = 1$ Sek. Schlusszeit, eine sehr grosse Anlaufzeit T_a , die sich z. B. bei $\delta = 0,04$ d. h. 4% auf

$$T_a = \frac{4}{0,04} 1 = 100 \text{ Sekunden}$$

beläuft, während ca. $T_a = 10$ Sekunden eine gewöhnliche häufig zu findende Zahl ist. Denselben Effekt würden wir erreichen unter Verwendung einer gewöhnlichen Schwungmassengrösse $T_a = 10$ Sekunden mit einem Servomotor von nur $T_s = 0,1$ Sekunden.

Es ist nun besonders hervorzuheben, dass eben dieser Zustand des momentan wirkenden Servomotors nicht als das erstrebenswerte Ziel zu bezeichnen ist. Ganz abgesehen von wirtschaftlichen Ueberlegungen, die ja infolge der grossen Schwungmasse entweder, oder infolge des teuren Servomotors die Erzwingung eines derartigen Zustands nicht rechtfertigen können, ist derselbe aus praktischen Rücksichten vielmehr als schlecht zu bezeichnen. Dieses zu grosse Zeitverhältnis $\delta\tau_a=4$ benimmt dem Tachometer die Möglichkeit, dem Krafteinschalter eine beträchtliche Oeffnung zu geben, weil bei der geringsten Ausweichung des Krafteinschalters, die Rückführung sehr rasch eingreift, denselben wieder zur Deckstellung bringt und damit den Servomotor zur Ruhe setzt.

Das Tachometer muss hierauf wiederum eine ganz kleine Oeffnung geben und der Servomotor rückt wiederum eine ganz kleine Strecke nach. Der Regulator muss verschiedene Male ansetzen, bis er endlich den neuen Zustand erreicht. Der Vorgang zerfällt eigentlich theoretisch

in ∞ viele ∞ kleine gleichsinnige Belastungsänderungen, die nacheinander vor sich gehen. Infolge der kleinen Oeffnung des Krafteinschalters kann auch nur eine kleine Geschwindigkeit des Servomotorkolbens auftreten und die Regulierdauer ist sehr gross. In Wirklichkeit verschärft sich dieser unangenehme Umstand noch, indem der Regulator stossweise arbeitet. Zum Zweck der Reduzierung des Verlustes an Pressflüssigkeit durch den Krafteinschalter werden die steuernden Kanten desselben mit etwas Ueberdeckung ausgeführt. Haben wir nun den Zustand des momentan wirkenden Servomotors, so treten tatsächlich zwischen je zwei der ∞ kleinen Belastungsänderungen kleine Pausen ein und sowohl beim Oeffnen als beim Abschiessen des Krafteinschalters treten Stösse auf, die sich infolge der grossen Werte, um die es sich bei Wasserturbinen handelt, unangenehm bemerkbar machen. Es ist daher ratsam, sich von dem Zustand des momentan wirkenden Servomotors fern zu halten, trotz der theoretischen Vorteile, die er aufweist.

Wir untersuchen weiter die Verhältnisse mit dem Wert $\delta \tau_a = 2$. Für diesen Fall geht die Gleichung 24 über in:

$$\varphi = -\delta \lambda e^{-\frac{1}{2} t'} \cos \left(\frac{1}{2} t' \right) \quad 26)$$

Die grösste vorkommende Geschwindigkeitsschwankung tritt auf für

$$\operatorname{tg} \left(\frac{1}{2} t' \right) = -1$$

d. h. für

$$\frac{1}{2} t' = \frac{3}{4} \pi$$

und damit kommt

$$\cos \left(\frac{1}{2} t' \right) = -\sqrt{\frac{1}{2}}$$

Setzt man diesen Wert ein, so erhält man:

$$\begin{aligned} \varphi_{\max} &= \delta \lambda e^{\frac{3}{4} \pi} \sqrt{\frac{1}{2}} \\ &= 0,067 \delta \lambda \end{aligned} \quad 27)$$

Da $\varphi_{\max}$ für $\operatorname{tg} \left(\frac{1}{2} t' \right)$ positiv wird, so ist $\varphi_{\max}$ der Betrag, um den die Geschwindigkeit, bei der ersten Schwingung über denjenigen Wert sich erhöht, der der neuen Belastung entspricht.*)

Das ist nun in der Tat ein sehr kleiner Wert, der sich z. B. für eine Belastungsänderung von 100%; $\lambda = 1$ und einen Ungleichförmigkeitsgrad von 4% ; $\delta = 0,04$ beläuft auf:

*) Die gesamte Geschwindigkeitsschwankung einschliesslich der bleibenden Tourenänderung beträgt also:

$$\varphi_{\max} = \delta \lambda + 0,067 \delta \lambda = 1,067 \delta \lambda$$

$$\varphi_{\max} = 0,067 \cdot 0,04 \cdot 100 = 0,268 \%$$

ein Betrag der füglich vernachlässigt werden kann.

Der Regulator wird schon nach der ersten Schwingung zur Ruhe kommen, denn die nächste Amplitude beträgt nur noch $\frac{1}{e^{2\pi}}$ von der ersten, praktisch genommen tritt für den Wert $\delta \tau_a = 2$ eine aperiodische Regulierung ein. Diesen Zustand kann man erzwingen, wenn man einen Ungleichförmigkeitsgrad einstellt von der Grösse

$$\delta = \frac{2}{\tau_a} = \frac{2 T_s}{T_a}$$

Indes ist zu beachten, dass die grösste auftretende Geschwindigkeitsschwankung der Grösse δ proportional ist und dass die bleibende Tourendifferenz zwischen den verschiedenen Belastungsgraden mit δ zunimmt. Im übrigen nähert man sich dem Zustand, der durch die Beziehung $\delta \tau_a = 2$ gekennzeichnet ist, durch Vergrösserung von T_a also durch Anwendung grosser Schwungmassen und durch Verkleinerung von T_s also durch Anwendung rasch arbeitender Servomotoren. Beide Mittel bedeuten eine Verteuerung der Anlage.

Die Bestimmung der grössten vorkommenden Geschwindigkeitsschwankung lässt sich allgemein für beliebige Werte von $\delta \tau_a$ mit Buchstabenrechnung nicht durchführen. Es muss jeweils über die Grösse δ eine Annahme gemacht werden. Die Rechnung jedoch ist ganz einfach.*)

Die Isodrom-Regulatoren.

Wenn auch der ideale indirekte Regulator dem idealen direkten in der Weise nachsteht, dass der letztere stets aperiodisch reguliert, der erstere nur unter einer bestimmten Voraussetzung ($\delta \tau_a \geq 4$), so lassen sich immerhin mit dem indirekten Regulator, namentlich durch Verkleinerung der Schlusszeit des Servomotors auch mit mässiger Schwungmasse vollauf zufriedenstellende Ergebnisse erzielen. Indes haftet beiden Arten der Regulierung gemeinsam der grosse Nachteil an, dass eine bleibende Tourendifferenz besteht zwischen den verschiedenen Graden der Maschinenbelastung im Beharrungszustand. Aus diesem Grund kann man auch nicht von einer vollkommenen Regulierung sprechen im Sinne einer absolut gleichbleibenden Maschinengeschwindigkeit. Dieser entschiedene Uebelstand tritt in manchen

*) In Bauersfeld „Die automatische Regulierung der Turbinen“ S. 67 ist ein Verfahren angegeben, zur raschen Bestimmung dieser Grösse, dort ist auch ein Zahlenbeispiel durchgerechnet.