# Maschinenbau

Nach Vorträgen von F. Redtenbacher

Kurs 1856/57 : A

**Redtenbacher, Ferdinand**

**Carlsruhe, 1857**

Turbinen

urn:nbn:de:bsz:31-278518

# Turbinen.

<u>Entstehungsweise der Turbinen</u>. Die neueren Erfindungen sind größtentheils aus einer Kritik der älteren hervorgegangen. So ist das Ponceletrad durch eine Beurtheilung der Schaufelkrümmungen der älteren Wasserräder, die Turbine aus dem Prinzip worauf der Bau des Ponceletrades beruht & der Erkenntniß der guten Eigenschaften des vorhin betrachteten kleinen unterschlächtigen Rades (große Geschwindigkeit) ins Leben gerufen worden.

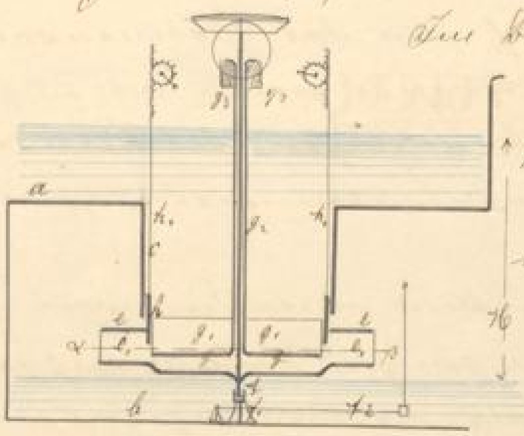
Die französische Akademie setzte nämlich einen Preis auf die Erfindung eines Rades bei dem das Wasser ohne Stoß eintritt, dasselbe ohne Geschwindigkeit verläßt & überdies eine sehr große Umfangsgeschwindigkeit zuließe.

Fourneyron löste nicht nur diese Aufgabe auf glänzende Weise, er that noch mehr, indem er der erste war, welcher das Wasser gleichzeitig auf den ganzen Radumfang wirken ließ. Die Verhältnisse hatte er gleich so gewählt, daß sie gar keiner Verbesserung mehr bedurften. Seine Turbinen verbreiteten sich daher sehr rasch, verschwanden aber auch mit ihm wieder weil um diese Zeit ein anderer Franzose „Jonval“ eine zweckmäßigere Anordnung erfand, die aber ganz auf dem gleichen Grundgedanken beruhte.

Es existiren nun von diesen beiden Turbinen eine Menge Modificationen die aber keine Erfindungen genannt werden können.

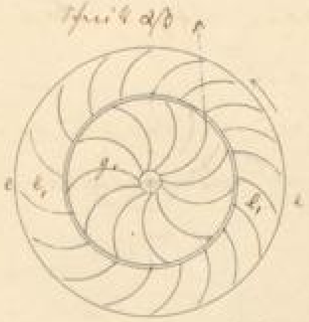
Die hauptsächlichsten Anordnungen Fourneyron'scher Turbinen sind die folgenden:

a ist das Ende des Zuflusskanals, b Anfang des Abflusskanals.



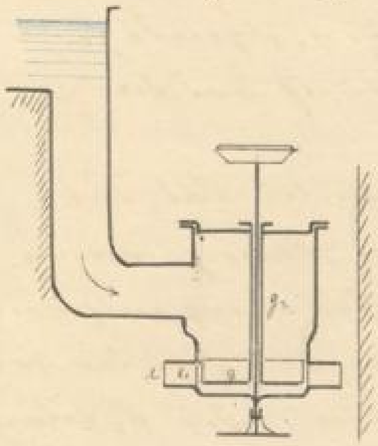

Im Boden des Zuflusskanals ist eine große Öffnung an die sich ein senkrechter Zylinder c anschließt durch welchen das Wasser niederfließen kann. Unten befindet sich das Turbinenrad; der Radkörper hat die Form eines Tellers t; ist an seiner Außenseite mit krummen Schaufel-flächen l, l, versehen. In der Mitte des Tellers ist eine Hülse durch die eine senkrechte Axe f geht, welche in einem Lager $f_1$ steht; $f_2$ ist eine Stellvorrichtung um die Axe f mehr oder weniger heben zu können.

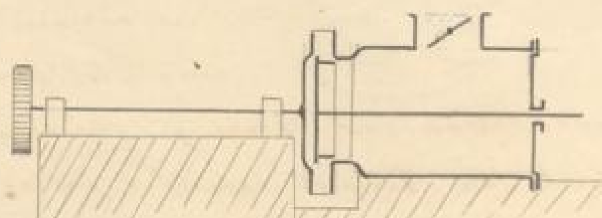
Schnitt αβ

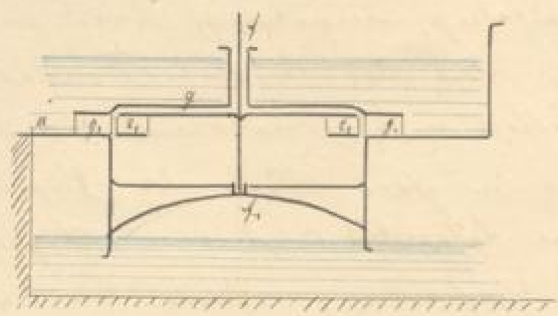


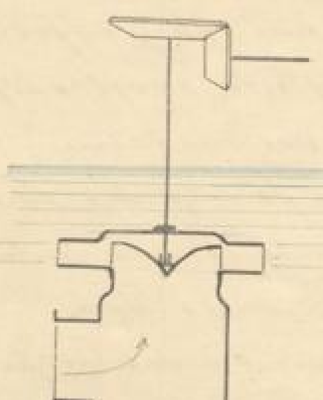
Innerhalb des Tellers befindet sich ein zweites Rad, das Leitrad, bestehend aus einer runden Platte g worauf Leitschaufeln $g_1$ angebracht sind deren Krümmung entgegengesetzt ist der des Turbinenrades. Dieses 2te Rad berührt den Teller nicht, sondern wird durch eine Röhre $g_2$ getragen, die in ihrer Mitte die Turbinenaxe f aufhält.
An dem Zylinder c ist ein Schützen k von zylindrischer Form welcher durch eine geeignete Vorrichtung h, h, wasserdicht längs der Wand c auf und nieder bewegt werden kann.
Wenn der Wasserzufluss abgesperrt ist, so sitzt der Schützen auf dem äußeren Rand des Tellers mit seinem unteren Rande auf und es entsteht ein unten geschlossener Sack.
Ziehen wir den Schützen z.B. so hoch auf wie es die Zeichnung andeutet, so wird Wasser herausströmen, welches mit den Schaufeln des Leitrades in Berührung ist, ihnen folgen muß,

es nach der Richtung der Tangente auszuströmen sucht.
Diesem Wasserstrahl bietet sich nun das Turbinenrad dar, & indem er vermöge seiner Trägheit gerade aus zu gehen strebt, wird er gegen die Schaufelflächen des Turbinenrades stoßen welches dadurch herumgetrieben wird, daß es dem Strahl auszuweichen sucht.
Die Turbinenräder müssen klein ausfallen, weil das Wasser gleichzeitig auf dem ganzen Radumfang wirkt, & weil sie klein werden, fällt die Umfangsgeschwindigkeit groß aus. Die Leitschaufeln dienen dazu, das Wasser ohne Stoß in das Rad zu leiten.
Die hauptsächlichsten sonst noch vorkommenden Anordnungen von Fourneyron'schen Turbinen sind die folgenden:

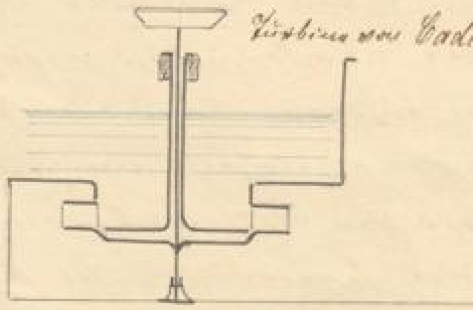




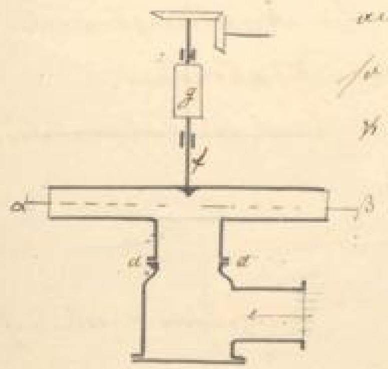




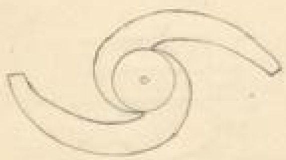
Turbine von Cadiat.



<u>Die schottische Turbine.</u> Dieselbe beruht auf dem gleichen Grundgedanken wie die von Fourneyron & hat im Wesentlichen die folgende Einrichtung: Das Wasser tritt von Unten ein;



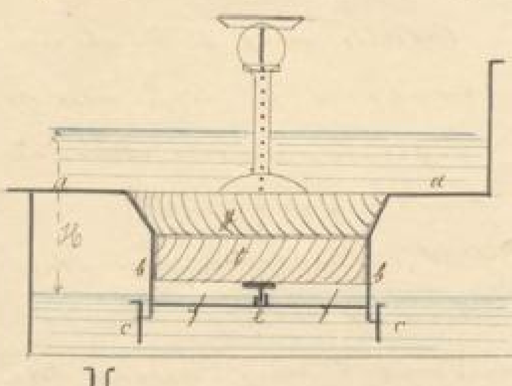
an der Axe f ist ein Gewicht g angebracht das so gewählt ist, daß es, + dem Gewicht der Welle & des Rades, dem hydrostatischen Druck von Unten das Gleichgewicht hält. Diese Construktion ist aber nicht praktisch weil davon etwas Unmögliches verlangt. Es soll nämlich bei a eine Dichtung gemacht werden die einmal kein Wasser durchläßt & 2tens keine Reibung verursachen soll welche Bedingungen gleichzeitig nicht erfüllt werden können.

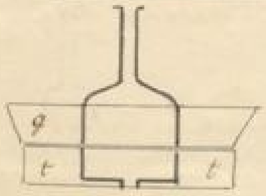


Diese Turbine ist deshalb auch bald wieder verlassen worden.

## Die Turbine von Jonval

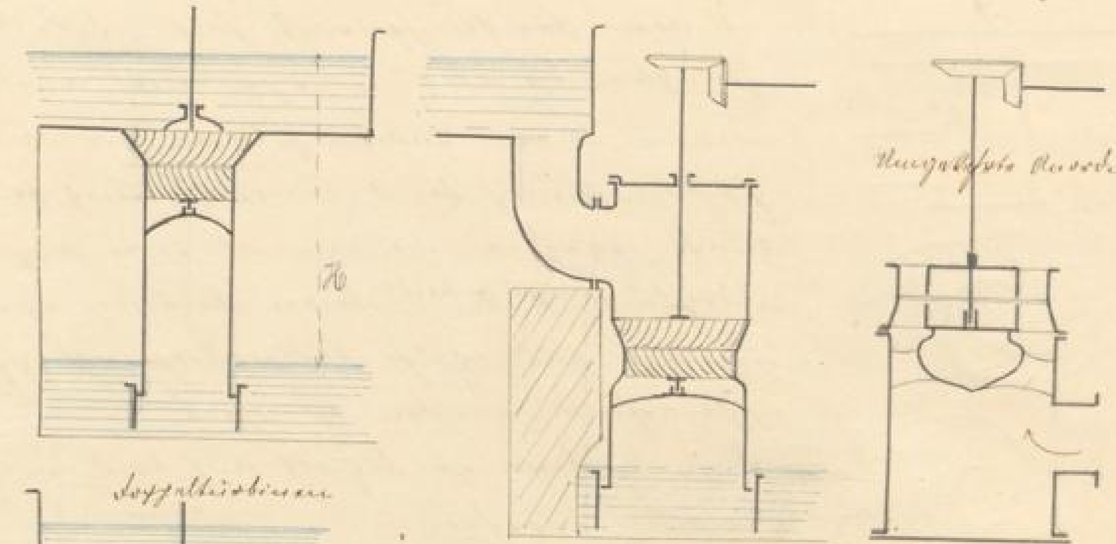
Auch diese Turbine beruht auf dem gleichen Grundgedanken wie die Fourneyron'sche, nur liegen die Räder hier nicht in einander, was bedeutende Schwierigkeiten beim Aufstellen verursacht, sondern übereinander. Die eigentliche Kapitalerfindung ist aber die Aufstellungsweise selbst.



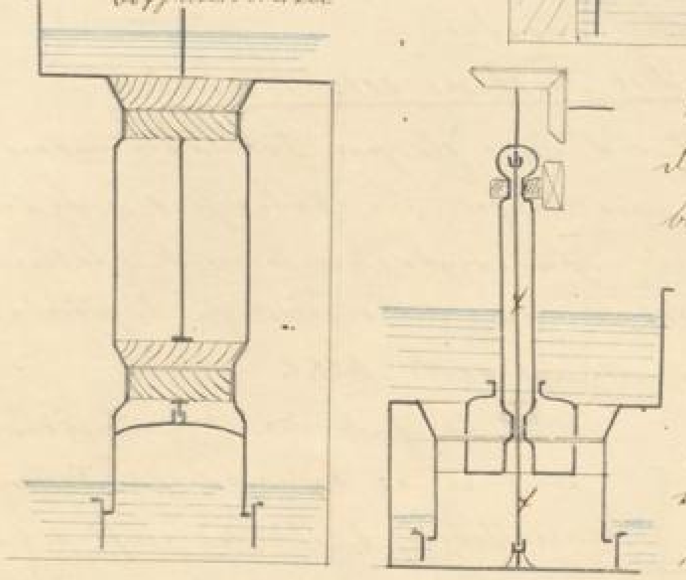


a ist das Ende des Zuleitungskanals mit einer cylindrischen Oeffnung am Boden, b Mantel, nicht bis auf den Boden des Abflußkanals reichend, c cylindrischer Stützen.
In dem Mantel sind 2 Räder, ein feststehendes Leitrad g & das Turbinenrad t, letzteres mit dem eigentlichen Radkörper, & daran befestigten Armen

Schaufelflächen, deren Krümmung denen der Schaufeln des Treiblaufrades entgegengesetzt ist. Das Wasser geht durch die Schaufeln des Leitrades in die des Turbinenrades & beschreibt dabei eine Kurve doppelter Krümmung. Die Wirkungsweise des Wassers ist wie bei den Fourneyron'schen Turbinen.
Andere Anordnungen Jonval'scher Turbinen sind die folgenden:




Doppelturbinen



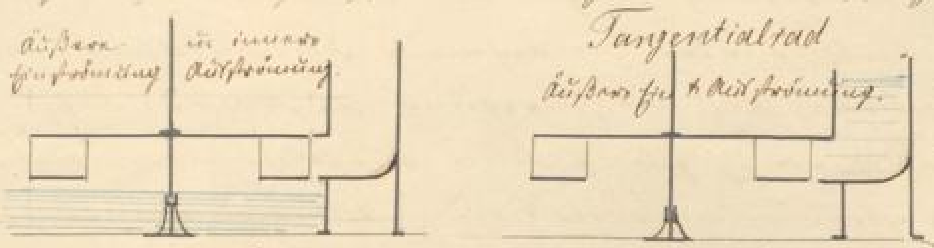
Bei großen Gefällen fällt die Geschwindigkeit öfter bedenklich aus & man kann in diesem Fall Doppelturbinen anwenden, indem man das Gefälle auf 2 Turbinen verteilt & diese auf geeignete Weise miteinander verbindet.

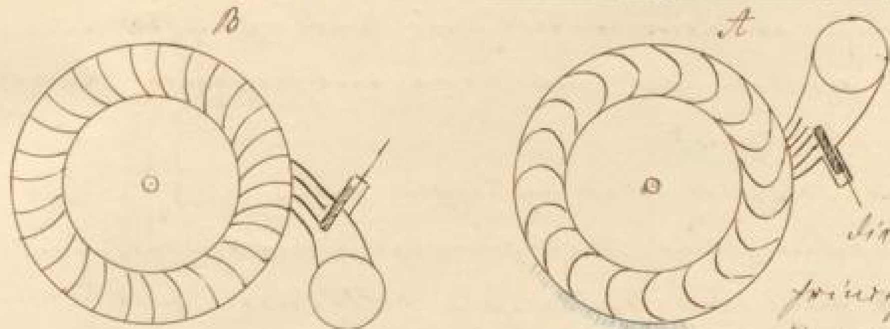
Bei der letzten Anordnung dreht sich die Turbine um den oberen Zapfen welcher durch eine Säule f getragen wird, die in der Mitte eines Rohres hinaufgeht & mit welcher das Turbinenrad verbunden ist.
Alle bis jetzt betrachteten Turbinen haben das Gemeinsame,

daß das Wasser gleichzeitig auf dem ganzen Radumfang wirkt, sie heißen deswegen Vollturbinen. Man reicht jedoch mit denselben nicht in allen Fällen aus & hat deshalb eine Anordnung ausgedacht, bei welcher das Wasser nur auf einen Theil des Umfanges wirkt & die man Parzialturbine nennt.

## Parzialturbinen.

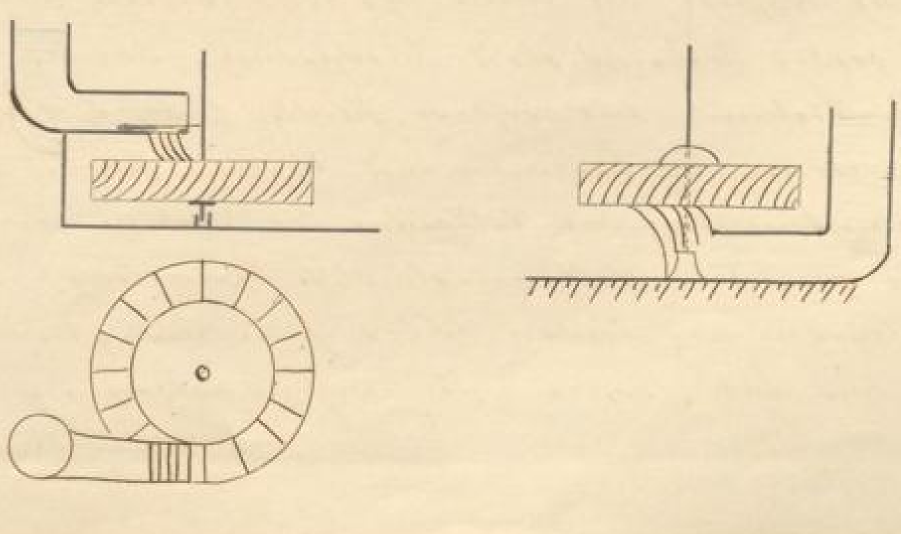
Deckt man bei den Jonval'schen od. Fourneyron'schen Turbinen einen Theil der durch die Schaufelflächen gebildeten Oeffnungen zu, so wirkt also das Wasser nicht mehr zugleich auf den ganzen Radumfang, & wir erhalten eine Parzialturbine.




Die Wirkungsweise des Wassers ist bei diesen beiden Anordnungen wie bei dem Ponceletrade. Die Anordnung A ist principiell falsch, während B principiell richtig ist.

Modificationen Jonval'scher Turbinen.



# Theorie der Turbinen.

Bei den Turbinen bilden alle, bei der Bewegung der Wassertheilchen vorkommenden Erscheinungen in Zu- & Abflußkanal eine zusammenhängende Kette; es unterscheiden sich also schon die Turbinen in dieser Hinsicht wesentlich von den Wasserrädern. Diese Bewegungen können wir aber auf praktischem Wege nicht mehr verfolgen & wir suchen uns dasselbe durch die Theorie zu erweisen.

## Voraussetzungen unter denen die Theorie aufgestellt wird.

Diese Voraussetzungen haben eine doppelte Bedeutung; wir unterscheiden nämlich: 1) Voraussetzungen die wir machen müssen weil es sonst unmöglich wird die Rechnung durchzuführen, dahin gehört vor allem die, daß die Bewegung des Wassers durch die Räder regelmäßig vor sich gehe & keine Durchkreuzungen und Wirbelungen der Wassermassen vorkommen. 2) Voraussetzungen, welche ausdrücken, welchen wesentlichen Bedingungen ein Turbinenrad zu genügen hat, um eine entsprechende Kraftleistung hervorzubringen.

Wir stellen daher folgende Bedingungen auf:

1) Es sei ein regelmäßiger Bewegungszustand eingetreten.

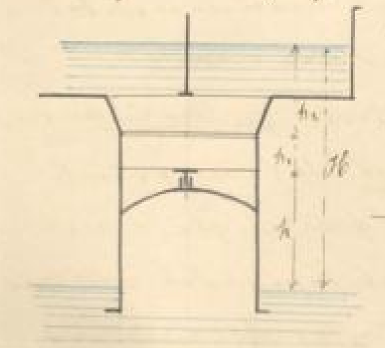
2) Das Wasser fülle die Radkanäle vollkommen aus, denn sonst ist kein regelmäßiges Durchströmen möglich. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so entstehen Unregelmäßigkeiten in der Bewegung des Wassers, die dann sehr groß werden, wenn das Wasser mit großer Geschwindigkeit durchströmt. Das letztere ist der Fall bei Turbinen für größere Gefälle & daher werden diese Unregelmäßigkeiten bei Turbinen mit kleinem Gefälle nicht groß ausfallen können. Das Vollaufen der Turbine ist also eine, für einen günstigen Effekt unerläßliche Bedingung.

3) Die Leitcurven der beiden Räder seien nicht zu stark gekrümmt, so daß das Wasser ihnen noch zu folgen im Stande ist.

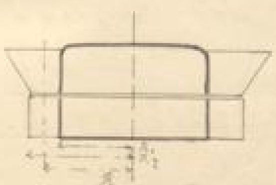
4) Die Anzahl der Leitradkurven sei so groß, daß die Bewegung aller Wassertheilchen identisch angenommen werden kann. Die Reibung vernachlässigen wir, weil der dadurch entstehende Verlust gering ist gegen die Verluste die wir zwar nicht zu berechnen im Stande sind.

## Die Turbine von Jonval.

Bezeichnungen. Wir nennen $R_i$ den inneren, $R_a$ den äußeren & $R = \frac{1}{2}(R_a + R_i)$ den mittleren Halbmesser des Rades, & nehmen an, daß die Schnittflächen beider Leitrad- & Turbinenrad-Schraubenflächen seien. Die beiden Räder denken wir

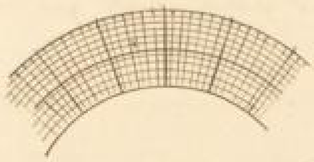



uns durch einen senkrechten Kreiscylinder vom Halbmesser R durchschnitten, & stellen die Abwickelung des Schnittes in fig A dar. Dabei sei α der Winkel, den die mittlere Richtung nach welcher das Wasser ausströmt mit den Leitkurven, mit der unteren Ebene des Leitrad es bildet;



β der Winkel den eine durch die obere Kante der Radschaufeln gelegte tangirende Ebene mit der Fläche des oberen Kranzes bildet, γ Winkel, unter welchem die Schaufeln des Turbinenrades die untere Ebene dieses Rades schneiden. Wir nehmen nun an daß für alle Wassertheilchen die Winkel α, β, γ denselben Werth haben, & daß ferner jedes Wassertheilchen während es sich durch das Turbinenrad bewegt in der Oberfläche der Cylinderfläche bleibt, die durch den Eintrittspunkt des Theilchens in das Rad gelegt werden kann, es ändere also seine Entfernung von der Axe nicht. Eine solche Bewegung ist aber in der That nicht vorhanden, & ist diese Annahme für die Wirkung der Kraft zu günstig.

Wir nehmen auch an, daß sich die Wassertheilchen in ihrer Bewegung nicht wechselseitig stören. Wir machen hier eigentlich die Annahme, daß jedes Wasseratom für sich geleitet werde & die Leitflächen das



Aussehen eines feinen Gitters hätten durch dessen Oeffnungen die Wassertheilchen hindurchströmen. Es erhellt daraus, daß eine große Schaufelzahl für den Effekt günstig ist.

Sei ferner $i$ die Anzahl der Leitkurven des Leitrades, $i_1$ die Anzahl der Radkurven, $\Omega$ die Summe der Querschnitte aller Ausströmungsöffnungen des Leitrades, $\Omega_2$ Summe der Querschnitte aller Einströmungsöffnungen des Turbinenrades, $\Omega_1$ Summe d. Querschnitte aller Ausström. öffg. dieses Rades.

$v$ sei die Geschwindigkeit mit der sich ein Punkt in der Entfernung $R$ bewegt, $v_2$ & $v_1$ die Geschwindigkeit des inneren & äußeren Radumfanges. $U$ die absolute Geschwindigkeit mit welcher das Wasser aus den Kanälen des Leitrades austritt. $u_1$ relative Geschwindigkeit mit der das Wasser das Ende der Radschaufeln erreicht; $u$ absolute Geschwindigkeit des Wassers nach seinem Austritt aus dem Rade.

$H$ = totales Gefälle, $h$ $h_1$ $h_2$ haben die in der Fig. S. 55 angegebene Bedeutung.

$A$ = Druck der Atmosphäre auf 1 □ M., $P$ Druck des Wassers auf 1 □ M der in dem Spielraum zwischen den beiden Rädern herrscht, $k$ $k_1$ Contractionscoefficienten, $Q$ Druck des Wassers unterhalb des Rades auf 1 □ Met.

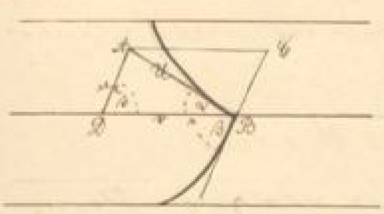
## Aufstellung der Bedingungen unter denen die Turbine einen guten Effect geben kann.

Bedingung welche ausdrückt, daß das Wasser alle Kanäle des Rades erfüllt:

$$Q = \Omega U k = \Omega_2 u_2 = \Omega_1 u_1 k_1 \qquad (1)$$

$u_2$ = relative Geschwindigkeit mit der das Wasser seine Bewegung durch das Turbinenrad beginnt. Durch die Gleich. (1) ist schon ausgedrückt, daß alle Wassertheilchen gleiche Geschwindigkeit haben.

damit der Uebertritt des Wassers von einem Rade ins andere ohne Stoß geschieht, muß sein:



$AB = U$

$BD = v$

$BC = u_2$

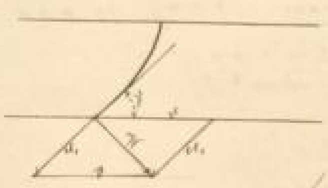
$$\frac{v}{U} = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\beta} \quad (2)$$

$$\frac{u_2}{U} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \quad (3)$$

Fragen wir welche Geschwindigkeit das Wasser erreicht wenn es durch das Turbinenrad hinabgeht:

$$\frac{u_1^2}{2g} = \frac{u_2^2}{2g} + h_1 + \frac{P}{1000} - \frac{Q}{1000} \quad (4)$$

Die absolute Geschwindigkeit mit welcher das Wasser unten ankommt:



$$W^2 = u_1^2 + v^2 - 2u_1 v \cos\gamma \quad (5)$$

Nehmen wir an daß die Oeffnungen unten so groß seien, daß das Wasser beim Herausfließen keine größere Geschwindigkeit anzunehmen braucht als es bei seinem Austritt hat, so muß sein:

$$\frac{Q}{1000} = \frac{A}{1000} - h \quad (6)$$

Geschwindigkeit mit welcher das Wasser aus dem Leitrad ausströmt: $\frac{U^2}{2g} = \frac{A}{1000} + h_2 - \frac{P}{1000}$ (7)

Für einen günstigen Effekt muß $W = 0$ werden, & dies ist der Fall, wenn in (5) $u_1 = v$ & $\gamma = 0$ wird. (8)

Aus den bis jetzt aufgestellten 8 Gleichungen läßt sich unmittelbar noch nichts sehen & wir wollen sie deshalb derart transformiren, daß sie auslegbar werden.

Aus der Gleichung (7) folgt: $\frac{P}{1000} = \frac{A}{1000} + h_2 - \frac{U^2}{2g}$

die Gleichung (6) heißt: $\frac{Q}{1000} = \frac{A}{1000} - h$ & vermöge (8) ist $u_1 = v$.

diese Werthe von $P$, $Q$, $u_1$ in (4) eingesetzt, so erhalten wir folgende Gleichung:

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{u_2^2}{2g} + \frac{A}{1000} + h_2 - \frac{U^2}{2g} + h_1 - \frac{A}{1000} + h$$

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{u_2^2}{2g} + h + h_1 + h_2 - \frac{U^2}{2g}$$

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{u_1^2}{2g} + H - \frac{U^2}{2g} \quad ; \quad v^2 = u_1^2 - U^2 + 2gH$$

$2gH = 2Uv\cos\alpha$

Betrachten wir die Fig. auf der die Beziehungen (2) + (3) hergeleitet sind, vermöge derselben ist:

$$u_1^2 = U^2 + v^2 - 2Uv\cos v$$

wenn man $u_1^2$ durch seinen Werth aus der vorletzten Gleichung ersetzt: $v^2 = U^2 + v^2 - 2Uv\cos\alpha - U^2 + 2gH$.

Für v seinen Werth aus (2) eingeführt:

$$gH = U \cdot U\,\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\beta}\cos\alpha$$

$$\underline{U} = \sqrt{gH\,\frac{\sin\beta}{\cos\alpha\,\sin(\alpha+\beta)}}$$

Vermöge (2) ist: $v = U\,\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\beta}$ für U seinen Werth gesetzt:

$$v = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\beta}\sqrt{gH\,\frac{\sin\beta}{\cos\alpha\sin(\alpha+\beta)}} = \sqrt{gH\,\frac{\sin\beta}{\cos\alpha\sin(\alpha+\beta)}\,\frac{\sin^2(\alpha+\beta)}{\sin^2\beta}} =$$

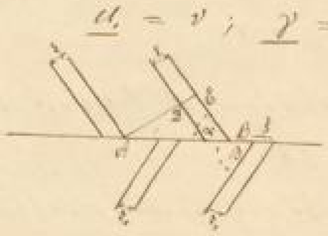
$$\underline{v} = \sqrt{gH\,\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\sin\beta}}$$

Aus (3) folgt: $u_1 = U\,\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \sqrt{gH\,\frac{\sin\beta}{\cos\alpha\sin(\alpha+\beta)}\,\frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\beta}} =$

$$\underline{u_1} = \sqrt{gH\,\frac{\sin^2\alpha}{\sin\beta\cos\alpha\sin(\alpha+\beta)}}$$

Nach (7) ist: $\frac{R}{1000} = \frac{A}{1000} + h_2 - \frac{U^2}{2g} = \frac{A}{1000} + h_2 - \frac{H}{2}\,\frac{\sin\beta}{\cos\alpha\sin(\alpha+\beta)}$

$$\underline{u_1} = v \; ; \; \underline{V} = 0 \; ; \; \frac{V}{1000} = \frac{A}{1000} - h$$



Um Ω zu bestimmen machen wir folgendes; sei $i = AB$ die Theilung, so ist:

$\frac{2R\pi}{i}\sin\alpha - \varepsilon = \delta$ die Kanalweite.

$\Omega = \left(\frac{2R\pi}{i}\sin\alpha - \varepsilon\right)(R_1 - R_2)\,i$ = Summe der Querschnitte aller Oeffnungen des Leitrades wenn das Turbinenrad nicht darunter wäre. Nun versperren aber die Schaufeln des Turbinenrades durch ihre Metalldicke einen Raum der von Obigem abgezogen werden muss. Es ist: $\xi\sin\beta = \varepsilon_1$ ; $\xi = \frac{\varepsilon_1}{\sin\beta}$

$\xi\sin\alpha = \varepsilon_1\,\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$. Alle Schaufeln des Turbinenrades versperren müssen einen Raum $= \varepsilon_1\,\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}(R_1 - R_2)\,i$ und daher wird nun:

$$\Omega = \left(\frac{2R\pi}{i}\sin\alpha - \varepsilon\right)(R_1 - R_2)\, i - \varepsilon_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}(R_1 - R_2)\, i$$

$$\Omega = (R_1 - R_2)\left\{2R\pi \sin\alpha - \varepsilon i - \varepsilon_1 i_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\right\}$$

$$\Omega = 2R\pi\sin\alpha\,(R_1 - R_2)\left\{1 - \frac{\varepsilon}{R}\frac{i}{2\pi\sin\alpha} - \frac{\varepsilon_1}{R}\frac{i_1}{2\pi\sin\beta}\right\}$$

nun ist: $2R = R_1 + R_2$ und daher:

$$\Omega = \pi\sin\alpha\,(R_1^2 - R_2^2)\left\{1 - \frac{\varepsilon}{R}\frac{i}{2\pi\sin\alpha} - \frac{\varepsilon_1}{R}\frac{i_1}{2\pi\sin\beta}\right\}$$

$$\underline{\Omega} = R_1^2\left[1 - \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2\right]\pi\sin\alpha\left[1 - \frac{\varepsilon}{R}\frac{i}{2\pi\sin\alpha} - \frac{\varepsilon_1}{R}\frac{i_1}{2\pi\sin\beta}\right]$$

$$\Omega_1 = s_1 (R_1 - R_2)\, i_1$$

Die Gleich. (1) können wir jetzt in folgender Weise transformieren:

$$Q = \Omega U k = U k R_1^2\left[1 - \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2\right]\pi\sin\alpha\left[1 - \frac{\varepsilon}{R}\frac{i}{2\pi\sin\alpha} - \frac{\varepsilon_1}{R_1}\frac{i_1}{2\pi\sin\beta}\right]$$

daraus folgt:

$$\underline{R_1} = \sqrt{\frac{Q}{Uk\left[1 - \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2\right]\pi\sin\alpha\left[1 - \frac{\varepsilon}{R}\frac{i}{2\pi\sin\alpha} - \frac{\varepsilon_1}{R}\frac{i_1}{2\pi\sin\beta}\right]}}$$

$$s = R\left[\frac{2\pi}{i}\sin\alpha - \frac{\varepsilon}{R}\right]$$

Aus (1) folgt auch noch: $\Omega U k = \Omega_1 U_1 k_1$

nun ist: $U_1 = v = U\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\beta}$ in diesen Werth eingesetzt.

$$\Omega U k = \Omega_1 U \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\beta}$$ oder:

$$\Omega k = \Omega_1 \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\beta}$$

$$[R_1^2 - R_2^2]\pi\sin\alpha\left[1 - \frac{\varepsilon}{R}\frac{i}{2\pi\sin\alpha} + \frac{\varepsilon_1}{R}\frac{i_1}{2\pi\sin\beta}\right]k$$

$$= s_1 (R_1 - R_2)\left(i_1 k_1 \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\beta}\right)$$

$$2R\pi\sin\alpha\left[1 - \frac{\varepsilon}{R}\frac{i}{2\pi\sin\alpha} + \frac{\varepsilon_1}{R}\frac{i_1}{2\pi\sin\beta}\right]k = s_1 i_1 k_1 \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\beta}$$

$$s_1 = 2R\pi\sin\alpha\left[1 - \frac{\varepsilon}{R}\frac{i}{2\pi\sin\alpha} + \frac{\varepsilon_1}{R}\frac{i_1}{2\pi\sin\beta}\right]\frac{k}{i_1 k_1}\frac{\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$$

Durch Umformungen erhält man endlich:

$$\underline{s_1} = R\left[\frac{2\pi\sin\alpha}{i_1} - \left(\frac{i}{i_1}\frac{\varepsilon}{R} + \frac{\varepsilon_1}{R}\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\right)\right]\frac{k}{k_1}\frac{\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$$

Würde allen diesen Bedingungen entsprochen, so wäre der Nutzeffekt einer Turbine gleich dem absoluten Effekt. Diesen Gleich. genügen alle die Werthe von $\alpha$ u. $\beta$ welche Reaktion dieses Ausdrucks unmöglich machen.
Es wäre demnach für jedes Gefälle der Nutzeffekt einer Turbine gleich dem absoluten, was in der Wirklichkeit

nicht der Fall ist, & daher sind alle diese Folgerungen nur eine Annäherung an die Wahrheit. Wir müssen daher jedes Resultat, was wir aus diesen Formeln ziehen, nach den gemachten Voraussetzungen in der Weise modifiziren, wie letztere mehr od. weniger stark von der Wahrheit abweichen. Sehen wir zu was aus den gemachten Bedingungen für Schlüsse gezogen werden können:

Zunächst ist klar, daß diesen Anforderungen durch jedes $H$ entsprochen werden kann, ebenso sind dieselben unabhängig von dem Ort, wo die Turbine aufgestellt wird, ob derselbe hoch oben, in der Mitte od. unten ist.

Die Annahme daß die Turbine immer voll laufe setzt voraus daß $h \leqq \frac{A}{1000}$ & deshalb ist der Ort der Aufstellung doch nicht so ganz willkürlich. Wäre nämlich $h > \frac{A}{1000}$ so würde der Druck unter dem Turbinenrad $= 0$, an dem obern Wasserspiegel wäre er $= A$ & die Verhältnisse würden nicht mehr mit den Voraussetzungen worauf die Gleichungen gegründet sind im Einklang stehen. In den aufgestellten Gleichungen ist ferner nicht enthalten von der Größe des Rades, auch die Schaufelform ist nicht charakteristisch & selbst die Schaufelzahl ist ziemlich gleichgültig.

Als Hauptdaten zur Erbauung einer Turbine können gegeben sein: die Wassermenge & das Gefälle oder der Nutzeffekt & das Gefälle; im letzteren Falle muß man zur Bestimmung der Wassermenge das Güteverhältniß der Turbine kennen, dabei läßt uns aber die aufgestellte Beziehung im Stich, denn diese gibt unter den gemachten Voraussetzungen $\frac{N_n}{N_a} = 1$ was natürlich in der Wirklichkeit nicht der Fall ist. Zu diesem Zwecke ist übrigens keine so genaue Kenntniß des Güteverhältnisses nöthig & es ist vortheilhafter es eher zu ungünstig als zu günstig anzunehmen. $1000\, Q H p = 75\, N_n$ ; $Q = \frac{75}{1000\, p} \frac{N_n}{H}$

Nach dem Resultate ist: $\frac{75}{1000p} = 0·107$ woraus: $p = \frac{N_n}{N_a} = 0·70.$

Es ist angemessen, den Nutzeffekt unter besonderen Umständen etwas größer od. kleiner anzunehmen als 70 %. Er ist größer anzunehmen, wenn alle Verhältnisse sehr günstig sind, also ein angemessenes Gefälle & eine entsprechend große Wassermenge vorhanden ist, & kleiner im andern Falle. Mehr als 75 % anzunehmen ist nicht rätlich; für den ungünstigen Fall kann man 55 – 65 % in Rechnung bringen.

Die Winkel $\alpha, \beta$ sind innerhalb gewisser Grenzen beliebig, doch soll $\alpha$ nicht zu groß genommen werden weil sonst den Anforderungen wegen $\beta$, nicht mit einem sehr kleinen $\beta$ mehr genügt werden kann. Für gewöhnliche Verhältnisse kann man nehmen $\alpha = 24°$ $\beta = 66°$; für Ausnahmen, namentlich wenn das Gefälle sehr groß & die Wassermenge sehr klein ist, ist es angemessen, $\alpha$ kleiner anzunehmen, größer soll man es nie nehmen. Es wird durch das kleine $\alpha$ das Rad groß, was wesentlich wichtig ist damit es einen langsameren Gang erhält, & die Schaufeln nicht so stark gekrümmt werden müssen. Für den Fall $\alpha + \beta = 90°$ wird:

$$U = \sqrt{gH} = \sqrt{\frac{2gH}{2}} = 0·707\sqrt{2gH}; \quad v = \sqrt{\frac{2gH}{\cos\alpha\sqrt{2}}}$$

Für den Fall $2\alpha + \beta = 180°$ wird $\beta = 180° - 2\alpha$; $\alpha + \beta = 180 - \alpha$

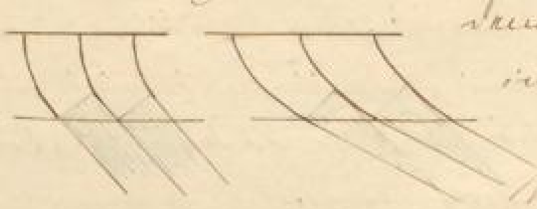
$$U = \sqrt{gH\frac{\sin 2\alpha}{\cos\alpha}} = \sqrt{2gH\frac{\sin\alpha\cos\beta}{\sin\alpha\cos\beta}} = \sqrt{2gH}$$

Für $2\alpha + \beta > 180°$ findet man: $U > \sqrt{2gH}$

" $2\alpha + \beta = 180°$ fanden wir: $U = \sqrt{2gH}$ und

" $2\alpha + \beta < 180°$ " " $U < \sqrt{2gH}$.

Es ist zur Vermeidung von schädlichen Räumen angemessen, das äußere Ende der Radschaufeln geradlinig zu machen, denn es wird dann $k = 1$; im andern Falle entstehen beim Herausfliessen des Wassers luftleere Räume wodurch den Wasserteilchen

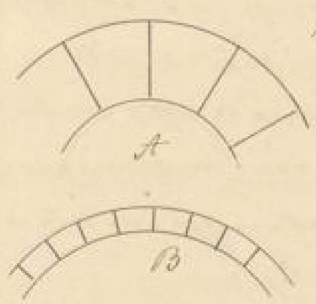


Gelegenheit gegeben wird sich zu zerschlagen & Wirbel zu bilden. Bei dem Turbinenrad darf das Wasser mit schwacher Convergenz ausströmen so daß man $k_1 = 0·9$ setzen darf. Das Wasser erleidet überdies in dem Rade so viele Stöße, daß es schäumt & man daher die untere Oeffnung lieber etwas größer macht, was dadurch geschieht daß wir $k_2 < 1$ setzen.

Die Ausflußgeschwindigkeit des Wassers aus den Kanälen des Leitrades stimmt mit der Wirklichkeit überein, wenn wir für U den Werth setzen, der sich bei der Theorie ergab;

$$U = \sqrt{gH \frac{\sin\beta}{\cos\alpha \sin(\alpha+\beta)}}.$$

Das Verhältniß zwischen $R_1$ & $R_2$ müssen wir so anzunehmen suchen, daß den Voraussetzungen so gut als möglich genügt wird. Construiren wir nach A, so wird das Rad klein, & im Falle B wird es groß. Es ist aber leicht einzusehen daß weder eine Schaufel im Kranze A noch eine im Kranze B gut sein kann, denn bei A wird in diesem Falle das Wasser nicht mehr gehörig geleitet. Bei B wird dadurch die Schaufelzahl sehr groß, diese könnten großen Widerstand verursachen; & dann ist auch die Reibungsfläche während das Wasser durchs Rad geht sehr groß.




Für gewöhnliche Verhältnisse dürfen wir annehmen:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{2}{3}$$

Bei größeren Wassermengen nähern wir uns mehr $\frac{1}{2}$ & bei großen Gefällen & kleinen Wassermengen mehr der Einheit.

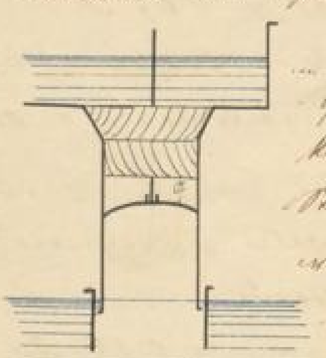
Ueber die Anzahl der Leitschaufeln geben uns die aufgestellten Formeln keinen Aufschluß, wohl aber äußere Voraussetzungen einen leitenden Gedanken. Es ist nämlich darin ausgedrückt, daß die Wasserfäden sich bei Bewegung durch die Räder nicht zerschlagen sollen; machen wir nun viele Schaufeln, so entsteht durch die Dicke einer jeden beim Ausströmen des Wassers einen luftleeren Raum durch welchen dem Wasser Gelegenheit geboten wird sich zu zerschlagen, dann verursachen viele Schaufeln eine große Reibungsfläche. In der Regel kann man für normale Verhältnisse nehmen: Anzahl der Leitschaufeln $i = 16$ & Anzahl der Turbinenradschaufeln $i_1 = 24$; es ist aber besser eher mehr als weniger anzunehmen.

Die Metalldicke der Schaufeln kommt bei der Rechnung nicht als absoluter Wert vor, sondern nur das Verhältnis $\frac{\varepsilon}{R}$; es ist nun angemessen zu nehmen: $\varepsilon = \varepsilon_1 = \frac{1}{40} R = 0.025 R$.
Darnach entscheidet es sich ob man die Schaufeln von Blech macht od. ob man sie gießt.

Der äußere Halbmesser $R_1$ ist nach der Formel $R_1 = \sqrt{\frac{Q}{\pi k \left(1-\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2\right)}} \ldots$ Seite 59 zu nehmen.

Die Weite der Leit- & Radcanäle, die vortheilhafteste Geschwindigkeit eines Wassers am Umfange des Kreises $R$, die vortheilhafteste Anzahl der Umdrehungen, sowie verschiedene empirische Regeln sind S. 164 & 165 d. Resultate angegeben.

Die Höhe des Turbinenrades ist dort $= 0.5\,R$ angegeben; machen wir das Rad zu nieder, so müssten die Schaufeln zu stark gekrümmt werden & das Wasser wird zu sehr abgelenkt, dagegen ist hier die Reibungsfläche klein; machen wir das Rad sehr hoch, so wird die Reibungsfläche sehr groß, dagegen werden die Schaufeln nicht sehr gekrümmt. Die Leitradhöhe $= 0.6\,R$.



Unterhalb des Rades wird eine gewisse Pressung $Q$ herrschen die bei einem guten Gang der Turbine klein, bei einem schlechten Gang groß sein muß. Rücken wir den Schützen unten etwas herab, spannen wir also den Wasserabfluß, so muß das Wasser mit größerer Geschwindigkeit unten ausströmen & dies ist nicht anders möglich, als daß $Q$ größer wird.

wodurch entsteht aber notwendig ein schlechter Gang der Turbine, daher kann dieser Schützen nicht zur Regulierung gebraucht werden. Die Erfahrungen haben auch gezeigt, daß wenn man nur die Hälfte der Wassermenge zuströmen läßt, die Effektleistung nicht 1/2 wird, sondern nur 1/8.

## Specielle Formeln zur Berechnung Jonval'scher Turbinen für gewöhnliche Wasserkräfte.

Für normalere Verhältnisse, wenn also das Gefälle nicht zu groß, & die Wassermenge nicht zu klein ist, darf man für die in den aufgestellten Formeln rechts vom Gleichheitszeichen stehenden Größen mittlere Werte annehmen, wodurch sich diese Gleich. sehr vereinfachen. Es ergeben sich dann die speziellen Formeln Seite 165 & 166 der Resultate.

Für außergewöhnliche Wasserkräfte muß man sich der Formeln Seite 167 & 168 d. Resultate bedienen.

Partialturbinen siehe Seite 169 der Resultate.

## Berechnung einer Jonval'schen Turbine.

Es sei gegeben: $Q = 1.6$ Cub. M. $H = 4$ Met.

Wir können in diesem Falle nach den Regeln für normale Verhältnisse S. 165 & 166 d. Resultate rechnen.

$\sqrt{2gH} = 8.86$ M. $\alpha = 24^\circ$ $\beta = 66^\circ$ $k = 1$, $k_1 = 0.9$

$u = 0.707\sqrt{2gH} = 0.707 \cdot 8.86 = 6.26$ M. $\frac{R_2}{R_1} = \frac{2}{3}$ $i = 16$, $i_1 = 24$

$\frac{e}{R} = \frac{e_1}{R_1} = \frac{1}{40}$, $R_1 = 1.330\sqrt{\frac{1.6}{6.26}} = 0.674$ M. $R_2 = \frac{2}{3}\,0.674 = 0.448$

$R = \frac{1}{2}(R_1 + R_2) = 0.561$ ; $s = 0.1372 \cdot 0.561 = 0.07$ M.

$s_1 = 0.0811 \cdot 0.561 = 0.045$ . $v = 0.6\sqrt{2gH} = 0.6 \cdot 8.86 = 5.32$

$n = 9.548\,\frac{5.32}{0.561} = 90$ Umdrehungen. Schaufeldicke $= \frac{1}{40} R = 0.014$.

__2^tes Beispiel__ Nehmen wir an: $Q = 0.2$ Cub. M. $H = 50$ M. & versuchen zuerst nach den gewöhnlichen Regeln zu rechnen:

$N_a = 133$ Pferdekr. $\frac{N_n}{N_a} = 0.65$, $N_n = 86$ Pferde.

$\sqrt{2gH} = \sqrt{2g \cdot 50} = 31.35$ M. $R_1 = 1.38\sqrt{\frac{0.2}{0.707 \cdot 31.35}} = 0.138$ Met.

$R_2 = \frac{2}{3} R_1 = \frac{2}{3} 0.138 = 0.092$ M. $R = \frac{1}{2}(R_1 + R_2) = \frac{5}{6} R_1 = 0.115$ M.

$s_1 = 0.081 R = 0.009$ M., $v = 0.6 \cdot 31.35 = 18.8$ M.

$$n = 9.548 \frac{18.8}{0.115} = 1560 \text{ Umdrehungen.}$$

Weil diese Umdrehungsgeschwindigkeit zu groß ausfällt so müssen wir nach den Regeln für ungewöhnliche Fälle S. 167 & 168 das Schaufelrad rechnen, & erhalten darnach:

$$U = 0.692 \sqrt{2gH} = 0.692 \cdot 31.35 = 21.7 \text{ M.}$$

$$R_1 = 1.966 \sqrt{\frac{0.2}{21.7}} = 0.191. \quad R_2 = \frac{5}{7} 0.191 = 0.136 \text{ M.}$$

$$R = 0.163, \quad v = 0.579 \cdot 31.35 = 18.15.$$

$$n = 9.548 \frac{18.15}{0.163} = 1060 \text{ Umdrehungen.}$$

Daß die Effektleistung bei so großen Geschwindigkeiten keine sehr glänzende sein, ist leicht begreiflich, denn es ist nicht denkbar daß das Wasser in der unendlich kleinen Zeit die es zu seinem Durchströmen braucht alle Geschwindigkeit verliert & dann wird der Bewegungszustand im Rad ebenfalls kein sehr ruhiger sein.

Innerhalb der Grenzen der Anwendbarkeit der Wasserräder sind daher dieselben bei großen Gefällen den Turbinen vorzuziehen, während bei kleineren Gefällen die Turbinen den Wasserrädern vorzuziehen sind. Für mittlere Gefälle sind beide Anordnungen gleich gut.


Graphisch dargestellt erscheinen die Kurven welche das Güteverhältniß der Wasserräder & Turbinen ausdrücken ungefähr in der hier verzeichneten Weise, wenn man als Abscisse das Gefälle & als Ordinate das Güteverhältniß $\frac{N_n}{N_a} = k$ aufträgt.

Die Konizität des Seitrades hat den Zweck die Aufstellung zu erleichtern, indem man dasselbe geradezu in den Trichter der Wasserzuleitungsröhre einsetzt ohne es weiter viel befestigen zu müssen. Durch dieselbe wird aber auch das Wasser gegen die Achse geschleudert, während es die Centrifugalkraft

Gewicht zu schleudern sucht. Es wird also ein Wassertheilchen unter der Einwirkung dieser beiden Kräfte bei einer gewissen Geschwindigkeit der Turbine seine Bewegung durch die beiden Räder so vollbringen, daß es seine Entfernung von der Axe während es niedergeht nicht ändert.

---

## Die Turbine von Fourneyron mit zwei in einander liegenden Rädern.

Es ist hier nöthig die Centrifugalkraft bei der Bewegung des Wassers durch die Räder mit in Rechnung zu bringen & die Theorie dieser Turbine unterscheidet sich nur hierdurch von der Theorie der Jonval'schen Turbine.

Wir nennen hier: $\alpha$, den Winkel unter welchem die Leitcurven den inneren Umfang des Schützenmittels durchschneiden, $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, $k$, $k_1$, $U$, $R_2$, $R_1$, $r$, $r_1$, $s$, $s_1$, $\delta_1$, $\delta_2$, $n$ haben die Seite 172 der Resultate angegebene Bedeutung, $v$, $v_1$ sind die absoluten Geschwindigkeiten am inneren & äußeren Umfang des Turbinenrades, $u$, $u_1$ die relativen Geschwindigkeiten am inneren & äußeren Umfang des Turbinenrades gemessen, $W$ = absolute Geschwindigkeit mit welcher das Wasser das Rad verläßt.

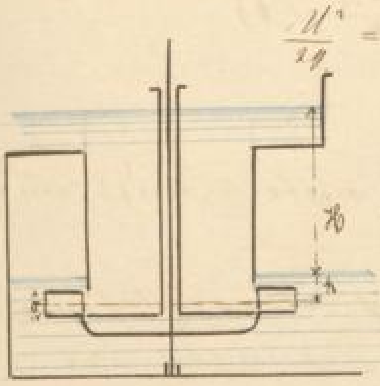
$A$ Druck der Atmosphäre auf 1□ Met., $P$ Druck des Wassers auf 1□ M. in der ringförmigen Spalte zwischen Leit & Turbinenrad, $Q$ Pressung auf 1□ M. außerhalb des Rades am äußeren Umfang; $\Omega$, $\Omega_1$, $\Omega_2$ haben die bei der Theorie der Jonval'schen Turbine angegebene Bedeutung.

Wir gehen auch hier wieder darauf aus die Bedingungen ausfindig zu machen, unter denen ein solches Rad einen günstigen Effekt verspricht. Wir machen hier wieder dieselben Voraussetzungen wie bei der Theorie der Jonval'schen Turbine.

1) Bedingung welche ausdrückt, daß das Wasser überall die

Kanäle erfüllt: $Q = \Omega U k = \Omega_2 u_2 = \Omega_1 u_1 k_1$ (1)
Geschwindigkeit mit welcher das Wasser aus den Kanälen des Leitrades austritt:

$$\frac{U^2}{2g} = \frac{A}{1000} + H + h - \frac{P_1}{1000} \quad (2)$$

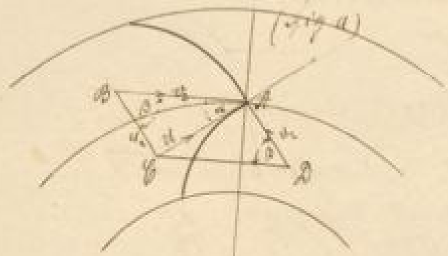



damit das Wasser ohne Stoß ins Rad trete muß sein nach Fig a:

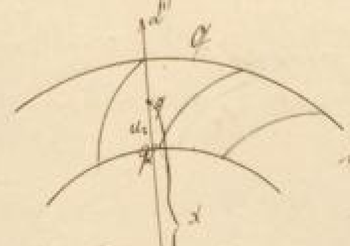
$$\frac{v_1}{U} = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\beta} \quad (3)$$

$$\frac{u_1}{U} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \quad (4)$$

und als Folgerung aus (3) & (4) hat man: $u_1^2 = U^2 + v^2 - 2Uv\cos\alpha$ (5)




Wenn das Rad sich bewegt, so wird das Wasser fortgeschleudert; fragen wir nun wie die relative Bewegung des Wassers ist, wenn das Rad in Bewegung ist:




Man kann nachweisen, daß die relative Bewegung des Wassers durch die Kanäle ganz genau so erfolgt, wie wenn das Rad sich nicht bewegt, das Wasser mit einer Geschwindigkeit $u_1$ eintritt, wenn ein Druck $P_1$, außen ein Druck $Q$ stattfindet & jedes Wassertheilchen in jedem Moment seiner Bewegung nach auswärts getrieben würde mit einer gewissen Kraft $Z$ die so groß ist als die Centrifugalkraft.

Sei $q$ das Volumen eines Wassertheilchens, $x$ seine Entfernung von der Radaxe so ist die Centrifugalkraft =

$$Z = \frac{1000q}{g}\,\frac{\left(\frac{v_1}{R_1}x\right)^2}{x} = \frac{1000q}{g}\,\frac{v_1^2}{R_1^2}\,x$$

die Aenderung der lebendigen Kraft welche dem Gewichtstheilchen entspricht ist:

$$\int_{R_1}^{R_2} Z = \frac{1000q}{g}\,\frac{v_1^2}{R_1^2}\int x\,dx$$

$$= \frac{1000q}{g}\,\frac{v_1^2}{R_1^2}\,\frac{1}{2}\left(R_2^2 - R_1^2\right)$$

oder endlich: $\int_{R_1}^{R_2} L = \frac{1000 q}{2g}(v_2^2 - v_1^2)$

Wir haben daher anzuschreiben für das Hinausbewegen:

$$\frac{u_2^2}{2g} = \frac{u_1^2}{2g} + \frac{P}{1000} - \frac{Q}{1000} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \quad (6)$$

der Druck am äußeren Radumfang:

$$\frac{Q}{1000} = \frac{A}{1000} + h \quad (7)$$

damit das Wasser ohne Geschwindigkeit austritt, muß sein:

$$v_1 = u_1 \quad (8) \qquad \gamma = 0. \quad (9)$$

Die Theorie dieser Turbine unterscheidet sich wie ersichtlich nur dadurch von der der Jonval'schen, daß hier in (6) das Glied wegen der Centrifugalkraft vorkommt.

Aus (2) folgt: $\frac{P}{1000} = \frac{A}{1000} + H + h - \frac{U^2}{2g}$

Die Gleichg (7) heißt: $\frac{Q}{1000} = \frac{A}{1000} + h$ und vermöge (8) ist: $v_1 = u_1$. diese Werthe in (6) eingesetzt, so erhalten wir:

$$\frac{u_2^2}{2g} = \frac{u_1^2}{2g} + \frac{A}{1000} + H + h - \frac{U^2}{2g} - \frac{A}{1000} - h + \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}$$

$$0 = u_2^2 + 2gH - U^2 - v_2^2$$

oder für $u_2$ seinen Werth aus (3) gesetzt:

$$0 = U^2 + v_2^2 - 2Uv_2 \cos\alpha + 2gH - U^2 - v_2^2$$

$$2gH = 2Uv_2 \cos\alpha$$

$$2gH = 2U \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\beta} \cos\alpha$$

$$U = \sqrt{gH \frac{\sin\beta}{\cos\alpha \sin(\alpha+\beta)}}$$

Es ist dies ganz dasselbe Resultat wie wir es bei der Jonval'schen Turbine erhalten; ebenso finden wir natürlich:

$$v_2 = \sqrt{gH \frac{\sin\beta}{\cos\alpha \sin(\alpha+\beta)} \frac{\sin^2(\alpha+\beta)}{\sin^2\beta}} = \sqrt{gH \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha \sin\beta}}$$

Mit einer Folgerung aus (1) wird hier etwas anders:

$\Omega = i s \delta$, $\Omega_1 = i_1 s_1 \delta$ vorausgesetzt daß der Schaufeln ganz ausgezogen ist. $\Omega u k = \Omega_1 u_1 k_1$

$$\frac{\Omega k}{\Omega_1 k_1} = \frac{u_1}{U} = \frac{v_1}{U} = \frac{v_2 \frac{R_1}{R_2}}{U} = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\beta} \frac{R_1}{R_2}$$

letzteres vermöge der Gleichg (3).

$$\frac{i\,s\,S}{i_1\,s_1\,S_1}\cdot\frac{k}{k_1} = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\beta}\,\frac{R_1}{R_2}$$

$$s_1 = s\,\frac{k}{k_1}\,\frac{i}{i_1}\,\frac{R_2}{R_1}\,\frac{\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$$

In dieser Gleich. kommt das Verhältniß $\frac{R_2}{R_1}$ vor, was bei der Jonval'schen Turbine nicht der Fall ist.

Die Regeln zur Berechnung der Hauptabmessungen einer zu erbauenden Fourneyron'schen Turbine sind Seite 173 der Resultate angegeben. Dieselben folgen so aufeinander, wie man sie beim Verzeichnen gebraucht.

## Die Turbine von Cadiat.

Versuchen wir in der vorher aufgestellten Theorie der Fourneyron-schen Turbine $\alpha = 90°$ zu setzen, so wird:

$$U = \sqrt{gH\,\frac{\sin\beta}{\cos 90^\circ \sin(90^\circ+\beta)}}$$

da $\cos 90^\circ = 0$ ist, so erscheint für $U$ unter einer unendlichen Form.

$$U = \sqrt{gH\,\frac{\sin\beta}{\cos 90^\circ \cos\beta}} = \sqrt{gH\,\frac{\operatorname{tg}\beta}{\cos 90^\circ}}$$

Machen wir auch $\beta = 0$, so erscheint $U$ unter einer unbestimmten Form. Dies ist aber nicht realisirbar ($\beta = 0$), doch können wir es klein machen.

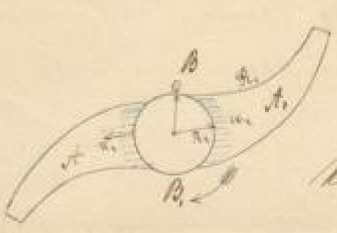
Für $v$ feineren Werth erhalten wir:

$$v = 0.707\sqrt{gH\,\frac{\sin(90^\circ+\beta)}{\sin\beta\cos 90^\circ}} = 0.707\sqrt{gH\,\frac{\cot\beta}{\cos 90^\circ}}$$

Aus dieser Gleich. geht hervor, daß den Bedingungen des Effektes für Leitschaufeln nicht genügt werden kann & daß

## Die schottische Turbine

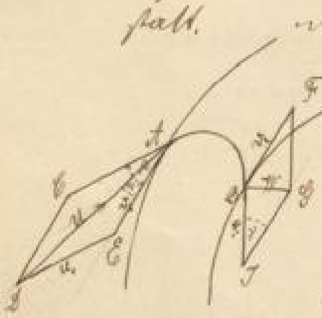
dieselben ebenfalls nicht entsprechen kann. Bei derselben ist es eine Unmöglichkeit, daß das Wasser ohne Störung vom Zufluß-kanal in die Turbine gelangen kann, denn während sie in der verzeichneten Stellung bei $A$ & $A_1 = u_2$ ist, ist sie bei $B$ & $B_1$ Geschwindigkeit $= 0$; wenn nun die Ausströmungsöffnungen in die Lage $B\,B_1$ kommen, so muß diese Geschwindigkeit 0 plötzlich in



die Geschwindigkeit $u_2$ verwandelt werden & die bei $A A_1$ vorhandene Geschwindigkeit $u_2$ muß $= 0$ werden, diese Geschwindigkeitsänderungen sind immer mit Stößen verbunden welche die lebendige Kraft erschöpfen & Unregelmäßigkeiten in der Bewegung des Wassers veranlassen. Diesem Uebelstande kann allerdings abgeholfen werden wenn wir veranlassen daß der innere Radumfang sehr langsam geht & dies können wir thun indem wir $v_1 = \lambda\sqrt{2gH}$ d.h. $v_1$ dem $\sqrt{2gH}$ proportional machen. Wir müssen dann den äußeren Radumfang gegen den inneren sehr groß machen, d.h. $\frac{R_2}{R_1}$ klein machen.
Das Wichtigste zur Verzeichnung einer solchen Turbine ist S. 176 & 177 d. Resultate angegeben, übrigens ist zu bemerken, daß sie nur mehr sehr selten angewandt wird.

## Theorie der Tangentialräder

Nehmen wir an es finde äußere Einströmung & innere Ausströmung statt. Das Wasser trete nach der Richtung DA mit einer




Geschwindigkeit $U$ in das Rad & der Radumfang gehe mit einer Geschwindigkeit AC, so ist CA die relative Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers.

Bedingung dafür daß das Wasser ohne Stoß in das Rad übertreten soll:

$$\frac{u_1}{U} = \frac{\sin\alpha}{\sin(\pi-\beta)} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \quad (1)$$

$$\frac{v_1}{U} = \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin(\pi-\beta)} = \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\beta} \quad (2)$$

$$U = \sqrt{2gH} \quad (3) \quad \text{(annähernd)}$$

Bewegungsgleichung des Wassers im Rad:

$$\frac{u_2^2}{2g} = \frac{u_1^2}{2g} - \left(\frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}\right) \quad (4)$$

weil die Centrifugalkraft der Bewegung des Wassers entgegenwirkt. Damit das Wasser ohne Geschwindigkeit austritt muß sein: $v_2 = u_2 \qquad \gamma = 0 \quad (5)$

Annähernd ist: $\frac{2 R_1 \pi}{i_1} \sin\alpha = s_1$.

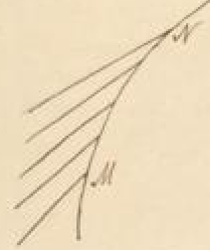
ebenso ist: $\frac{2R_2\pi}{i_1}\sin\gamma = s_2$ annähernd.
damit die Kanäle geeignete Verhältnisse bekommen, muß sein:

$s_1\,\delta_1\,u_1 = s_2\,u_2\,\delta_2$ wobei $\delta_1$ die Radhöhe:

$s_1 u_1 = s_2 u_2$ oder für die s ihre Werthe

gesetzt: $\frac{2R_1\pi}{i_1}\sin\alpha\, u_1 = \frac{2R_2\pi}{i_1}\sin\gamma\, u_2$

$R_1\sin\alpha\, u_1 = R_2\sin\gamma\, u_2$ (6)



Sei die Bogenlänge MN durch welche das Einströmen stattfindet $= S$ so ist annähernd $S\sin\alpha$ die Summe aller Kanalweiten.

$$S\sin\alpha\,\delta_1 U = Q$$

$$S\sin\alpha\,\frac{\delta_1^2}{\delta_1}U = Q$$

$$\delta_1 = \sqrt{\left(\frac{\delta_1}{s}\right)\frac{Q}{U\sin\alpha}} \quad (7)$$

Führen wir in (4) die Beziehung (3) ein, so kommt:

$$\frac{v_2^2}{2g} = \frac{u_1^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} + \frac{v_2^2}{2g} \quad \text{oder: } u_1 = v_1 \quad (2)$$

Vermöge (1) & (2) muß sein: $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\beta}$ od. $\alpha = \beta - \alpha$ (a)

$2\alpha = \beta$, ist dies der Fall, so ergibt sich wenn man (a) & (b) in (2) einsetzt: $v_1 = \frac{\sin(2\alpha-\alpha)}{\sin 2\alpha}U$

$$v_1 = \frac{\sin\alpha}{2\sin\alpha\cos\alpha}U = \frac{U}{2\cos\alpha} \quad (c)$$

Die Gleich. (6) können wir vermöge (5) & (a) in folgender Weise schreiben: $R_1 v_1\sin\alpha = R_2 v_2\sin\gamma$

$$\frac{R_1}{R_2}\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin\gamma}{\sin\alpha}$$

$$\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = \frac{\sin\gamma}{\sin\alpha} \quad (d)$$

Statt den Gleichungen von (1) bis (7) können wir folgendes aufschreiben:

$U = 2gH$ (I)
$u_1 = v_1 = \frac{U}{2\cos\alpha}$ (II)
$\beta = 2\alpha$ (III)
$u_2 = v_2 = \frac{R_1}{R_2}\frac{U}{2\cos\alpha}$ (IV)
$\sin\alpha = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2\sin\gamma$ (V)
$\delta_1 = \sqrt{\left(\frac{\delta_1}{s}\right)\frac{Q}{U\sin\alpha}}$ (VI)

γ soll klein gehalten werden; aber es werden dann auch α & β klein, & daraus ist es gut bei Ausführungen das γ nicht zu klein anzunehmen, damit α & β doch eine gewisse Größe erhalten. $\frac{R_2}{R_1}$ ist wegen (5) möglichst nahe gleich der Einheit zu nehmen.

was aber die üble Folge hat, daß die Schaufeln sehr stark gekrümmt werden müssen.

Zur Bestimmung von $\delta_1$ nehme man das Verhältnis $\frac{\delta_1}{\gamma}$ an, & mache es bei kleinen Wassermengen klein, bei großen groß.

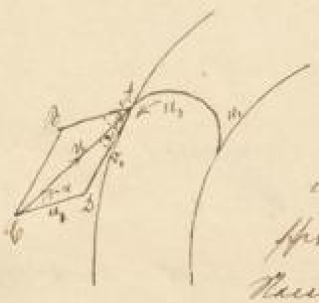
**Beispiel.** Bei $\gamma = 15°$, $\frac{R_2}{R_1} = \frac{3}{4}$ so ist: $\sin\alpha = \sin 15° \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 0{\cdot}1456$ nehmen $\alpha = 9°$; $\beta = 2\alpha = 18°$, $v_1 = \frac{U}{2}$

$\frac{\delta_1}{\gamma} = 1$ gesetzt, so wird: $\delta_1 = \sqrt{\frac{Q}{U\,0{\cdot}1456}}$

Diese Annahmen mögen für normalere Verhältnisse gelten.

II) Nehmen wir an das Wasser strömen von Außen ein & aus, so ist:

$$\frac{v_1}{U} = \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin\beta} \quad (1)$$



$$\frac{u_1}{U} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \quad (2)$$

$$\frac{u_2^2}{2g} = \frac{u_1^2}{2g} - \left(\frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}\right) = 0 \quad (3)$$

weil die Wassertheilchen hinein & wieder heraus springen sollen.

Nennen wir $u_3$ die Geschwindigkeit mit der das Wasser Außen wieder ankommt, so ist:

$$\frac{u_3^2}{2g} = \frac{v_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g} \quad (4)$$

damit das Wasser Außen ohne absolute Geschwindigkeit ankommt, müssen wir machen daß:

$$\beta = 0 \quad (5) \quad \& \quad u_3 = v_1 \quad (6)$$ wird.

Vergleichen wir (3) mit (4) so folgt daraus:

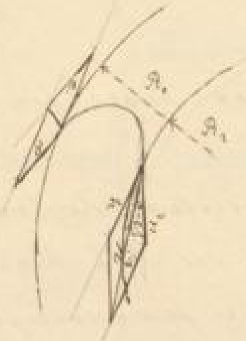
$$u_3 = u_1 \quad (8)$$ & diese Gleich. mit (6)

verbunden gibt: $u_3 = u_1 = v_1$

Ist dem so, so folgt auch mit (3) $v_2 = 0$.

Die in diesen Gleich. ausgesprochenen Bedingungen sind aber in Wirklichkeit nicht realisirbar & deshalb diese Turbinen prinzipiell unrichtig.

III Lassen wir das Wasser von Innen einströmen & nach Außen ausströmen & sehen zu, was wir unter dieser Voraussetzung für Resultate erhalten:



Es wird dann:

$$\frac{u_2}{U} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \quad (1)$$

$$\frac{v_2}{U} = \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\beta} \quad (2)$$

$$\frac{u_1^2}{U} = \frac{u_2^2}{2g} + \left(\frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}\right) \quad (3)$$

$$u_1 = v_1 \quad (4) \qquad \gamma = 0 \quad (5)$$

ferner ist: $\delta_1 \frac{2R_2\pi}{i} \sin\beta\, u_2 = \delta_1 \frac{2R_1\pi}{i} \sin\gamma\, u_1 = Q \quad (6)$

Wegen der Gleichg (4) folgt aus (3): $u_2 = v_2$

& durch Kombination von (1) & (2):

$$\sin\alpha = \sin(\beta-\alpha) \;;\quad \alpha = \beta - \alpha \qquad \beta = 2\alpha \quad (7)$$

Aus (2) folgt: $v_1 = \frac{U}{2\cos\alpha}$ (8) wobei $U = \sqrt{2gH}$

die Gleichg (6) heißt auch noch:

$$R_2 \sin\beta\, u_2 = R_1 \sin\gamma\, u_1$$

Vermöge (7) & (4) können wir aber aufschreiben:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{u_2}{u_1} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta}$$

$$\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta} \;;\quad \sin\beta = \sin\gamma \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2$$

Bei der Theorie für äußere Einströmung & innere Ausströmung des Wassers hatten wir das Verhältniß $\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$ in Rechnung, während hier $\left(\frac{R_1}{R_2}\right)$ in Rechnung steht.

Diese Anordnung ist allerdings in theoretischer Hinsicht fehlerfrei, also dem Prinzip nach gut, aber für die Ausführung mit vielfachen Schwierigkeiten verbunden, wohin namentlich die Leitung des Wassers nach dem inneren Radumfang wo es in das Rad einströmen soll, gehört. Man findet deshalb eine derartige Anordnung in der Wirklichkeit gar nicht od. doch nur äußerst selten, während man das zuerst besprochene Tangentialrad gewöhnlich angewendet sieht.

## Constructive Details.

Für Niederdruckturbinen wählt man in der Regel die neben verzeichnete sog. freie Aufstellung.
Es ist gut, wenn die Turbine beträchtlich tief unter Wasser geht weil sonst die Bewegung des Wassers in das Rad eine wirbelnde Bewegung im ganzen Bassin hervorruft, & so die Regelmäßigkeit des Zuflusses stört.
Diese Wirbel können sich indessen nur dann bilden, wenn die Turbine hoch oben aufgestellt wird; bei einer bis zwei Meter Tiefe unter der Oberfläche des Wassers im Zuflußkanal kommt das schon nicht mehr vor.
Der hölzerne Kasten a welcher die Turbine umgibt muß sehr gut gedichtet werden, damit keine Wasserverluste entstehen können.

Es ist eine schlechte Anordnung das Lager für untere Zapfen auf dem Boden anzubringen, sondern es soll dasselbe immer in dem die Turbine umgebenden Mantel befestigt sein, damit bei etwaigem Vibriren der Turbine kein Anstoßen derselben an den Mantel, & dadurch eine Zertrümmerung entstehen kann. Dies ist bei der letzteren Anordnung nicht möglich, indem der Turbinenmantel die Vibrationen der Turbine selbst mitmachen muß.
Wenn das Wasser das Turbinenrad verläßt, so kommt es keineswegs so ruhig heraus wie wir es bei der Theorie annehmen, sondern es bilden sich Wirbel welche das Grundbett aufwühlen & das Fundament mit der Zeit zerstören. Es muß daher vor Allem dafür gesorgt werden, daß das Grundbett unmittelbar unter der Turbine auf das solideste hergestellt werde. Die nebige Figur zeigt dafür eine recht gute Anordnung mittelst eines Pfahlrostes.