

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Gesammelte Werke

Die Prinzipien der Mechanik

Hertz, Heinrich

Leipzig, 1910

Zusammenstoß zweier Systeme

[urn:nbn:de:bsz:31-288857](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-288857)

Folgerung. Die Energie, welche ein auf ein ruhendes System treffender Stoß in dem System erzeugt, fällt um so größer aus, je mehr Zusammenhänge des Systems wir auflösen. Der größte mögliche Wert jener Energie, welcher aber nur durch Auflösung aller Zusammenhänge erreicht wird, ist gleich dem Quadrat der Größe des Stoßes, dividiert durch die doppelte Masse des Systems. 725

Zusammenstoß zweier Systeme.

Erläuterungen.

1. Wir sagen, zwei Systeme stoßen zusammen, wenn sie sich so verhalten, als hätten sie während einer sehr kurzen Zeit eine Koppelung erfahren. Diese Koppelung nehmen wir als eine direkte an, indem wir geeignete Wahl der Koordinaten beider Systeme voraussetzen (452). 726

2. Eine solche vorübergehende Koppelung haben wir aufzufassen als eine dauernde Koppelung beider Systeme mit einem dritten, unbekanntem System von solcher Beschaffenheit, daß es im allgemeinen keinen Einfluß hat auf die Bewegung jener, daß aber in unmittelbarer Nachbarschaft solcher Lagen, in welchen gewisse Koordinaten des einen Systems gewissen Koordinaten des anderen Systems gleich werden, es diese Koordinaten vorübergehend gleich zu bleiben zwingt. Diese vorübergehend gleichbleibenden Koordinaten nennen wir die gemeinsamen Koordinaten beider Systeme. 727

3. Vor und nach dem Zusammenstoße sind die Änderungsgeschwindigkeiten der Koordinaten eines jeden der beiden zusammenstoßenden Systeme lediglich den Bedingungsgleichungen ihres eigenen Systems unterworfen. Während des Stoßes aber sind die Änderungsgeschwindigkeiten der gemeinsamen Koordinaten auch an die Koppelungsgleichungen gebunden. Diese Änderungsgeschwindigkeiten müssen also, wie die Koordinaten selbst, während des Stoßes beziehlich gleich geworden und eine Zeitlang gleich geblieben sein. Die 728

Zeit aber, in welcher sich diese Vorgänge abspielen, betrachten wir als verschwindend klein, und die Vorgänge in ihr als gänzlich unbekannt. Wir betrachten die Systeme nur vor und nach dem Stoße, und erwarten, daß man von uns auch nur solche Aussagen über den Zusammenstoß verlange, welche sich ohne Kenntnis der Vorgänge während der Stoßzeit aussagen lassen.

- 729 **Aufgabe.** Die Bewegung zweier zusammenstoßender Systeme nach dem Stoße aus ihrer Bewegung vor dem Stoße so weit zu bestimmen, als es ohne Angabe der Vorgänge während der Stoßzeit möglich ist.

Es seien die p_e die r Koordinaten des einen, die p_e die r Koordinaten des anderen Systems. Die Zahl der gemeinsamen Koordinaten sei s . Beim Zusammenstoß erfährt jedes der beiden Systeme einen Stoß; es seien die Komponenten des Stoßes, welchen das erste System erfährt J_e ; die Komponenten des Stoßes, welchen das zweite System erfährt, seien \mathfrak{J}_e . Die Größen vor und nach dem Stoße seien wieder durch die Indices 0 und 1 bezeichnet.

Nun gelten erstens für alle Koordinaten des ersten Systems Gleichungen von der Form 689e und für alle Koordinaten des zweiten Systems die entsprechenden Gleichungen. Zweitens stehen die Stöße, welche die beiden Systeme erhalten, im Verhältnis von Stoß und Gegenstoß, also ist für alle gemeinsamen Koordinaten nach 682 und 683:

$$J_e = -\mathfrak{J}_e$$

und für alle nicht gemeinsamen Koordinaten beider Systeme:

$$J_e = 0 \quad , \quad \mathfrak{J}_e = 0 \quad .$$

Verbinden wir beide Beziehungen miteinander, so erhalten wir für die s gemeinsamen Koordinaten s Gleichungen von der Form:

$$a) \quad q_{e1} - q_{e0} + \sum_1^k p_{xq} J_x = -q_{e1} + q_{e0} - \sum_1^t p_{xq} \mathfrak{J}_x \quad ,$$

während wir für die $(r-s) + (r-s)$ nicht gemeinsamen Koordinaten $r-s$ Gleichungen von der Form:

$$q_{e_1} - q_{e_0} + \sum_1^k p_{\kappa e} J_{\kappa} = 0 \quad \text{b)}$$

und $r-s$ Gleichungen der Form:

$$q_{e_1} - q_{e_0} + \sum_1^r p_{\kappa e} \mathfrak{J}_{\kappa} = 0 \quad \text{c)}$$

erhalten. Die Gleichungen a) b) c), zusammen mit den $k+f$ Bedingungsgleichungen beider Systeme dürfen wir auffassen als Gleichungen für die Änderungsgeschwindigkeiten \dot{p}_{e_1} und \dot{p}_{e_2} , welche die Bewegung des Systems nach dem Stoße bestimmen, und für die Hilfsgrößen J_{κ} und \mathfrak{J}_{κ} . Wir haben also im ganzen $r+r-s+k+f$ nicht homogene, lineare Gleichungen, welchen die $r+r+k+f$ Unbekannten genügen müssen, und welche diejenigen Aussagen enthalten, welche die Aufgabe verlangte.

Anmerkung. Sind die Koordinaten p_e und p_e freie Koordinaten ihrer Systeme, so können die Gleichungen des Zusammenstoßes in einfacherer Form geschrieben werden. Es werden nämlich erhalten durch Berücksichtigung der gemeinsamen Koordinaten s Gleichungen der Form:

$$q_{e_1} + q_{e_1} = q_{e_0} + q_{e_0} \quad , \quad \text{a)}$$

durch Berücksichtigung der nicht gemeinsamen Koordinaten des ersten Systems $r-s$ Gleichungen der Form:

$$q_{e_1} = q_{e_0} \quad , \quad \text{b)}$$

durch Berücksichtigung der nicht gemeinsamen Koordinaten des zweiten Systems $r-s$ Gleichungen der Form:

$$q_{e_1} = q_{e_0} \quad , \quad \text{c)}$$

zusammen also $r+r-s$ Gleichungen für die zu bestimmenden $r+r$ Unbekannten \dot{p}_{e_1} und \dot{p}_{e_2} .

- 731 **Folgerung 1.** Die Bewegung zweier Systeme nach ihrem Zusammenstoß ist durch ihre Bewegung vor dem Zusammenstoß und durch die allgemeinen Gesetze der Mechanik noch nicht vollständig bestimmt, sondern es erfordert ihre Bestimmung noch die Angabe weiterer, aus anderen Quellen geschöpfter Beziehungen. Die Zahl dieser weiteren notwendigen Beziehungen ist gleich der Zahl der gemeinsamen Koordinaten, welche beim Zusammenstoß auftreten.
- 732 **Folgerung 2.** Ist es bei einem Zusammenstoß möglich, neben den Beziehungen, welche aus den allgemeinen Gesetzen der Mechanik folgen, noch so viele lineare Gleichungen für die Geschwindigkeitskomponenten nach dem Stoße anzugeben, als gemeinsame Koordinaten auftreten, so ist die Bewegung nach dem Zusammenstoß durch die Bewegung vor demselben eindeutig bestimmt.
- 733 **Anmerkung.** Die besonderen Beziehungen, welche zur Bestimmung der Bewegung beim Zusammenstoß notwendig sind, und welche nicht aus den allgemeinen Gesetzen der Mechanik folgen, hängen ab von der besonderen Natur desjenigen Systems, welches die Koppelung bewirkt, und dessen Eigentümlichkeiten im einzelnen uns verborgen sind. Dies verborgene System ist es auch, welches die Energie aufnimmt, welche etwa aus den zusammenstoßenden Systemen verschwindet, oder welches die Energie liefert, welche in den zusammenstoßenden Systemen etwa gewonnen wird. Der erste Fall tritt z. B. ein beim unelastischen Stoße, bei welchem die unmittelbare Nachbarschaft des Stoßpunktes als das koppelnde System anzusehen ist. Der zweite Fall tritt z. B. ein bei Stößen, welche Explosionen auslösen. Die Einzelbetrachtung dieser besonderen Verhältnisse aber gehört nicht mehr in die allgemeine Mechanik.

Schlußbemerkung zum zweiten Buch.

- 734 In diesem zweiten Buche wollten wir nicht mehr denknotwendige Beziehungen zwischen den Schöpfungen unseres eigenen Geistes erörtern, sondern wir wollten erfahrungsmäßige Zusammenhänge zwischen Gegenständen der äußeren