Gesammelte Werke

Die Prinzipien der Mechanik

Hertz, Heinrich

Leipzig, 1910

Konservative Systeme

urn:nbn:de:bsz:31-288857

Konservative Systeme.

Definition 1. Ein materielles System, welches keine anderen verborgenen Massen enthält, als solche, welche adiabatische cyklische Systeme bilden, heißt ein konservatives System. 601

Der Name ist veranlaßt durch eine Eigenschaft solcher Systeme, welche später hervortreten wird; er ist zunächst durch den Anschluß an den feststehenden Gebrauch der Mechanik genügend gerechtfertigt.

Anmerkung. Jedes konservative System kann betrachtet werden als bestehend aus zwei Teilsystemen, von denen das eine alle sichtbaren Massen, das andere alle verborgenen Massen des ganzen Systems enthält. Die Koordinaten des sichtbaren Teilsystems, also die sichtbaren Koordinaten des ganzen Systems, sind zugleich die Parameter des verborgenen Teilsystems. 602

Wir bezeichnen dauernd die Masse des sichtbaren Teilsystems mit m, seine Koordinaten mit p_ϱ, seine Momente nach den p_ϱ mit q_ϱ. Die Masse des verborgenen Teilsystems werde mit $\mathfrak{m}$ bezeichnet, seine Koordinaten mit $\mathfrak{p}_\varrho$, seine Momente nach diesen mit $\mathfrak{q}_\varrho$.

Definition 2. Unter der Kräftefunktion eines konservativen Systems verstehen wir die Kräftefunktion seines verborgenen Teilsystems (**563**). 603

Die Kräftefunktion eines konservativen Systems ist also im allgemeinen gegeben als Funktion der sichtbaren Koordinaten und konstanter Größen, ohne daß der Zusammenhang dieser Konstanten mit den Momenten des cyklischen Teilsystems offen gegeben sei. Die Form dieser Funktion ist durch unsere Betrachtungen keiner Einschränkung unterworfen.

Wir bezeichnen die Kräftefunktion des konservativen Systems dauernd mit U.

Bemerkung. Damit die Bewegung der sichtbaren Massen eines konservativen Systems vollständig bestimmt sei, genügt es, daß seine Kräftefunktion gegeben sei als Funktion seiner sichtbaren Koordinaten, und es macht diese Angabe jede weitere Angabe über die verborgenen Massen des Systems entbehrlich. 604

Denn aus der Kräftefunktion in der angegebenen Form folgen vollständig die Kräfte, welche das verborgene Teilsystem auf das sichtbare ausübt, und diese Kräfte vertreten vollständig den Einfluß des ersteren auf das letztere (**457** ff.).

605 **Definition 3.** Derjenige Teil der Energie eines konservativen Systems, welcher von der Bewegung seiner sichtbaren Massen herrührt, heißt die kinetische Energie des ganzen Systems. Im Gegensatz dazu wird die Energie der verborgenen Massen die potentielle Energie des ganzen Systems genannt.

Die kinetische Energie wird auch wohl als lebendige Kraft bezeichnet; nach einer anderen, älteren Redeweise wird das Doppelte der kinetischen Energie mit diesem Namen belegt.

606 **Bezeichnung.** Wir bezeichnen die kinetische Energie dauernd mit T. T ist demnach eine homogene quadratische Funktion der $\dot{p}_\varrho$, mit gleichem Rechte der q_ϱ; die Koeffizienten dieser Funktion sind Funktionen der p_ϱ. Mit $\partial_p T$ bezeichnen wir das partielle Differential von T, sobald wir die p_ϱ und die $\dot{p}_\varrho$ als unabhängig voneinander veränderliche Variabele betrachten, mit $\partial_q T$ aber dann, wenn wir die p_ϱ und die q_ϱ als unabhängig voneinander veränderliche Variabele betrachten.

Die Energie des verborgenen cyklischen Teilsystems, also die potentielle Energie des ganzen Systems, möge unter Beibehaltung einer bereits benutzten Bezeichnung (**553**) mit $\mathfrak{E}$ bezeichnet werden.

607 **Anmerkung.** Die kinetische und die potentielle Energie eines konservativen Systems unterscheiden sich voneinander nicht durch ihre Natur, sondern nur durch den freiwilligen Standpunkt unserer Auffassung, oder die unfreiwillige Beschränktheit unserer Kenntnis von den Massen des Systems. Dieselbe Energie, welche bei einem gewissen Stand unserer Auffassung oder unserer Kenntnis als potentielle zu bezeichnen ist, ist bei verändertem Stand unserer Auffassung oder Kenntnis als kinetische anzusprechen.

608 **Folgerung 1.** Die Energie eines konservativen Systems ist gleich der Summe seiner kinetischen und seiner potentiellen Energie.

Wir bezeichnen die Gesamtenergie des konservativen Systems dauernd mit E und haben alsdann:

$$E = T + \mathfrak{E} \quad .$$

Folgerung 2. In einem freien konservativen System ist die Summe der potentiellen und der kinetischen Energie konstant in der Zeit; die kinetische Energie wächst nur auf Kosten der potentiellen, und umgekehrt (**340**). 609

Folgerung 3. In einem freien konservativen System ist die Differenz zwischen kinetischer Energie und Kräftefunktion konstant in der Zeit; kinetische Energie und Kräftefunktion nehmen gleichzeitig zu und ab und zwar um gleiche Beträge (**566**). 610

Definition 4. Die Differenz zwischen kinetischer Energie und Kräftefunktion eines konservativen Systems nennen wir die mathematische oder analytische Energie des Systems. 611

Wir bezeichnen die mathematische Energie dauernd mit h. Sie unterscheidet sich von der Energie des Systems nur durch eine von Zeit und Lage des Systems unabhängige, im allgemeinen aber unbekannte Konstante. Für die mathematische Anwendung kann sie die Energie vollständig vertreten, es fehlt ihr aber die physikalische Bedeutung, welche diese besitzt.

Anmerkung. Die Definition wird wiedergegeben durch die Gleichung: 612

$$T - U = h \quad , \qquad \textbf{a)}$$

oder in anderer Schreibart:

$$U + h = T \quad . \qquad \textbf{b)}$$

Ist das konservative System ein freies, so ist in dieser Gleichung die Größe h eine von der Zeit unabhängige Konstante und die Gleichung wird alsdann auch wohl als die Gleichung der Energie für das konservative System bezeichnet.

Aus **b)** und **608** leiten wir noch die Beziehung her:

$$U + h = E - \mathfrak{E} \quad . \qquad \textbf{c)}$$

613 **Definition 5.** Das Zeitintegral der kinetischen Energie eines Systems, genommen zwischen zwei bestimmten Zeiten als Grenzen, wird die Wirkung oder der Kraftaufwand während der Zwischenzeit genannt.

Die Wirkung bei der Bewegung eines konservativen Systems während einer gegebenen Zeit wird also dargestellt durch das Integral

$$\int T\,dt \quad ,$$

genommen zwischen dem Anfangs- und dem Endwerte jener Zeit.

614 **Anmerkung 1.** Bezeichnet ds das Bahnelement des sichtbaren Teilsystems, v die Geschwindigkeit desselben in seiner Bahn, so kann die Wirkung auch dargestellt werden in der Form des Integrals

$$\frac{1}{2} m \int v\,ds \quad ,$$

genommen zwischen den Lagen, in welchen sich das System zu Anfang und zu Ende der betrachteten Zeit befindet.

615 **Anmerkung 2.** Der Name „Wirkung" für das in Rede stehende Integral ist oft als unpassend verurteilt worden. Es ist aber nicht wohl einzusehen, warum der von Jacobi vorgeschlagene Name „Kraftaufwand" besser wäre, noch auch was der ursprünglich von Maupertuis gewählte Ausdruck „action" vor jenen voraushabe. Alle diese Benennungen erwecken Vorstellungen, welche mit dem bekannten Gegenstande nichts zu schaffen haben. Es ist auch schwer verständlich, wie die Summation der zu verschiedenen Zeiten vorhandenen Energien etwas anderes liefern könne, als eine Rechnungsgröße, und es ist daher wohl nicht nur schwierig, sondern unmöglich, für das in Rede stehende Integral eine passende Bezeichnung von einfachem Sinne zu finden.

Auch die übrigen in diesem Abschnitt eingeführten Namen und Bezeichnungen sind weniger durch ihre innere Zweckmäßigkeit gerechtfertigt, als durch die Notwendigkeit, uns der bestehenden Redeweise der Mechanik so viel als möglich anzuschließen.