

# **Badische Landesbibliothek Karlsruhe**

**Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe**

## **Gesammelte Werke**

Die Prinzipien der Mechanik

**Hertz, Heinrich**

**Leipzig, 1910**

Maschinen und innere Kräfte

[urn:nbn:de:bsz:31-288857](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-288857)

### Maschinen und innere Kräfte.

531 **Definition.** Ein System, dessen Massen als verschwindend klein betrachtet werden gegen die Massen der Systeme, mit welchen es gekoppelt ist, wird eine Maschine genannt.

Eine Maschine ist also hinsichtlich ihres Einflusses auf die Bewegung der übrigen Systeme vollständig dargestellt durch ihre Bedingungsgleichungen; die Kenntnis des Ausdrucks der Energie der Maschine in ihren Koordinaten ist nicht erforderlich.

Einfach heißt eine Maschine, welche nur einen Grad der Bewegungsfreiheit hat.

532 **Lehrsatz.** Solange eine Maschine sich mit endlicher Geschwindigkeit bewegt, halten sich die auf die Maschine wirkenden Kräfte beständig das Gleichgewicht.

Denn ergäben diese Kräfte eine Komponente in Richtung irgend einer möglichen Bewegung der Maschine, so würde die Komponente der Beschleunigung in dieser Richtung wegen der verschwindenden Masse unendlich groß (504).

533 **Folgerung.** Zwischen den Komponenten der auf eine Maschine wirkenden Kräfte nach ihren Koordinaten besteht eine Anzahl homogener linearer Gleichungen, deren Zahl gleich der Zahl der Bewegungsfreiheiten der Maschine ist. Eine einfache Maschine wird vertreten durch eine einzige homogene lineare Gleichung zwischen den auf ihre Koordinaten wirkenden Kräften.

534 **Bemerkung 1.** Wird eine Maschine nach allen ihren Koordinaten gekoppelt mit zwei oder mehr materiellen Systemen, so kann die auf diese Art hergestellte mechanische Verbindung zwischen den letzteren analytisch dargestellt werden durch einen Satz homogener linearer Differentialgleichungen zwischen den Koordinaten der verbundenen Systeme. Denn wir können in den Bedingungsgleichungen der Maschine die Koordinaten derselben ersetzen durch die ihnen gleichen Koordinaten der verbundenen Systeme.

Umgekehrt können wir daher auch jeden analytisch gegebenen Satz homogener linearer Differentialgleichungen zwischen

den Koordinaten zweier oder mehrerer Systeme physikalisch deuten als eine mechanische Verbindung der angegebenen Art, welche wir bezeichnen als eine Koppelung jener Systeme durch die Maschine.

**Folgerung.** Sind zwei oder mehr Systeme durch eine Maschine gekoppelt, so ist die von jedem der Systeme geleistete Arbeit entgegengesetzt gleich der Summe der von den übrigen Systemen geleisteten Arbeit. Bei der Koppelung der Systeme mittels einer Maschine wird also Arbeit nicht gewonnen. 535

Denn die von den Systemen ausgeübten Kräfte halten sich an der Maschine das Gleichgewicht, die Summe der von ihnen geleisteten Arbeit ist also Null.

**Bemerkung 2.** Ein jedes materielle System kann auf mannigfaltige Art aufgefaßt werden als bestehend aus zwei oder mehr Systemen, welche durch Maschinen gekoppelt sind. Denn teilen wir die Massen des Systems in mehrere Teile, und sind die  $p'_e$  Koordinaten des ersten Teiles, die  $p''_e$  Koordinaten des zweiten Teiles, usw., so können wir diejenigen Bedingungsgleichungen des vollständigen Systems, welche nur die  $p'_e$  enthalten, betrachten als Bedingungsgleichungen des ersten Teilsystems, diejenigen Gleichungen, welche nur die  $p''_e$  enthalten, als Bedingungsgleichungen des zweiten Teilsystems, usw., während diejenigen Bedingungsgleichungen des vollständigen Systems, welche die  $p'_e, p''_e$  usw. gemischt enthalten, aufgefaßt werden als die Gleichungen der die Teilsysteme koppelnden Maschinen. 536

Die Kräfte, welche bei dieser zulässigen, wenn auch willkürlichen Auffassung auf die Teilsysteme von den sie koppelnden Maschinen ausgeübt werden, bezeichnen wir als innere Kräfte des Systems.

**Folgerung 1.** Ein jeder Satz innerer Kräfte kann einen Teil des Zusammenhanges eines Systems ersetzen. Lassen wir nämlich diejenigen Bedingungsgleichungen des ganzen Systems fort, welche die Maschinen zwischen den Teilsystemen darstellen, behalten aber die von den Maschinen ausgeübten Kräfte bei, so bewegt sich das System wie vorher. 537

538 **Folgerung 2.** Der gesamte Zusammenhang eines Systems kann aufgelöst werden in und ersetzt werden durch eine Anzahl von Elementarkräften, welche auf die einzelnen materiellen Punkte des Systems wirken.

Denn wir können die einzelnen Punkte als Teilsysteme betrachten und das ganze System als Gesamtheit dieser durch Maschinen gekoppelten Teilsysteme.

539 **Folgerung 3.** Die inneren Kräfte, welche den Zusammenhang eines Systems vollständig oder teilweise ersetzen, halten sich, an dem ursprünglichen System angreifend, beständig das Gleichgewicht.

Denn sie halten sich nach 532 das Gleichgewicht an den Maschinen, welche Teile des ursprünglichen Systems bilden.

540 **Anmerkung.** Diese letztere Überlegung ist es, mit deren Hilfe in der gewöhnlichen Entwicklung der Mechanik der Übergang von den Gesetzen des Gleichgewichts (dem Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten) zu den Gesetzen der Bewegung (dem D'ALEMBERTSchen Prinzip) gemacht wird.

### Messung der Kräfte.

541 Aus unseren Überlegungen ergeben sich im ganzen drei unabhängige Methoden, um diejenigen Komponenten der Kräfte unmittelbar zu messen, welche überhaupt Einfluß auf die Erscheinungen haben. Durch Anwendung einer jeden dieser drei Methoden können auch die Kräfte aus Rechnungsgrößen zu Gegenständen der unmittelbaren Erfahrung gemacht werden, d. h. zu Zeichen für bestimmte Verbindungen sinnlicher Empfindungen und Wahrnehmungen.

542 Die erste Methode bestimmt die Kraft aus den Massen und Bewegungen des Systems, von welchem sie ausgeübt wird. Physikalisch wird diese Methode die Messung der Kraft nach ihrem Ursprunge genannt. Sie wird z. B. angewandt in der Annahme, daß gleich gespannte Federn, gleiche Mengen explodierenden Pulvers usw. unter übrigens gleichen Verhältnissen gleiche Kräfte ausüben.