

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Gesammelte Werke

Die Prinzipien der Mechanik

Hertz, Heinrich

Leipzig, 1910

Gleichgewicht, Statik

[urn:nbn:de:bsz:31-288857](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-288857)

Kraft und der in ihre Richtung fallenden Komponente des Bahnelements.

Anmerkung 1. Erleiden während der Durchlaufung des Bahnelements ds die Koordinaten p_e die Änderungen dp_e , so ist die Arbeit der wirkenden Kraft dargestellt durch die Gleichung:

$$dE = \sum_1^r P_e dp_e .$$

Denn die Komponente der Kraft in Richtung des Bahnelements ist gleich (247):

$$\sum_1^r P_e \frac{dp_e}{ds} .$$

Folgerung 1. Die Kraft, welche auf ein System wirkt, leistet positive oder negative Arbeit, je nachdem der Winkel, welchen sie mit der Geschwindigkeit des Systems bildet, kleiner oder größer als ein rechter ist. Steht die Kraft senkrecht auf der Bewegungsrichtung, so leistet sie keine Arbeit.

Folgerung 2. Eine Kraft, welche auf ein ruhendes System wirkt, leistet keine Arbeit.

Gleichgewicht, Statik.

Definition. Wir sagen, zwei oder mehrere Kräfte, welche auf dasselbe System wirken, halten sich das Gleichgewicht, wenn eine jede von ihnen den Einfluß der anderen aufhebt, d. h. wenn unter dem Einfluß beider oder aller jener Kräfte das System sich so bewegt, als wäre keine von ihnen vorhanden.

Lehrsatz. Zwei oder mehrere Kräfte halten sich das Gleichgewicht, wenn ihre Summe senkrecht steht auf jeder möglichen (virtuellen) Verrückung des Systems aus seiner augenblicklichen Lage, — und umgekehrt.

Der Satz folgt unmittelbar aus 471 und 488.

- 519 **Symbolischer Ausdruck.** Bezeichnen wir mit P'_e, P''_e usw. die Komponenten der einzelnen Kräfte nach den p_e , mit δp_e die Änderungen der p_e für irgend eine mögliche Verrückung des Systems, so können wir die Forderung des vorstehenden Satzes in die Gestalt der symbolischen Gleichung kleiden:

$$\sum_1^r (P'_e + P''_e + \text{usw.}) \delta p_e = 0 \quad .$$

Vergleiche 393, 501.

- 520 **Anmerkung.** Der vorstehende Lehrsatz enthält das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten (Verrückungen, Momente), die Gleichung 519 die gewöhnliche analytische Fassung desselben.

- 521 **Folgerung 1.** Halten sich mehrere Kräfte an einem System das Gleichgewicht, so verschwindet die Summe der von den Kräften geleisteten Arbeiten bei jeder möglichen (virtuellen) Verrückung des Systems aus seiner augenblicklichen Lage, — und umgekehrt. (Prinzip der virtuellen Arbeit.)

Denn schreiben wir die Gleichung 519 in der Form:

$$\sum_1^r P'_e \delta p_e + \sum_1^r P''_e \delta p_e + \text{usw.} = 0 \quad ,$$

so ergibt sich nach 514 die Behauptung.

- 522 **Folgerung 2.** Halten sich zwei oder mehr Kräfte das Gleichgewicht an einem System, so verschwindet die Summe ihrer Komponenten in Richtung jeder möglichen Bewegung des Systems.

- 523 **Folgerung 3.** Halten sich zwei oder mehr Kräfte das Gleichgewicht an einem System, so verschwindet die Summe ihrer Komponenten nach jeder freien Koordinate des Systems.

- 524 **Lehrsatz.** Halten sich zwei oder mehr Kräfte das Gleichgewicht an einem System, so verschwindet die Summe ihrer Komponenten in Richtung einer jeden Koordinate der abso-

luten Lage, welches auch immer der innere Zusammenhang des Systems sein möge.

Anmerkung. Auch ohne Kenntnis des inneren Zusammenhangs eines Systems können wir demnach doch stets 6 notwendige Bedingungsgleichungen für sein Gleichgewicht angeben. Wählen wir als Koordinaten der absoluten Lage die 6 Größen $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \omega_1 \omega_2 \omega_3$, welche wir in 402 einführt, so liefert uns der vorige Lehrsatz diejenigen 6 Gleichungen, welche dem Prinzip des Schwerpunkts und der Flächen entsprechen, und welche LAGRANGE im 3. Abschnitt § 1 und § 2 des ersten Teils der Mécanique analytique behandelt. 525

Bemerkung 1. Halten sich zwei oder mehr Kräfte in einer bestimmten Lage des Systems das Gleichgewicht bei einer gewissen Geschwindigkeit, so halten sich dieselben Kräfte in derselben Lage das Gleichgewicht auch bei jeder anderen Geschwindigkeit. 526

Denn die Bedingung des Gleichgewichts enthält nicht die wirkliche Geschwindigkeit des Systems.

Bemerkung 2. Halten sich zwei oder mehr Kräfte das Gleichgewicht an einem ruhenden System, so beharrt das System in seinem Zustand der Ruhe; und umgekehrt: Beharrt ein System trotz des Angriffs zweier oder mehrerer Kräfte in der Ruhe, so halten sich die Kräfte an dem System das Gleichgewicht. 527

Folgerung 1. Zwei Kräfte, welche, gleichzeitig an demselben ruhenden System angreifend, die Ruhe des Systems nicht stören, haben entgegengesetzt gleiche Komponenten in Richtung jeder möglichen Bewegung des Systems. 528

Folgerung 2. Zwei Kräfte, welche, nacheinander auf dasselbe ruhende System zugleich mit denselben andern Kräften wirkend, das System in Ruhe lassen, haben gleiche Komponenten in Richtung jeder möglichen Bewegung des Systems. 529

Anmerkung. Auf den letzten beiden Folgerungen beruht die statische Vergleichung der Kräfte. 530