

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Gesammelte Werke

Die Prinzipien der Mechanik

Hertz, Heinrich

Leipzig, 1910

Zusammensetzung der Kräfte

[urn:nbn:de:bsz:31-288857](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-288857)

kraft an verschiedenen Körpern angreifen, so ist nicht schlechthin deutlich, was unter entgegengesetzter Richtung zu verstehen sei. Dies tritt zum Beispiel hervor, wenn es sich um die Wechselwirkung zwischen Stromelementen handelt.

Was den Inhalt anlangt, so stellt die Anwendung des Reaktionsprinzips auf die Fernkräfte der gewöhnlichen Mechanik offenbar eine Erfahrungstatsache dar, über deren genaues Zutreffen in allen Fällen man anfängt zweifelhaft zu werden. So ist die Elektrodynamik bereits fast überzeugt davon, daß die Wechselwirkung zwischen bewegten Magneten dem Prinzip nicht in allen Fällen genau unterworfen sei.

Zusammensetzung der Kräfte.

- 471 **Lehrsatz.** Ist ein System gleichzeitig mit mehreren Systemen gekoppelt, so ist die Kraft, welche die Gesamtheit jener Systeme auf das erste System ausübt, gleich der Summe der Kräfte, welche die einzelnen Systeme auf dasselbe ausüben.

Es sei nämlich das System 1 von der Masse m und den Koordinaten p_e , dessen Bedingungsgleichungen die k Gleichungen

$$a) \quad \sum_1^r p_{xq} \dot{p}_q = 0$$

sind, gleichzeitig gekoppelt mit den Systemen 2, 3, usw., deren Koordinaten die \dot{p}_e'' , \dot{p}_e''' , usw. sind.

Betrachten wir die Systeme 2, 3, usw. zunächst als getrennte Systeme, so sind die Koppelungsgleichungen für jede gemeinsame Koordinate p_e zu schreiben in der Form:

$$b) \quad \dot{p}_e'' - \dot{p}_e = 0$$

$$c) \quad \dot{p}_e''' - \dot{p}_e = 0$$

usw.

Behandeln wir nun das aus 1, 2, 3, usw. zusammengesetzte System als freies und bezeichnen wieder die Multiplikatoren

der Gleichungen a) mit P_x , dagegen die von b) mit P'_e , die (471) von c) mit P''_e , usw., so erhalten wir die Bewegungsgleichungen des Systems 1 in der Form:

$$mf_q + \sum_1^k p_{xq} P_x - P'_q - P''_q - \text{usw.} = 0 \quad , \quad \text{d)}$$

worin die sämtlichen P'_e , P''_e , usw. ebenso wie die P_x eindeutig bestimmte Größen sind. Die P'_e , P''_e , usw. stellen die Komponenten der Kräfte dar, welche die einzelnen Systeme 2, 3, usw. auf das System 1 ausüben.

Betrachten wir nun aber zweitens die Systeme 2, 3, usw. zusammen als ein System, so können die nach Gleichungen b) c) usw. gleichen Größen p'_e , p''_e , usw. als eine einzige Koordinate p_e desselben angesehen werden, und an Stelle jener Koppelungsgleichungen tritt dann für jede gemeinsame Koordinate p_e die eine Gleichung:

$$\dot{p}_e - \check{p}_e = 0 \quad . \quad \text{e)}$$

Ist P_e der Multiplikator derselben, und bezeichnen wir mit P'_x die Multiplikatoren der Gleichungen a), welche dem jetzigen System der Bewegungsgleichungen entsprechen, so nehmen diese die Form an:

$$mf_q + \sum_1^k p_{xq} P'_x - P_e = 0 \quad . \quad \text{f)}$$

Die P_e stellen die Komponenten der Gesamtkraft dar, welche auf das System 1 wirkt.

Die verschiedene Auffassung kann nun die nach dem Grundgesetze erfolgende Bewegung selbst nicht ändern. Eine mögliche Lösung der Gleichungen f) erhalten wir daher, indem wir mit Benutzung der früheren Lösung setzen:

$$P'_x = P_x \quad \text{g)}$$

$$P_e = P'_e + P''_e + \text{usw.} \quad \text{h)}$$

Aber da es nur eine einzige mögliche Lösung gibt, so

ist die vorstehende eben diese, und die Gleichung *h*), welche unsere Behauptung enthält, muß mit Notwendigkeit zutreffen.

- 472 **Folgerung 1.** Eine jede Zahl von Kräften, welche auf ein System wirkt, oder welche von einem System ausgeübt wird, kann aufgefaßt werden als eine einzige Kraft, und zwar als diejenige Kraft, welche als Vektorgröße in bezug auf das System betrachtet gleich der Summe jener Kräfte ist.

Fassen wir eine Zahl von Kräften in dieser Weise auf, so sagen wir, daß wir sie zusammensetzen. Das Ergebnis der Zusammensetzung nennen wir auch die Resultante der einzelnen Kräfte.

- 473 **Folgerung 2.** Eine jede Kraft, welche auf ein System wirkt, oder welche von einem System ausgeübt wird, kann aufgefaßt werden als Summe einer beliebigen Zahl von Kräften, und zwar jeder Zahl von Kräften, deren Summe als Vektorgrößen in bezug auf das System gleich jener ursprünglichen Kraft ist.

Fassen wir eine Kraft in dieser Weise auf, so sagen wir, daß wir sie zerlegen; die Kräfte, welche das Ergebnis einer solchen Zerlegung sind, nennen wir die Komponenten der ursprünglichen Kraft.

- 474 **Anmerkung.** Die geometrischen Komponenten einer Kraft nach den Koordinaten können zugleich als Komponenten derselben im Sinne von 473 aufgefaßt werden.

- 475 **Definition.** Eine Kraft, welche von einem einzelnen materiellen Punkte ausgeübt wird, oder welche auf einen einzelnen materiellen Punkt wirkt, heißt eine Elementarkraft.

- 476 **Anmerkung.** Die elementare Mechanik versteht gewöhnlich unter Kräften nur Elementarkräfte. Im Gegensatz zu denselben bezeichnet man dann wohl die bisher von uns betrachteten allgemeineren Kraftformen als LAGRANGESCHE Kräfte. Man könnte dementsprechend die Elementarkräfte selbst auch passend als GALILEISCHE oder NEWTONSCHE Kräfte bezeichnen.

- 477 **Folgerung 1.** Jede Elementarkraft ist darstellbar durch die geometrische Verrückung eines Punktes, also durch eine nach Größe und Richtung gegebene Strecke.

Denn jede Elementarkraft ist Vektorgröße in bezug auf einen einzelnen Punkt.

Folgerung 2. Die Zusammensetzung der Elementarkräfte, 478 welche an demselben Punkte angreifen, geschieht nach der Methode der geometrischen Zusammensetzung und Zerlegung von Strecken.

Insbesondere setzen sich also zwei Kräfte, welche an demselben Punkte angreifen, zusammen zu einer einzigen Kraft, welche nach Größe und Richtung durch die Diagonale eines Parallelogramms dargestellt ist, dessen Seiten nach Größe und Richtung jene Kräfte darstellen (Parallelogramm der Kräfte).

Folgerung 3. Jede LAGRANGESCHE Kraft ist darstellbar 479 als eine Summe von Elementarkräften, also zerlegbar in Elementarkräfte.

Denn jede Verrückung eines Systems kann aufgefaßt werden als eine Summe von Verrückungen seiner einzelnen Punkte.

Folgerung 4. Die Komponenten einer Kraft nach den 480 rechtwinkligen Koordinaten des Systems, auf welches die Kraft wirkt, oder welches die Kraft ausübt, können unmittelbar aufgefaßt werden als Elementarkräfte, welche auf die einzelnen materiellen Punkte des Systems wirken.

Bewegung unter dem Einfluß von Kräften.

Aufgabe 1. Die Bewegung eines materiellen Systems 481 unter dem Einfluß einer gegebenen Kraft zu bestimmen.

Die Auflösung folgt unmittelbar aus 457. Sind die P_q die gegebenen Komponenten der wirkenden Kraft nach den p_q , so benutze man die r Gleichungen

$$mf_q + \sum_1^k p_{xq} P_x = P_q$$

zusammen mit den k Bedingungsgleichungen des Systems zur Bestimmung der $r+k$ Größen \ddot{p}_q und P_x , zu deren eindeutiger Bestimmung jene Gleichungen ausreichen.