

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Gesammelte Werke

Die Prinzipien der Mechanik

Hertz, Heinrich

Leipzig, 1910

4. Kürzeste Bahn

[urn:nbn:de:bsz:31-288857](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-288857)

System seine Bahn mit konstanter Geschwindigkeit durchlaufen, zweitens muß entweder $v=0$ sein — alsdann ruht das System — oder c muß den kleinsten, bei der Richtung der Bahn möglichen Wert haben, — dann ist die Bahn eine geradeste.

- 346 **Anmerkung 2.** Der Lehrsatz 344 würde, als Grundgesetz vorangestellt, vor der benutzten Form sogar den Vorzug haben, daß er das Gesetz in eine einzige unteilbare Aussage zusammenfaßte, nicht nur äußerlich in einen Satz. Die benutzte Form hat aber den Vorzug, daß sie ihre Bedeutung klarer und durchsichtiger erkennen läßt.

4. Kürzeste Bahn.

- 347 **Lehrsatz.** Die natürliche Bahn eines freien holonomen Systems zwischen irgend zwei hinreichend benachbarten Lagen ist kürzer als irgend eine andere mögliche Bahn zwischen beiden Lagen.

Denn in einem holonomen System ist eine geradeste Bahn zwischen hinreichend benachbarten Lagen zugleich die kürzeste (190, 176).

- 348 **Anmerkung 1.** Wird die Beschränkung auf hinreichend benachbarte Lagen weggelassen, so kann nicht mehr behauptet werden, daß die natürliche Bahn kürzer sei als alle anderen Bahnen, nicht einmal, daß sie kürzer sei als alle benachbarten Bahnen; es gilt aber immer noch die in dem vorigen Satz enthaltene Behauptung, daß die Variation der Länge der Bahn verschwinde beim Übergang zu irgend einer benachbarten möglichen Bahn (190, 171).

- 349 **Anmerkung 2.** Der vorige Lehrsatz entspricht dem Prinzip der kleinsten Wirkung in der Form, welche JACOBI diesem Prinzip gegeben hat. Denn nennen wir für den Augenblick m , die Masse, ds , die Weglänge des v ten der n Punkte des Systems in einem bestimmten Zeitelement, so sagt der Lehrsatz aus, daß die Variation des Integrals

$$\int ds = \frac{1}{\sqrt{m}} \int \sqrt{\sum_1^n m_v ds_v^2}$$

verschwinde bei der natürlichen Bewegung des Systems, und dies ist die JACOBISCHE Form jenes Prinzips.

Anmerkung 3. Um das Verhältnis zwischen dem Lehr- 350
satz 347 und dem JACOBISCHEN Satz genauer festzustellen
müssen wir aussagen: Nach der gewöhnlichen Auffassung der
Mechanik enthält der Lehrsatz einen besonderen Fall des
JACOBISCHEN Satzes, den Fall nämlich, daß keine Kräfte
wirken.

Nach unserer Auffassung sind umgekehrt die Voraus-
setzungen des vollständigen JACOBISCHEN Satzes als die
engeren zu bezeichnen, und der JACOBISCHE Satz ist nach
dieser Auffassung eine Anpassung des Lehrsatzes an beson-
dere Verhältnisse und seine Umformung auf die Voraussetzungen
derselben.

Anmerkung 4. Der Lehrsatz 347 hat den Satz von der 351
Erhaltung der Energie weder zur Voraussetzung, noch zur
Folge, sondern ist von demselben ganz unabhängig. Zu-
sammen mit dem Satz von der Energie vermag er das Grund-
gesetz vollständig zu ersetzen, jedoch nur für holonome
Systeme. Angewandt auf andere Systeme würde der Satz
allerdings auch bestimmte Bewegungen ergeben, aber diese Be-
wegungen würden dem Grundgesetz widersprechen (194), also
falsche Lösungen der gestellten mechanischen Probleme sein.

5. Kürzeste Zeit.

Lehrsatz. Die natürliche Bewegung eines freien holono- 352
men Systems führt das System in kürzerer Zeit aus einer
gegebenen Anfangslage in eine hinreichend benachbarte End-
lage, als es durch irgend eine andere mögliche, mit dem glei-
chen konstanten Wert der Energie ausgeführte Bewegung ge-
schehen könnte.