

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Gesammelte Werke

Die Prinzipien der Mechanik

Hertz, Heinrich

Leipzig, 1910

3. Kleinste Beschleunigung

[urn:nbn:de:bsz:31-288857](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-288857)

Ort fortpflanze. Man hat deshalb die Energie, wie in Hinsicht der Unzerstörbarkeit, so auch in dieser Hinsicht mit der Materie in Vergleich gestellt. Diese Auffassung der Energie weicht offenbar sehr weit ab von der Auffassung der hier vortragenen Mechanik. Mit dem gleichen Rechte, aber nicht mit größerem Rechte, kann man sagen: die Energie eines bewegten Systems sei am Orte des Systems vorhanden, mit welchem man sagen kann: die Geschwindigkeit eines bewegten Körpers sei an den Ort desselben gebunden. Diese letztere Ausdrucksweise aber ist mit Recht ungebräuchlich.

3. Kleinste Beschleunigung.

Lehrsatz. Ein freies System bewegt sich in solcher Weise, 344 daß die Größe seiner Beschleunigung in jedem Augenblick die kleinste ist, welche mit der augenblicklichen Lage, der augenblicklichen Geschwindigkeit und dem Zusammenhange des Systems sich verträgt.

Denn das Quadrat der Größe der Beschleunigung ist nach 280 und 281 gleich

$$v^4 c^2 + \dot{v}^2 .$$

Da nun für die natürliche Bewegung $\dot{v} = 0$ ist, v einen durch die augenblickliche Geschwindigkeit gegebenen Wert hat und c den kleinsten Wert hat, welcher mit der gegebenen Richtung der Bewegung und dem Zusammenhange des Systems verträglich ist, so nimmt der Ausdruck selbst den kleinsten, mit den genannten Nebenumständen verträglichen Wert an.

Anmerkung 1. Die in dem vorigen Lehrsatz ausgesagte 345 Eigenschaft der natürlichen Bewegung bestimmt diese Bewegung eindeutig, und es kann daher der Lehrsatz das Grundgesetz vollständig vertreten.

Denn soll der Ausdruck

$$v^4 c^2 + \dot{v}^2$$

ein Minimum werden, so muß zunächst $\dot{v} = 0$ sein, also das

System seine Bahn mit konstanter Geschwindigkeit durchlaufen, zweitens muß entweder $v=0$ sein — alsdann ruht das System — oder c muß den kleinsten, bei der Richtung der Bahn möglichen Wert haben, — dann ist die Bahn eine geradeste.

- 346 **Anmerkung 2.** Der Lehrsatz 344 würde, als Grundgesetz vorangestellt, vor der benutzten Form sogar den Vorzug haben, daß er das Gesetz in eine einzige unteilbare Aussage zusammenfaßte, nicht nur äußerlich in einen Satz. Die benutzte Form hat aber den Vorzug, daß sie ihre Bedeutung klarer und durchsichtiger erkennen läßt.

4. Kürzeste Bahn.

- 347 **Lehrsatz.** Die natürliche Bahn eines freien holonomen Systems zwischen irgend zwei hinreichend benachbarten Lagen ist kürzer als irgend eine andere mögliche Bahn zwischen beiden Lagen.

Denn in einem holonomen System ist eine geradeste Bahn zwischen hinreichend benachbarten Lagen zugleich die kürzeste (190, 176).

- 348 **Anmerkung 1.** Wird die Beschränkung auf hinreichend benachbarte Lagen weggelassen, so kann nicht mehr behauptet werden, daß die natürliche Bahn kürzer sei als alle anderen Bahnen, nicht einmal, daß sie kürzer sei als alle benachbarten Bahnen; es gilt aber immer noch die in dem vorigen Satz enthaltene Behauptung, daß die Variation der Länge der Bahn verschwinde beim Übergang zu irgend einer benachbarten möglichen Bahn (190, 171).

- 349 **Anmerkung 2.** Der vorige Lehrsatz entspricht dem Prinzip der kleinsten Wirkung in der Form, welche JACOBI diesem Prinzip gegeben hat. Denn nennen wir für den Augenblick m , die Masse, ds , die Weglänge des v ten der n Punkte des Systems in einem bestimmten Zeitelement, so sagt der Lehrsatz aus, daß die Variation des Integrals