Gesammelte Werke

Die Prinzipien der Mechanik

Hertz, Heinrich

Leipzig, 1910

Verrückungen senkrecht zu den möglichen Verrückungen die Zahl der Bewegungsfreiheiten kann die Zahl der Koordinaten überhaupt nicht sein.

Anmerkung 3. Die möglichen Lagen eines Systems, 147
welches kein holonomes ist, lassen sich nicht vollständig allein durch freie Koordinaten darstellen.

Denn das Gegenteil dieser Behauptung stände in Widerspruch zu **143**.

Verrückungen senkrecht zu den möglichen Verrückungen.

Lehrsatz. Lassen sich in einem System die r Kompo- 148
nenten $d\bar{p}_\varrho$ einer Verrückung ds nach den Koordinaten p_ϱ darstellen durch k Größen $\gamma_\varkappa$ in der Form:

$$d\bar{p}_\varrho = \sum_1^k{}_\varkappa\, p_{\varkappa\varrho}\, \gamma_\varkappa \quad ,$$

worin die $p_{\varkappa\varrho}$ den Bedingungsgleichungen des Systems (**130**) entnommen sind, so steht die Verrückung senkrecht auf jeder möglichen Verrückung des Systems aus der gleichen Lage.

Es sei nämlich ds' die Länge einer beliebigen möglichen Verrückung aus der gleichen Lage, und es seien die dp'_ϱ die Änderungen der Koordinaten für diese Verrückung. Multiplizieren wir nun die Gleichungen der Reihe nach mit dp'_ϱ und addieren sie, so erhalten wir unter Berücksichtigung der Gleichungen **85** und **130**:

$$\sum_1^r{}_\varrho\, d\bar{p}_\varrho\, dp'_\varrho = ds\, ds' \cos s,s' = \sum_1^k{}_\varkappa\, \gamma_\varkappa \sum_1^r{}_\varrho\, p_{\varkappa\varrho}\, dp'_\varrho = 0 \quad ,$$

also $\cos s,s' = 0$; $s,s' = 90^0$, was zu beweisen war.

Zusatz. Die r Komponenten $d\bar{p}_\varrho$ einer Verrückung ds 149
nach den Koordinaten p_ϱ sind eindeutig bestimmt durch k unter ihnen und die Angabe, daß die Verrückung senkrecht stehe auf jeder möglichen Verrückung des Systems.

Es seien nämlich wieder die dp'_ϱ die Änderungen der p_ϱ für eine beliebige mögliche Verrückung. Mit Hilfe der k Bedingungsgleichungen können wir k derselben ausdrücken als homogene lineare Funktionen der übrigen $r-k$ und diese Werte einsetzen in die Gleichung:

$$\sum_1^r{}_\varrho\, d\bar{p}_\varrho\, dp'_\varrho = 0 \quad .$$

Die in dieser Gleichung noch vorhandenen dp'_ϱ sind nun völlig willkürlich, es muß also der Faktor einer jeden dieser Größen verschwinden. Dies gibt $r-k$ homogene lineare Gleichungen zwischen den $d\bar{p}_\varrho$, welche gestatten, $r-k$ derselben als eindeutige, weil lineare Funktionen der übrigen k darzustellen.

150 **Umkehrung.** Steht eine denkbare Verrückung senkrecht auf jeder möglichen Verrückung eines Systems, so lassen sich die r Komponenten $d\bar{p}_\varrho$ derselben nach den p_ϱ stets durch passende Bestimmung von k Größen $\gamma_\varkappa$ darstellen in der Form:

$$d\bar{p}_\varrho = \sum_1^k{}_\varkappa\, p_{\varkappa\varrho}\, \gamma_\varkappa \quad .$$

Bestimmen wir nämlich die $\gamma_\varkappa$ aus irgendwelchen k dieser Gleichungen und berechnen mit diesen Werten die sämtlichen Komponenten, so müssen wir auf die gegebenen Werte der $d\bar{p}_\varrho$ kommen. Denn die so berechnete Verrückung steht nach 148 senkrecht auf allen möglichen und hat mit der gegebenen Verrückung k Komponenten gemein, sie hat also mit derselben nach 149 alle r Komponenten nach den p_ϱ gemein.

Abschnitt 5. Von den ausgezeichneten Bahnen der materiellen Systeme.

I. Geradeste Bahnen.

Definitionen.

151 1. Ein Bahnelement eines materiellen Systems heißt gerader als ein anderes, wenn es eine geringere Krümmung hat.

152 2. Geradestes Bahnelement nennen wir ein mögliches