Gesammelte Werke

Die Prinzipien der Mechanik

Hertz, Heinrich

Leipzig, 1910

Lage

urn:nbn:de:bsz:31-288857

kleiner materieller Punkte oder aus beiden. Stets ist es erlaubt, das System materieller Punkte anzusehen als zusammengesetzt aus einer unendlichen Anzahl von Massenteilchen.

Anmerkung 1. Im folgenden werden wir das endliche System stets behandeln als bestehend aus einer endlichen Zahl endlicher materieller Punkte. Da wir aber keine obere Grenze festsetzen für die Zahl derselben und keine untere für ihre Masse, so umfassen unsere allgemeinen Aussagen als besonderen Fall auch den Fall, daß das System unendlich viele unendlich kleine materielle Punkte enthält. Auf die Besonderheiten, welche die analytische Behandlung dieses Falles nötig macht, werden wir indessen nicht eingehen.

Anmerkung 2. Der materielle Punkt kann angesehen 8
werden als ein besonderer Fall und als das einfachste Beispiel eines Systems materieller Punkte.

Abschnitt 2. Lagen und Verrückungen der Punkte und Systeme.

Lage.

Definition 1. Der Punkt des Raumes, welcher durch ein gewisses Massenteilchen zu einer gewissen Zeit gekennzeichnet ist, wird die Lage des Massenteilchens zu jener Zeit genannt. Lage eines materiellen Punktes heißt die gemeinsame Lage seiner Massenteilchen.

Definition 2. Die gleichzeitig vorgestellte Gesamtheit 10
der Lagen aller Punkte eines Systems heißt die Lage des Systems.

Definition 3. Jede beliebige Lage eines materiellen 11
Punktes im unendlichen Raume heißt eine geometrisch denk-

bare oder kurz eine denkbare Lage des Punktes. Die Gesamtheit irgendwelcher denkbaren Lagen der Punkte eines Systems heißt eine denkbare Lage des Systems.

Zu einer jeden Zeit können sich unterscheiden zwei Massenteilchen durch ihre Lage, zwei materielle Punkte durch ihre Masse und ihre Lage, zwei Systeme materieller Punkte durch Zahl, Masse und Lage ihrer Punkte. Nach anderen Richtungen als diesen aber können sich auf Grund unserer bisherigen Definitionen Massenteilchen, materielle Punkte, Systeme materieller Punkte nicht unterscheiden.

12 **Analytische Darstellung der Lage.** a) des Punktes. Die Lage eines materiellen Punkes kann analytisch dargestellt werden durch die Angabe der drei rechtwinklig-geradlinigen cartesischen Koordinaten desselben in bezug auf ein ruhendes, festes Achsensystem. Diese Koordinaten sollen dauernd mit $x_1\, x_2\, x_3$ bezeichnet werden. Jeder denkbaren Lage des Punktes entspricht ein eindeutig bestimmtes Wertsystem dieser Koordinaten, und umgekehrt jedem willkürlich gewählten Wertsystem der Koordinaten eine eindeutig bestimmte denkbare Lage des Punktes.

Anstatt durch seine rechtwinkligen Koordinaten kann die Lage eines Punktes auch bestimmt werden durch irgendwelche r Größen $p_1 \dots p_\varrho \dots p_r$, sobald durch Übereinkunft bestimmte Wertsysteme dieser Größen bestimmten Lagen stetig zugeordnet sind und umgekehrt. Die rechtwinkligen Koordinaten sind alsdann Funktionen dieser Größen, und umgekehrt. Die Größen p_ϱ bezeichnen wir als allgemeine Koordinaten des Punktes. Ist $r > 3$, so müssen zwischen den p_ϱ aus geometrischen Gründen $r - 3$ Gleichungen bestehen, welche gestatten, die p_ϱ als Funktionen dreier unabhängiger Größen, z. B. der $x_1\, x_2\, x_3$, darzustellen. Es soll indessen eine Abhängigkeit der Koordinaten voneinander aus rein geometrischen Gründen ausgeschlossen sein, und deshalb stets vorausgesetzt werden, daß $r \lesseqqgtr 3$ sei. Ist $r < 3$, so werden nicht alle denkbaren Lagen des Punktes durch Wertsysteme der p_ϱ dargestellt, sondern nur ein Teil derselben. Die durch die p_ϱ nicht dargestellten Lagen sollen bei Benutzung der p_ϱ dadurch selbst als von der Betrachtung ausgeschlossen gelten.

Analytische Darstellung. b) des Systems. Die Lage eines Systems von n materiellen Punkten kann analytisch dargestellt werden durch Angabe der $3n$ rechtwinkligen Koordinaten der Punkte des Systems. Diese Koordinaten sollen dauernd bezeichnet werden mit $x_1 \ldots x_\nu \ldots x_{3n}$, wobei $x_1\, x_2\, x_3$ die Koordinaten des ersten Punktes, $x_{3\mu-2}\, x_{3\mu-1}\, x_{3\mu}$ die entsprechend gerichteten Koordinaten des μten Punktes bedeuten mögen. Diese $3n$ Koordinaten x_ν bezeichnen wir auch kurz als die rechtwinkligen Koordinaten des Systems. Jeder denkbaren Lage des Systems entspricht ein eindeutig bestimmtes Wertsystem seiner rechtwinkligen Koordinaten, und umgekehrt jedem willkürlich gewählten Wertsystem der x_ν eine eindeutig bestimmte denkbare Lage des Systems. 13

Anstatt durch die rechtwinkligen Koordinaten können wir die Lage eines Systems auch bestimmen durch irgendwelche r Größen $p_1 \ldots p_\varrho \ldots p_r$, sobald durch Übereinkunft bestimmte Wertsysteme dieser Größen bestimmten Lagen stetig zugeordnet sind, und umgekehrt. Die rechtwinkligen Koordinaten sind dadurch Funktionen dieser Größen, und umgekehrt. Die Größen p_ϱ bezeichnen wir als allgemeine Koordinaten des Systems. Ist $r > 3n$, so müssen zwischen den p_ϱ aus geometrischen Gründen $r - 3n$ Gleichungen bestehen. Wir wollen indessen ausschließen, daß zwischen den Koordinaten aus rein geometrischen Gründen eine Abhängigkeit bestehe, und es sei daher stets $r \leqq 3n$. Ist $r < 3n$, so werden nicht alle denkbaren Lagen des Systems durch Wertsysteme der p_ϱ dargestellt, sondern nur ein Teil derselben. Die durch die p_ϱ nicht dargestellten Lagen sollen bei Benutzung der Koordinaten p_ϱ dadurch selbst als von der Betrachtung ausgeschlossen gelten.

Konfiguration und absolute Lage.

Definition 1. Die Gesamtheit der gegenseitigen Lagen der Punkte eines Systems heißt die Konfiguration des Systems. 14

Die Konfiguration des Systems und die absolute Lage der Konfiguration im Raume bestimmen zusammen die Lage des Systems.