Gesammelte Werke

Schriften vermischten Inhalts

Hertz, Heinrich

Vaduz/Liechtenstein, 1987

18. Über die Dimensionen des magnetischen Poles in verschiedenen Maßsystemen

urn:nbn:de:bsz:31-269592

18. Über die Dimensionen des magnetischen Poles in verschiedenen Maßsystemen.

Aus WIEDEMANN's Annalen der Physik und Chemie.
Bd. 24, S. 114—118, 1885.

Vor zwei Jahren wurde, zum Teil in diesen Annalen [1]), lebhafter noch im Philosophical Magazine eine Diskussion geführt über den in der Überschrift genannten Gegenstand. Dieselbe ist nun zwar im allgemeinen als abgeschlossen zu betrachten, in einem Punkte jedoch ist, wie ich glaube, noch eine vollständigere Aufklärung möglich, was bei einer prinzipiell so wichtigen Frage nicht gleichgültig ist. Es zeigte sich nämlich ein gewisser Gegensatz zwischen dem elektrodynamischen [2]) (oder magnetischen) Mafssysteme und dem elektrostatischen. Während in ersterem Übereinstimmung herrschte nicht nur in Bezug auf den magnetischen Pol, von welchem man ausging, sondern auch in Bezug auf den elektrischen Pol, dessen Dimensionen abgeleitet wurden, war in letzterem eine Meinungsverschiedenheit möglich, nicht zwar in Bezug auf den elektrischen Pol, von welchem man ausging, wohl aber in Bezug auf den abgeleiteten magnetischen Pol. Neben das MAXWELL'sche elektrostatische System trat das CLAUSIUS'sche. Wurde es nun auch klar, dafs keines von diesen beiden falsch sein müsse, sondern dafs nur über die gröfseren oder geringeren Vorzüge des einen wie des anderen gestritten werden könne, so mag doch bei vielen Physikern das Gefühl zurückgeblieben

---

[1]) Vgl. CLAUSIUS, Wied. Ann. Bd. 16, S. 529, 1882. Bd. 17, S. 713, 1882; v. HELMHOLTZ, Wied. Ann. Bd. 17, S. 42, ferner eine Reihe von Aufsätzen im Phil. Mag. (Ser. 5) Bd. 13 u. 14, 1882.

[2]) in der Bezeichnungsweise von CLAUSIUS.

sein, als seien beide, und damit das elektrostatische System überhaupt im Nachteile gegen das magnetische, in welchem Zweifel gar nicht aufkamen, und als sei man bei Anwendung des letzteren vor Gefahren geschützt, welche bei Benutzung des ersteren unzweifelhaft nahe lagen. Dafs diese Anschauung irrig wäre, zeige ich, indem ich den Annahmen, von welchen Maxwell und Clausius ausgingen, zwei andere gegenüberstelle, welche zwar nicht praktisch, wohl aber theoretisch ebenso gerechtfertigt sind wie jene, und bei deren Benutzung das magnetische und das elektrostatische System genau ihren Platz vertauschen. Wäre man ursprünglich von diesen neuen Annahmen ausgegangen, statt von den alten, so hätte Einstimmigkeit geherrscht in Bezug auf das elektrostatische, Diskussion in Bezug auf das magnetische System. Dies zeigt deutlich a posteriori, was freilich auch a priori zu erweisen ist, dafs keines dieser beiden Systeme allgemein vorteilhafter oder sicherer ist, als das andere, sondern nur vorteilhafter für ein bestimmtes Gebiet der Elektrodynamik, sicherer in Bezug auf eine bestimmte elektrodynamische Rechnung. Es ist in gewissem Sinne Zufall, dafs sich die Diskussion im elektrostatischen und nicht im magnetischen Systeme erhob. Ich stelle die alten und die neuen Annahmen mit ihren Folgerungen als These und Antithese gegenüber.

Die These ist dann:

a) Die Arbeit A, welche erforderlich ist, einen magnetischen Pol m um einen konstanten elektrischen Strom, der in der Zeit t die Menge e fördert, in geschlossener Bahn einmal herum zu bewegen, ist proportional der Stärke m des Poles und der Intensität e/t des Stromes, sie ist unabhängig von den räumlichen Abmessungen. Setzen wir also $A = k_1 me/t$, so ist k_1 eine Konstante, deren Gröfse und Dimension nur abhängt von dem gewählten Mafssysteme. Maxwell hält es für das vorteilhafteste, elektrische und magnetische Gröfsen so zu verknüpfen, dafs diese Konstante eine dimensionslose Zahl wird. Dann ist in üblicher Bezeichnungsweise:

$$(M) \qquad [m][e] = ML^2T^{-1} \ .$$

b) Das Moment $m \,.\, \delta$ eines magnetischen Doppelpunktes, welcher einen kleinen Kreisstrom für die Rechnung vollständig ersetzt, ist proportional der Intensität e/t des Stromes und der umströmten Fläche f. Es ist also $m\delta = k_2 ef/t$, wo auch k_2 eine nur von den Maſseinheiten abhängige Konstante ist. Ist k_1 eine reine Zahl, so wird es im allgemeinen k_2 nicht sein, und umgekehrt. Clausius hält es nun in Rücksicht auf die Ampère'sche Theorie für geboten, die magnetischen und elektrischen Gröſsen so zu verknüpfen, daſs k_2 eine dimensionslose Zahl werde, wo sich dann ergiebt:

$$[m] = [e] L T^{-1} \quad . \qquad (C)$$

Die Konsequenzen der Annahme (M) und (C) sind die folgenden:

1. Im magnetischen Systeme ist die Ausgangsdimension: $[m] = M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}$. Also ergiebt sich die abgeleitete des elektrischen Poles:

nach (M): $M^{1/2} L^{1/2}$, nach (C): $M^{1/2} L^{1/2}$.

Es herrscht also Übereinstimmung.

2. Im elektrostatischen Systeme ist die Ausgangsdimension die des elektrischen Poles: $[e] = M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}$. Und also ergiebt sich die abgeleitete des magnetischen Poles:

nach (M): $M^{1/2} L^{1/2}$, nach (C): $M^{1/2} L^{5/2} T^{-2}$.

Beide Ausdrücke sind verschieden, und dieser Umstand erscheint als Nachteil des elektrostatischen Systemes.

Um nun die Antithese aufzustellen, benutze ich den Ausdruck „magnetischer Strom".[1]) Ein konstanter magnetischer Strom wird dargestellt durch einen drahtförmigen Ringmagnet, welcher in gleichen Zeiten gleiche Mengen Magnetismus erwirbt oder verliert. Für hinreichend kurze Zeiten können wir einen solchen Strom in beliebiger Stärke herstellen, und für beliebig lange Zeiten, wenn wir ihn hinreichend schwach machen. Die elektrischen Kräfte, welche ein solcher Strom ausübt, sind bekannt, und jede Elektrodynamik lehrt, wenn auch in anderer Bezeichnungsweise das Folgende:

a) Die Arbeit A, welche erforderlich ist, um einen elektrischen Pol e um einen konstanten magnetischen Strom, wel-

[1]) Siehe No. 17 S. 299.

cher in der Zeit t die Menge m fördert, in geschlossener Bahn einmal herumzubewegen, ist proportional der Stärke e des Poles und der Intensität m/t des Stromes, sie ist unabhängig von den räumlichen Abmessungen. Setzen wir also $A = k_1' e . m/t$, so gilt von k_1' das von k_1 und k_2 Ausgesagte. Man kann es nun, etwa in der Theorie der unipolaren Induktion, für vorteilhaft halten, gerade diese Gleichung als Grundgleichung für die Verknüpfung anzusehen, und k_1' zu einer reinen Zahl zu machen; man gelangt so zu dieser Annahme:

$$(M') \qquad [m][e] = M L^2 T^{-1} \ ,$$

welche übrigens mit (M) übereinstimmt.

b) Ein elektrischer Doppelpunkt kann für die Rechnung vollständig ersetzt werden durch einen kleinen magnetischen Kreisstrom, dessen Ebene senkrecht zur Axe des Doppelpunktes steht. Dabei mufs das Moment $e . \delta$ des Doppelpunktes proportional sein der Intensität m/t des Stromes und der umströmten Fläche f. Es ist also zu setzen $e\delta = k_2' f m/t$. Es wäre theoretisch nicht unrichtig, wenn auch vom Standpunkte gegenwärtiger Theorien und Anwendungen aus unpraktisch, wenn man von dieser Gleichung ausginge und also k_2' zu einer reinen Zahl machte. Es wäre alsdann:

$$(C') \qquad [e] = [m] L T^{-1} \ .$$

Die Konsequenzen der Annahmen (M') und (C') sind nun diese:

1. Im magnetischen Systeme ist immer noch:

$$[m] = M^{1/2} L^{3/2} T^{-1} \ .$$

Also wären die Dimensionen des abgeleiteten elektrischen Poles:

$$\text{nach } (M')\text{:} \quad M^{1/2} L^{1/2} \ , \qquad \text{nach } (C')\text{:} \quad M^{1/2} L^{5/2} T^{-2} \ .$$

Jetzt findet sich also die Unannehmlichkeit, dafs verschiedene Annahmen zu verschiedenen Resultaten führen, im magnetischen Systeme.

2. Im elektrostatischen Systeme ist immer noch:

$$[e] = M^{1/2} L^{3/2} T^{-1} \ .$$

Also sind hier die Dimensionen des magnetischen Poles:

$$\text{nach } (M')\text{:} \quad M^{1/2} L^{1/2} \ , \qquad \text{nach } (C')\text{:} \quad M^{1/2} L^{1/2} \ ,$$

und das elektrostatische System geniefst also den Vorteil, welchen wir vorher dem magnetischen beilegen mufsten.

These und Antithese zusammen zeigen die Gleichberechtigung beider Systeme vom rein rechnerischen Standpunkte aus. Praktisch wäre für die auf (M) und (M') begründeten Formen derselben anzuführen, dafs sie die geringsten Ansprüche auf das Gedächtnis machen. Sieht man im Magnetismus nur eine Erscheinungsform bewegter elektrischer Massen, so wird man dem elektrostatischen Systeme in der Form (C) den Vorzug geben, weil bei dieser Anschauung es allein neben dem mathematischen auch den physischen Zusammenhang wiedergiebt. Ich selber glaube stets vor Rechenfehlern am ehesten geschützt gewesen zu sein, wenn ich, dem Rate v. Helmholtz's[1]) folgend, keines jener scheinbar konsequenteren Systeme benutzte, sondern mich an das von ihm als das Gauss'sche bezeichnete System hielt, welches also die Einheiten von Elektricität und Magnetismus getrennt definiert mit den gleichen Dimensionen $[e] = [m] = M^{1/2}L^{3/2}T^{-1}$, und welches mit Dimensionen behaftete Faktoren da einführt, wo elektrische und magnetische Gröfsen zusammentreffen.

---

[1]) Siehe Wiedemann's Ann. Bd. 17, S. 48, 1882.