

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Gesammelte Werke

Die Prinzipien der Mechanik

Hertz, Heinrich

Leipzig, 1910

Vorbemerkungen

[urn:nbn:de:bsz:31-288857](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-288857)

Gleichungen eine der Größen p'_e mit Hilfe von Gleichung a) durch die übrigen aus, so sind die Verhältnisse zwischen den letzteren nun völlig willkürliche Größen. Der Koeffizient jeder einzelnen dieser Größen muß also für sich verschwinden. Wir erhalten so als notwendige Folge unserer Annahme im ganzen $(r-1)^2$ Gleichungen zwischen den r Funktionen p_{1e} und ihren r^2 partiellen ersten Differentialquotienten. In besonderen Fällen können diese Gleichungen sämtlich befriedigt sein, denn sie sind befriedigt, wenn die Gleichung a) integrabel ist. Aber im allgemeinen haben wir kein Recht, die Funktionen p_{1e} auch nur einer einzigen Bedingung unterworfen vorauszusetzen, und im allgemeinen war also unsere Annahme unzulässig. Damit ist die Behauptung erwiesen.

Ergebnis (190 bis 195). In holonomen Systemen decken 196 sich die Begriffe der geradesten und der geodätischen Bahnen dem Inhalt nach vollständig; in nichtholonomen Systemen schließt keiner dieser Begriffe den andern ein, sondern beide haben im allgemeinen vollständig verschiedenen Inhalt.

Abschnitt 6. Von der geradesten Entfernung in holonomen Systemen.

Vorbemerkungen.

1. In diesem Abschnitt soll nur von holonomen Systemen 197 die Rede sein und unter einem System schlechthin also ein holonomes verstanden werden. Es kann daher, und es soll vorausgesetzt werden, daß die benutzten Koordinaten p_e des Systems sämtlich freie Koordinaten sind. Die Zahl dieser Koordinaten ist gleich der Zahl der Bewegungsfreiheiten des Systems, also unabhängig von unserer Willkür; wir bezeichnen sie dauernd mit r .

2. Geradeste und geodätische Bahnen fallen in diesem Abschnitt zusammen (196), und die gemeinsamen Diffe-

rentialgleichungen dieser Bahnen können geschrieben werden in der Form der r Gleichungen:

$$d(\sqrt{a_{qq}} \cos s, p_q) = \frac{\partial ds}{\partial p_e} ,$$

welche man aus 186 oder aus 160 erhält, indem man bedenkt, daß für die gewählten Koordinaten die sämtlichen Größen p_{e_q} gleich Null sind.

- 199 3. Zuzolge derselben Bemerkung erhält man für die Variation der Länge einer Bahn, welche den vorstehenden Differentialgleichungen genügt, also der Länge einer geodätischen Bahn, aus 184:

$$\delta \int ds = \sum_1^r \left[\frac{\partial ds}{\partial p_e} \delta p_e \right]_0 ,$$

oder unter Berücksichtigung von 92:

$$\delta \int ds = \sum_1^r \left[\sqrt{a_{qq}} \cos s, p_q \delta p_e \right]_0 ,$$

in welchen Gleichungen also die δp_e die Variationen der Koordinaten der Endlage, und die $\cos s, p_e$ die Richtungscosinus der Endelemente der betrachteten geodätischen Bahn bezeichnen.

I. Flächen von Lagen.

- 200 **Definition.** Unter einer Fläche von Lagen verstehen wir im allgemeinen ein stetig zusammenhängende Gesamtheit von Lagen. Im besonderen aber soll hier unter einer Fläche eine Gesamtheit möglicher Lagen eines holonomen Systems verstanden sein, welche dadurch charakterisiert ist, daß die Koordinaten der ihr angehörigen Lagen einer einzigen endlichen Gleichung unter sich genügen.

Die Gesamtheit der Lagen, welche gleichzeitig zweien