

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Gesammelte Werke

Die Prinzipien der Mechanik

Hertz, Heinrich

Leipzig, 1910

Erläuterungen und Bemerkungen

[urn:nbn:de:bsz:31-288857](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-288857)

Abschnitt 6. Von den Unstetigkeiten der Bewegung.

Erläuterungen und Bemerkungen.

- 668 1. Alle Systeme materieller Punkte, auf welche das Grundgesetz nach seinen Voraussetzungen überhaupt Anwendung finden kann, müssen stetige Zusammenhänge besitzen. Die Koeffizienten aller Bedingungsgleichungen solcher Systeme sind also von vornherein stetige Funktionen der Lage (124). Dies hindert aber nicht, daß diese Funktionen sich in der Nähe gewisser Lagen äußerst schnell ändern, so daß die Gleichungen schon in sehr benachbarten Lagen endlich verschiedene Koeffizienten haben.
- 669 2. Wenn das betrachtete System durch eine solche Lage sehr schneller Änderung hindurchgeht, so erfordert die vollständige Kenntnis seiner Bewegung die vollständige Kenntnis der Bedingungsgleichungen auch während der schnellen Änderung derselben. Gewisse Aussagen über die Bewegung aber lassen sich fällen, auch wenn die Form der Bedingungsgleichungen des Systems nur vor und hinter der Stelle ihrer schnellen Änderung gegeben ist. Beschränken wir uns auf diese Klasse von Aussagen, so ist es analytisch einfacher, auf die besondere Art der Änderung keine Rücksicht zu nehmen, und die Bedingungsgleichungen so zu behandeln, als ob ihre Koeffizienten unstetig wären. In diesem Falle ist die Auffassung des Systems als eines unstetigen bedingt durch die freiwillige Beschränkung unserer Behandlung desselben.
- 670 3. Es kann aber auch geschehen, daß unsere physikalischen Mittel uns zwar erlauben, den Zusammenhang eines Systems im übrigen vollständig zu erforschen, daß sie aber nicht ausreichen, ihn zu erforschen an den Stellen der sehr schnellen Änderung, obwohl wir überzeugt sind, und etwa auch physikalisch nachweisen können, daß dieser Zusammenhang auch hier ein stetiger ist. Trifft dies ein, so sind wir gezwungen, den Zusammenhang analytisch als einen unstetigen

darzustellen, wenn wir nicht auf eine einheitliche Darstellung desselben überhaupt verzichten wollen. In diesem Falle ist dann die Auffassung des Systems als eines unstetigen bedingt durch die unfreiwillige Beschränktheit unserer Kenntnis von dem System.

4. Sind uns umgekehrt unmittelbar analytisch die Koeffi- 671
zienten der Bedingungsgleichungen eines Systems als unstetige Funktionen der Lage gegeben, ohne Angabe, wie diese Funktionen ermittelt sind, so setzen wir voraus, daß einer der beiden vorher erwähnten Fälle vorliege. Wir betrachten also die gegebenen Gleichungen nur als eine unvollständige und angenäherte Angabe der wahren, stetigen Form derselben. Wir nehmen also auch eo ipso an, daß man nicht eine vollständige Bestimmung der Bewegung eines solchen Systems von uns verlange, sondern nur die Angabe derjenigen Aussagen, welche sich trotz der unvollständigen Kenntnis des Systems tun lassen unter der Voraussetzung, daß an den Unstetigkeitsstellen der unbekannte Zusammenhang in Wirklichkeit ein stetiger sei.

5. Geht ein System mit endlicher Geschwindigkeit durch 672
eine Stelle sehr schneller Änderung hindurch, so erleiden seine Bedingungsgleichungen in verschwindender Zeit endliche Änderungen. Ist das System während des ganzen Verlaufs auch in Wirklichkeit, wie es das Grundgesetz voraussetzt, ein gesetzmäßiges, so gewinnt es doch den Anschein, als erlitten seine Gesetzmäßigkeit zur Zeit des Durchgangs durch jene Lage einen Bruch, ohne daß in Wahrheit ein solcher stattfände. Ist uns also analytisch ein System gegeben, dessen im übrigen von der Zeit unabhängige Bedingungsgleichungen zu einer bestimmten Zeit in neue Formen überspringen, so betrachten wir diese Bedingungsgleichungen zu dieser Zeit nur als angenäherte Vertreter eines anderen, uns unbekanntes, vielleicht viel verwickelteren, aber jedenfalls nicht nur stetigen, sondern auch gesetzmäßigen Zusammenhangs. Wir nehmen also auch an, daß man nicht eine vollständige Bestimmung der Bewegung des Systems von uns verlange, sondern nur die Angabe derjenigen Aussagen, welche sich trotz der vorhandenen Unkenntnis

nach dem Grundgesetz aussagen lassen unter der Voraussetzung, daß auch zur Zeit der Unstetigkeit der wahre Zusammenhang des Systems ein stetiger und gesetzmäßiger sei.

- 673 6. Indem wir alle Unstetigkeitslagen und -zeiten in der vorerwähnten Weise auffassen, haben wir freilich auf die Behandlung wirklich unstetiger Systeme verzichtet. Auf solche würde auch das Grundgesetz eine Anwendung gar nicht gestatten. Einen Verzicht auf die Behandlung irgendwelcher natürlicher Systeme bedeutet aber diese Einschränkung nicht, da alles uns zu der Annahme berechtigt, daß in der Natur wohl scheinbare, aber keine wirklichen Unstetigkeiten vorkommen. Daß der Durchgang der Systeme durch scheinbare Unstetigkeitslagen nicht vollständig durch das Grundgesetz allein bestimmt ist, entspricht auch vollständig der physikalischen Erfahrung, daß die Kenntnis eines Systems vor und hinter einer Unstetigkeitsstelle nicht hinreicht, um die Änderung der Bewegung beim Durchgang durch die Stelle vollständig zu ermitteln.

Von der Stoßkraft oder dem Stoß.

- 674 **Bemerkung.** Durchläuft ein System eine Unstetigkeitslage, so erleidet seine Geschwindigkeit eine Änderung von endlicher Größe. Die Differentialquotienten seiner Koordinaten nach der Zeit springen plötzlich auf neue Werte über.

Denn unmittelbar vor und hinter der Unstetigkeitsstelle müssen diese Differentialquotienten, und also die Komponenten jener Geschwindigkeit, linearen Gleichungen mit endlich verschiedenen Koeffizienten genügen.

- 675 **Folgerung 1.** Beim Durchgang durch eine Unstetigkeitslage wird die Beschleunigung unendlich groß, jedoch in solcher Weise, daß das Zeitintegral der Beschleunigung, genommen über die Zeit des Durchgangs, im allgemeinen einen endlichen Wert behält.

Denn dieses Zeitintegral ist die im allgemeinen endliche Änderung der Geschwindigkeit.