Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1862

Fünfter Abschnitt. Die Bewegungsmechanismen

urn:nbn:de:bsz:31-270970

FÜNFTER ABSCHNITT.

Die Bewegungsmechanismen.

Einleitung.

Die Maschinen bestehen theils aus unbeweglichen, theils aus beweglichen Bestandtheilen, die ersteren dienen als Stützpunkte für die letzteren. Es sind die Zapfenlager, Axenhalter, Führungslineale und Maschinengestelle. Die beweglichen Bestandtheile dienen zur Fortleitung, Uebertragung, Verwandlung und Regulirung der Bewegungen. In diesem Abschnitt werden vorzugsweise die zur Verwandlung und Regulirung der Bewegungen dienenden Mechanismen behandelt. Ein Mechanismus zur Verwandlung einer Bewegung in eine andere besteht aus wenigstens zwei Bestandtheilen, von denen jeder nur eine gewisse einfache Bewegung zu machen vermag, die aber mit einander in der Weise in Zusammenhang gebracht sind, dass durch die Bewegung des einen die Bewegung des andern hervorgebracht wird. Die einfachen Bewegungen der Elementarbestandtheile einer Maschine sind: 1) die geradlinig fortschreitende, 2) der garadlinige Hin- und Hergaug, 3) die gleichgerichtete Drehung, 4) die Hin- und Herdrehung. Ausser diesen könnte man noch krummlinige Bewegungen in Betrachtung ziehen, was wir jedoch unterlassen wollen, weil diese Bewegungen doch nur ausnahmsweise vorkommen.

Bezeichnen wir die geradlinig fortschreitende Bewegung mit a, den geradlinigen Hin- und Hergang mit b, die continuirlich drehende mit c, den bogenförmigen Hin- und Hergang mit d, so ist klar, dass die folgenden 16 Bewegungsverwandlungen möglich sind:

a in a oder in b, c, d

b „ b „ „ a, c, d

c „ c „ „ a, b, d

d „ d „ „ a, b, c

allein es ist klar, dass es möglicher Weise von jeder dieser 16 Arten von Verwandlungen eine nicht bestimmbare Anzahl von Varietäten gibt.

Es werden nun in Folgendem sehr viele von den bis jetzt erfundenen Bewegungsverwandlungen beschrieben, und wo es nöthig ist theoretisch behandelt, allein nicht in der Reihenfolge, welche durch obiges Schema dargestellt ist, sondern in einer für das Verständniss angemessenen Folge. Zwei Arten von Bewegungsverwandlungen sind es, die in der Mechanik vorzugsweise vorkommen, nämlich die Verwandlungen

c in c und c in b

und mit der Erklärung derselben wollen wir beginnen.

Räderwerke.

Zur Verwandlung einer continuirlich drehenden Bewegung einer Axe in eine continuirlich drehende einer zweiten Axe dienen am häufigsten Räderwerke. Da wir die Form der Zähne bereits in der Verzahnungstheorie bestimmt haben, so erübrigt uns nun noch die Beschreibung und Erklärung verschiedener Räderzusammenstellungen für verschiedene Zwecke.

Gewöhnliche Stirnräder zur Verbindung zweier zu einander parallelen Axen.

Fig. 5, Tafel XVIII. Das Charakteristische der Bewegungen solcher Räder ist: 1) die Geschwindigkeiten der Theilrisse der Räder sind gleich gross, 2) die Drehungsrichtungen sind entgegengesetzt, 3) die Umdrehungen der Räder in einer Minute verhalten sich umgekehrt wie die Halbmesser und auch umgekehrt, wie die Anzahl der Zähne.

Gewöhnliche Kegelräder zur Verbindung zweier Axen, die sich schneiden.

Fig. 6, Tafel XVIII. Auch hier gelten die für Stirnräder bestehenden geometrischen Beziehungen.

Uebersetzung mit einem Zwischenrad.

Fig. 7, Tafel XVIII. a und c sind zwei durch ein Zwischenrad b verbundene Räder. Dieses Zwischenrad hat keinen Einfluss auf das Geschwindigkeitsverhältniss der Räder a und c, wohl aber auf ihre Bewegungsrichtungen. Diese sind entgegengesetzt, wenn a und c direkt auf einander wirken, übereinstimmend, wenn ein Zwischenrad vorhanden ist. Das Gleiche findet statt, wenn zwei Räder durch eine ungerade Anzahl von Zwischenrädern verbunden sind.

Uebersetzung mit zwei Zwischenrädern.

Fig. 8, Tafel XVIII. a und d sind zwei Stirnräder, die durch zwei Zwischenräder b und c in Verbindung gesetzt sind. Hier ist sowohl das Geschwindigkeitsverhältniss der Räder a und d, als auch ihre Bewegungsrichtung genau so, wie wenn a und d unmittelbar auf einander wirkten. Diese Anwendung mehrerer Zwischenräder wird nur in solchem Falle Vortheil gewähren, wenn die Entfernung der zu verbindenden Axen gross und die Anwendung von sehr grossen Rädern nicht wohl zulässig ist. Aehnlich verhält es sich auch, wenn eine beliebige, jedoch gerade Anzahl von Zwischenaxen angewendet wird.

Verbindung zweier Axen, deren Richtungen sich nicht schneiden durch eine Zwischenaxe.

Fig. 1, Tafel XIX. a und b sind zwei Axen, deren Richtungen einen Winkel bilden, sich aber nicht schneiden. c ist eine Zwischenaxe, deren Richtung sowohl a als b schneidet. d und e sind zwei Kegelräder, welche die Axen a und c verbinden, *f* und g sind zwei andere Kegelräder, durch welche die Axen c und b in Verbindung gesetzt werden.

Räderzählwerk.

Fig. 2, Tafel XIX. a ist eine rasch laufende Axe, deren Umdrehungen gezählt werden sollen, b ein mit a verbundenes Getriebe, das in zwei grosse Stirnräder c und d eingreift, von welchen c mit der Axe *f* verbunden ist, d hingegen frei um *f* sich dreht. Die Anzahl der Zähne des Rades d ist um eine Einheit grösser, als die Anzahl der Zähne von c. e ist ein mit der Axe *f* verbundener Zeiger, der auf eine an dem Rade d angebrachte Kreistheilung weist. Die Anzahl der Umdrehungen, welche die Axe a macht, wenn der Zeiger e in seiner relativen Bewegung gegen das Rad d einmal herumgegangen ist, beträgt, wie man leicht findet,

$$\frac{Z\,(Z + 1)}{z} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

wobei Z, $Z + 1$ und z die Zahnzahlen der Räder c, d, und b bezeichnen.

Die am Rade d anzubringende Eintheilung muss daher so viele Theilungen erhalten, als der Ausdruck (1) angibt, damit eine Theilung einer einzelnen Umdrehung der Axe a entspricht.

Schraubenräder für Axen, deren Richtungen auf einander senkrecht sind.

Fig. 3, Tafel XIX. Grundriss, Fig. 4 Aufriss.

Schraubenräder für parallele Axen.

Fig. 5, Tafel XIX. Die Zähne dieser Schraubenräder sind die Einhüllungsflächen, welche entstehen, wenn die Schneide eines Meisels nach einer gewissen Richtung geradlinig und mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortbewegt wird, während gleichzeitig der cylindrische Körper mit angemessener Geschwindigkeit um seine Axe gedreht wird. Diese Schraubenräder sind von dem Engländer *White* erfunden worden.

Die Schraube ohne Ende.

Fig. 6, Tafel XIX. Bei einer Umdrehung der Axe a geht das Rad b um eine Zahntheilung weiter (vorausgesetzt, dass die Schraube eingewindig ist). Die Uebersetzungszahl ist demnach gleich der Anzahl der Zähne des Rades. Es ist dies der compendiöseste Mechanismus für Uebersetzungen ins Langsame, er consumirt jedoch leider durch Reibung ungemein viel Kraft, kann deshalb zur Uebertragung von mächtigeren Kräften nicht gebraucht werden.

Spiralrad und Zahnrad.

Fig. 7, Tafel XIX. a ist ein Stirnrad, b eine Scheibe, die auf ihrer Fläche mit einer spiraligen Windung versehen ist. Die Entfernung zweier unmittelbar auf einander folgenden Windungen ist gleich der Zahntheilung von a. Wird b einmal umgedreht, so geht das Rad a um eine Zahntheilung weiter. Es wirkt also dieser Mechanismus ähnlich, wie die endlose Schraube, und kann als Zählwerk gebraucht werden; zur Uebertragung grösserer Kräfte aber nicht, weil hier der Reibungswiderstand noch grösser ist, als bei der endlosen Schraube.

Das Differenzialräderwerk mit Kegelrädern.

Fig. 8, Tafel XIX. Dieses Rädersystem dient vorzugsweise bei gewissen Spinnmaschinen zur Fadenaufwicklung. Es ist seiner Wirkung nach ein Mechanismus, durch welchen drehende Bewegungen addirt und subtrahirt werden können. a ist eine Axe, mit welcher das Kegelrad b fest verbunden ist, c, d, e bilden ein Stück, das sich frei auf a dreht, c ist ein Kegelrad, d eine Röhre, e ein Stirnrad. *f* ist ein Stirnrad oder eine Scheibe, es ist frei drehbar auf a, g ist ein sogenanntes Planetenrad, dessen Axe in dem Körper von *f* gelagert ist und dessen Zähne in c und b eingreifen. b, c, g sind von gleicher Grösse. Werden nun b und *f*, wie die Pfeile andeuten, nach entgegengesetzter Richtung bewegt, so veranlasst jede dieser beiden Drehungen eine Drehung von c d e. Dieses Stück macht daher eine zusammengesetzte Bewegung, um deren Bestimmung es sich handelt. Dies kann auf mehrere Arten geschehen.

Erste Bestimmung. Es ist klar, dass der Winkel, um welchen c gedreht wird, in dem Fall, wenn man b und *f* gleichzeitig dreht, eben so gross ist, als wenn man zuerst b dreht und *f* stehen lässt, dann aber b stehen lässt und *f* dreht. Dreht man b einmal nach der Richtung des Pfeiles herum und lässt *f* stehen, dann leistet dabei *f* nur allein den Dienst eines Axenlagers; das Rad c wird demnach einmal herumgedreht und zwar nach einer Richtung, die, wie der Pfeil angibt, jener von b entgegengesetzt ist. Lässt man nun b stehen und dreht *f* einmal nach der Richtung des Pfeiles herum, so wird das Planetenrad g die Axe a umlaufen und sich gleichzeitig um seine eigene Axe drehen, oder g rollt auf b einmal herum.

Würde das Planetenrad blos um die Axe a laufen, ohne sich um seine eigene Axe zu drehen, so würde dadurch c *einmal* herumgeführt. Würde sich das Rad g blos einmal um seine Axe drehen, ohne die Axe a zu umlaufen, so würde c abermals *einmal* gedreht. Das Umlaufen und gleichzeitige Drehen um die eigene Axe bewirkt demnach, dass c *zweimal* nach der Richtung des in der Zeichnung angedeuteten Pfeils gedreht wird. Nachdem also eine Umdrehung von b auch eine Umdrehung von c und eine Umdrehung von

f zwei Umdrehungen von c hervorbringt, so ergibt sich die Anzahl $\binom{n}{c}$ der Umdrehungen, welche c in einer Minute macht, wenn die Räder b und f gleichzeitig während einer Minute $\binom{n}{b}$ und $\binom{n}{f}$ Umdrehungen machen, durch folgenden Ausdruck

$$\binom{n}{c} = \binom{n}{b} + 2\binom{n}{f} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Würde man f nach einer Richtung drehen, die mit jener von b übereinstimmt, so muss man $\binom{n}{f}$ negativ in Rechnung bringen, und dann wird:

$$\binom{n}{c} = \binom{n}{b} - 2\binom{n}{f} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Dreht man f nach der in der Figur angedeuteten Richtung, b hingegen nach entgegengesetzter Richtung, so muss man um $\binom{n}{c}$ zu finden, in (1) $\binom{n}{b}$ negativ nehmen, dann wird:

$$\binom{n}{c} = -\binom{n}{b} + 2\binom{n}{f} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Im Fall (1) summirt, in den Fällen (2) und (3) subtrahirt der Apparat. Fällt $\binom{n}{c}$ negativ aus, so ist dies ein Zeichen, dass die Bewegung von c entgegengesetzt ist derjenigen, welche in der Figur durch den Pfeil angedeutet ist.

Zweite Bestimmung. Eine zweite Bestimmung der Bewegung des Rades c gründet sich auf den Satz, dass die relativen Bewegungen sämmtlicher Räder nicht geändert werden, wenn man dem ganzen Apparat noch eine gemeinsame rotirende Bewegung ertheilt.

Es seien $\binom{n}{b}$, $\binom{n}{f}$, $\binom{n}{c}$ die Umdrehungen der Räder b, f, c in einer Minute nach den Richtungen, welche die Pfeile in der Figur andeuten. Fügt man zu diesen Drehungen noch eine Drehung des ganzen Apparates um die Axe a hinzu und zwar mit einer Geschwindigkeit, die der des Rades f gleich aber entgegengesetzt ist, so kommt das Rad f ganz in Ruhe und die Räder b und c machen dann in einer Minute $\binom{n}{b} + \binom{n}{f}$ und $\binom{n}{c} - \binom{n}{f}$ Umdrehungen. Allein wenn f ruht, sind die Geschwindigkeiten von b und c gleich gross, man hat daher:

$$\binom{n}{b}+\binom{n}{f}=\binom{n}{c}-\binom{n}{f}$$

oder

$$\binom{n}{c}=\binom{n}{b}+2\binom{n}{f} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

eine Formel, die mit (1) übereinstimmt.

Differenzialräderwerk mit Stirnrädern.

Fig. 9, Tafel XIX. a ist eine Axe, mit welcher das Getriebe b verbunden ist. f ist ein auf a frei bewegliches Rad, durch dessen Körper eine mit zwei Rädern c und d verbundene Axe g gesteckt ist, die sich in einer Hülse gegen den Radkörper f drehen kann. e ist ein um a frei drehbares Rad. Die Räder b und c, so wie e und d greifen in einander. Werden die von einander unabhängigen Räder b und f gleichzeitig gedreht, so entsteht in e eine zusammengesetzte drehende Bewegung, welche bestimmt werden soll.

Erste Bestimmung. Lässt man f ruhig stehen und dreht a einmal herum, so ist das Ganze eine gewöhnliche Räderübersetzung, macht demnach e, $\frac{b}{c} \times \frac{d}{e}$ Umdrehungen, wobei die Zeichen b, c, d, e die Halbmesser der Räder bezeichnen. Lässt man b stehen und dreht f einmal nach der Richtung des Pfeiles herum, so rollt c auf b herum, und dieses Rollen zerlegt sich in einen Umlauf und in eine Rotation. Ein Umlauf von c um b (ohne Rotation) macht, dass e einmal nach der Richtung des auf e verzeichneten Pfeiles mitgenommen wird.

Bei einem einmaligen Herumrollen von c auf b dreht sich c und mithin auch g und d, $\frac{b}{c}$ mal; dreht sich folglich e, $\frac{b}{c} \times \frac{d}{e}$ mal um seine Axe, jedoch nach einer Richtung, die derjenigen entgegengesetzt ist, welche durch den auf e verzeichneten Pfeil angedeutet wird. *Eine* Umdrehung von f bewirkt also $1 - \frac{b}{c} \times \frac{d}{e}$ Umdrehungen von e.

Wenn nun b $\binom{n}{b}$ und f $\binom{n}{f}$ Umdrehungen machen, so wird nach diesen Erläuterungen offenbar

$$\binom{n}{e}=\binom{n}{b}\frac{b}{c} \times \frac{d}{e}+\left(1-\frac{b}{c} \times \frac{d}{e}\right)\binom{n}{f} \quad \ldots \quad (1)$$

oder

$$\binom{n}{e} = \binom{n}{f} + \frac{b}{c}\,\frac{d}{e}\left[\binom{n}{b} - \binom{n}{f}\right] \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Zweite Bestimmung. Wenn b $\binom{n}{b}$ mal und gleichzeitig f $\binom{n}{f}$ mal nach den Pfeilrichtungen gedreht wird, und sodann der ganze Apparat mit $\binom{n}{f}$ Umdrehungen zurückgedreht wird, so kommt f zum Stillstand und es macht dann

b, $\binom{n}{b} - \binom{n}{f}$ dagegen e, $\binom{n}{e} - \binom{n}{f}$ Umdrehungen.

Allein wenn f stille steht, hat man es mit einer gewöhnlichen Uebersetzung zu thun, und ist folglich

$$\binom{n}{e} - \binom{n}{f} = \left[\binom{n}{b} - \binom{n}{f}\right] \frac{b}{c}\,\frac{d}{e}. \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

eine mit (2) übereinstimmende Gleichung.

Differenzialräderwerk mit veränderlicher Geschwindigkeit.

Die resultirende Bewegung des Differenzialräderwerkes ist eine gleichförmige oder eine ungleichförmige, je nachdem die Elementarbewegungen gleichförmig oder ungleichförmig sind. Zur Anwendung des Differenzialräderwerkes wird man meistens in den Fällen veranlasst, wenn zu einer gleichförmigen Bewegung eine ungleichförmige Bewegung addirt oder abgezogen werden soll. Diese ungleichförmige Elementarbewegung wird dann in der Regel vermittelst der Konusbewegung oder vermittelst Friktionsscheiben hervorgebracht, von welchen Mechanismen in der Folge die Rede sein wird.

Uebersetzungskurbel mit Kegelrädern.

Fig. 10, Tafel XIX. a ist eine Axe, die sich in Lagern dreht und mit welcher ein Schwungrad c und das konische Rad d verbunden sind. e ist ein an das Gestell befestigtes, mithin unbewegliches Kegelrad, f ist eine auf der Axe a frei drehbare Kurbel, deren Körper über diese Axe hinaus verlängert ist. g ist ein konisches Rädchen, dessen Zähne sowohl in d als auch in e eingreifen. Es dreht sich um einen Zapfen, der am Ende der Verlängerung von f angebracht ist. Wird die Kurbel f einmal herumgedreht, so macht die Axe a und das damit verbundene Schwungrad gleichzeitig zwei Umdrehungen. Von einem praktischen Werth ist diese Anordnung nicht.

Uebersetzungskurbel mit Stirnrädern.

Fig. 11, Tafel XIX. a ist eine Axe, die sich in Lagern dreht und mit welcher das Schwungrad c und das Rädchen d verbunden sind. g ist ein an das Gestell geschraubtes unbewegliches Rad. h eine Kurbel, die sich frei auf a dreht. Sie ist über die Axe a hinaus verlängert und diese Verlängerung dient als Lager für eine Axe, mit welcher die Räder e und f verbunden sind. f greift in g, e greift in d ein. Wird die Kurbel einmal herumgedreht, so macht f einen Umlauf und dreht sich gleichzeitig $\frac{g}{f}$ mal um seine Axe. Dadurch wird die Axe a, $\frac{g}{f}\,\frac{e}{d} - 1$ mal gedreht, und die Drehungsrichtungen von h und a sind einander entgegengesetzt. Auch dieser Mechanismus wird wohl kaum jemals einen Nutzen gewähren.

Das Rädergehänge.

Fig. 12, Tafel XIX. Dieser Mechanismus ist bestimmt, die drehende Bewegung von einer fixen Axe a aus auf eine ihren Ort verändernde Axe c zu übertragen. Dies geschieht durch mehrere Stirnräder n, k, l, m, p, deren Axen in Schienen gelagert sind, die gegen einander eine Winkelbewegung machen können. Wird n gedreht und die Axe c gleichzeitig in einer auf die Ebene der Figur senkrechten Lage (innerhalb gewisser Grenzen) bewegt, so entsteht in c eine rotirende Bewegung, die (nahe) so ist, wie wenn n unmittelbar auf p einwirkte. Dieses Rädergehänge ist für die *Banc-à-Broches*-Spinnmaschine ausgedacht worden und leistet da gute Dienste.

Gleichzeitige Drehung eines Körpers um zwei Axen.

Fig. 13, Tafel XIX. a ist eine mit einer Axe b versehene Kugel. Die Axe b ist in einem Ring c gelagert, der mit einer Axe e versehen ist. An den Ring c ist ein Lager h befestigt, in welchem sich eine Axe mit zwei Stirnrädern i und k dreht. g ist ein unbewegliches, an das Gestell des Mechanismus festgeschraubtes Rad. Wird die Axe e gedreht, so nimmt dieselbe den Ring c, die Kugel a, das Lager h und die Räder f k i mit herum, und wenn das Rad g nicht vorhandenen wäre, würde der genannte Körper nur eine gemeinsame drehende Bewegung mit der Axe e erhalten. Allein weil das Rad g unbeweglich ist, bleibt das Rad i mit seinen Zähnen in den Zähnen des Rades g hängen, was zur Folge hat, dass i auf g herumrollt. Dadurch entsteht nun eine drehende Bewegung von k und *f* und endlich der Axe b mit der Kugel. Diese erhält also 1) eine drehende Bewegung um die Axe e und 2) eine drehende Bewegung um die darauf senkrechte Axe b. Bei einer Umdrehung von e macht die Kugel a eine Umdrehung um e und $\frac{g}{i}\ \frac{k}{f}$ Umdrehungen um b.

Unrunde Räder.

Theorie derselben. Es seien, Fig. 14, Tafel XIX., s und s_1 zwei mit den Axen A, A_1 verbundene nicht kreisförmige Scheiben von solcher Gestaltung, dass dieselben ähnlich wie die Theilkreise gewöhnlicher Stirnräder auf einander rollen, wenn jede dieser Axen nach einem gewissen Gesetz gedreht wird. Die Linien, nach welchen derlei Scheiben gestaltet werden müssen, um aufeinander rollen zu können, werden Roll-Linien genannt. Das charakteristische Merkmal dieser Linien ist 1) dass sie sich in jedem Augenblick der Bewegung der Axen in einem Punkt berühren, 2) dass die Bogenlängen, um welche die Berührungspunkte auf beiden Scheiben in einer bestimmten Zeit fortschreiten, gleich gross sind. Versieht man solche nach Rolllinien gebildete Scheiben mit Zähnen, so entstehen unrunde Zahnräder, die die Eigenschaft besitzen, dass durch die nach einem bestimmten Gesetz erfolgende Drehung einer Axe A eine drehende Bewegung nach einem bestimmten andern Gesetz in der zweiten Axe A_1 eintritt. Derlei Räder können also namentlich gebraucht werden, um durch eine gleichförmig drehende Bewegung einer Axe A eine nach einem vorgeschriebenen Gesetz erfolgende ungleichförmige Drehung einer zweiten Axe A_1 hervorzubringen. Diese Rollungslinie kann auf folgende Weise bestimmt werden. Es seien, Fig. 15, Tafel XIX., A, A_1 die Axen der Räder, $D\,E$, $D_1\,E_1$ die Rollungslinien in einer bestimmten Position, in der sich dieselben in dem in $A\,A_1$ liegenden Punkt B berühren. Schneidet man von B aus auf $B\,D$ und $B\,D_1$ zwei unendlich kleine Bogenlängen $B\,C$ und $B\,C_1$ von gleicher Länge ab und zieht die Radien $A\,C$ und $A_1\,C_1$, so sind C und C_1 die Punkte, welche in Berührung treten müssen, wenn die beiden Räder um die Winkel $C\,A\,B = d\,\varphi$ und $C_1\,A_1\,B_1 = d\,\varphi_1$ niederwärts gedreht werden, damit aber die Berührung in den Punkten C und C_1 möglich ist, muss sein: 1) $\overline{A\,C} + \overline{A_1\,C_1} = \overline{A\,A_1}$, 2) müssen die Winkel, welche die Radien AC und $A_1 C_1$ mit den Tangenten bilden, die durch C und C_1 an die Rolllinien gezogen werden können, gleich gross sein. Diesen Bedingungen wird entsprochen, wenn man setzt:

$$\left.\begin{array}{l} \varrho + \varrho_1 = D \\ \varrho \, d\varphi = \varrho_1 \, d\varphi_1 \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

wobei $\overline{AC} = \varrho$, $\overline{A_1 C_1} = \varrho_1$, $\overline{AA_1} = D$.

Wenn das Gesetz gegeben ist, nach welchem sich die Axe A_1 drehen soll, wenn A gleichförmig gedreht wird, kennt man φ_1 als Funktion von φ. Drückt man dieses Gesetz durch

$$\varphi_1 = \text{funkt.}\ (\varphi) \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

aus, so kann man vermittelst der Gleichungen (1) und (2) jederzeit die Rolllinien bestimmen, denn es folgt aus (1):

$$\left.\begin{array}{l} \varrho = \dfrac{D}{1 + \dfrac{d\varphi}{d\varphi_1}} \\[2ex] \varrho_1 = \dfrac{D}{1 + \dfrac{d\varphi_1}{d\varphi}} \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Differenzirt man die Gleichung (2), so erhält man einen Differenzialausdruck, aus welchem $\frac{d\varphi}{d\varphi_1}$ als Funktion von φ gefunden wird, und wenn man in demselben vermittelst (2) φ durch φ_1 ausdrückt, so erhält man den Quotienten $\frac{d\varphi_1}{d\varphi}$ durch φ_1 ausgedrückt. Substituirt man diese Werthe von $\frac{d\varphi}{d\varphi_1}$ und von $\frac{d\varphi_1}{d\varphi}$ in die Gleichungen (3), so bestimmt die erstere ϱ als Funktion von φ und letztere ϱ_1 als Funktion von φ_1 und dies sind eben die in Polarcoordinaten ausgedrückten Gleichungen der beiden Rolllinien.

Anwendung dieser Theorie. Legen wir uns die Aufgabe vor, zwei unrunde Räder so zu construiren, dass denselben folgende Eigenschaften zukommen.

1) Das Rad, welchem die Elemente ϱ und φ entsprechen, soll m, jenes, dem die Elemente ϱ_1 und φ_1 zukommen, soll m_1 Polygonseiten erhalten. Es sei $m_1 > m$, so dass der Quotient $\frac{m_1}{m} = i$ die Uebersetzungszahl ausdrückt.
2) Das Bewegungsgesetz für das Rad φ_1 ϱ_1 sei

$$\varphi_1 = \mathfrak{A}\,\varphi + \mathfrak{B} \sin k\,\varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

wobei $\mathfrak{A}$ $\mathfrak{B}$ k die vorläufig noch unbestimmten Constanten bezeichnen.

Bei diesem Gesetz ist die Bewegung des zweiten Rades eine schwingend fortschreitende, wenn die Bewegung des ersten Rades mit Gleichförmigkeit erfolgt.

Aus (4) folgt

$$\frac{d\varphi_1}{d\varphi} = \mathfrak{A} + \mathfrak{B}\,k \cos k\,\varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Führt man diesen Werth in die zweite der Gleichungen (3) ein, so erhält man

$$\varrho_1 = \frac{D}{1 + \mathfrak{A} + \mathfrak{B}\,k \cos k\,\varphi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Vermöge der oben ausgesprochenen Bedingung muss für $\varphi = \frac{2\pi}{m}$ $\varphi_1 = \frac{2\pi}{m_1}$ werden, muss ferner der Werth von ϱ_1 für $\varphi_1 = \frac{2\pi}{m_1}$ oder für $\varphi = \frac{2\pi}{m}$ gleich werden dem Werth von ϱ_1 für $\varphi = 0$. Dies ist vermöge (4) und (6) der Fall, wenn

$$\left.\begin{aligned} \frac{2\pi}{m_1} &= \mathfrak{A}\,\frac{2\pi}{m} + \mathfrak{B} \sin k\,\frac{2\pi}{m} \\ \frac{D}{1 + \mathfrak{A} + \mathfrak{B}\,k} &= \frac{D}{1 + \mathfrak{A} + \mathfrak{B}\,k \cos k\,\frac{2\pi}{m}} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Diesen Bedingungen wird genügt, wenn man nimmt:

$$\left.\begin{aligned} k &= m \\ \mathfrak{A} &= \frac{m}{m_1} = \frac{1}{i} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Hiermit sind nun zwei von den drei Constanten k $\mathfrak{A}$ $\mathfrak{B}$ bestimmt. Die dritte Constante $\mathfrak{B}$ kann man so bestimmen, dass das Verhältniss zwischen der grössten und kleinsten Winkelgeschwindigkeit des mit ungleichförmiger Geschwindigkeit laufenden Rades einen gewissen Werth γ hat.

Für die grösste Winkelgeschwindigkeit ist vermöge (5) $\cos k\,\varphi = 1$, für die kleinste $\cos k\,\varphi = -1$, man hat daher:

$$\gamma = \frac{\mathfrak{A} + \mathfrak{B}\,k}{\mathfrak{A} - \mathfrak{B}\,k}$$

Führt man hier für k und $\mathfrak{A}$ den Werth aus (8) ein, sucht hierauf $\mathfrak{B}$ und berücksichtigt, dass $m\,i = m_1$ ist, so findet man:

$$\mathfrak{B} = \frac{1}{m_1}\,\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Führt man diese Werthe von $\mathfrak{A}$ $\mathfrak{B}$ k, welche die Gleichungen (8) und (9) darbieten in (4) und (6) ein, so findet man:

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{1}{i}\left(\varphi + \frac{1}{m}\,\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}\sin m\,\varphi\right) \\ \varrho_1 &= \frac{i\,D}{1 + i + \dfrac{\gamma - 1}{\gamma + 1}\cos m\,\varphi} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (10)$$

Um vermittelst dieser Gleichungen die beiden Rolllinien der Räder zu verzeichnen, verfährt man wie folgt: Man nimmt eine Reihe von Werthen von φ an und berechnet vermittelst (10) den entsprechenden Werth von φ_1 und ϱ_1, wodurch zunächst die zweite Rolllinie gezeichnet werden kann. Nimmt man dann die Differenz $D - \varrho_1 = \varrho$, so erhält man auch die den Werthen von φ entsprechenden Radienvektoren der ersten Rolllinie.

Nimmt man z. B. an $m = m_1 = 1$, $i = 1$, $\gamma = 4$, so gibt die Gleichung (10):

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi + \frac{3}{5}\sin\varphi \\ \varrho_1 &= \frac{5\,D}{10 + 3\cos\varphi} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

Die Fig. 16, Tafel XIX. zeigt die Räder, welche sich für diese Annahmen ergeben.

Von der Richtigkeit der Construktion überzeugt man sich bald, wenn man die Rolllinien genau verzeichnet und sodann nachsieht, ob die Peripherielängen der beiden Räder genau gleich gross sind. Dies wird der Fall sein, wenn die Verzeichnung sorgfältig durchgeführt worden ist.

Nimmt man an $m = m_1 = 4$, $i = 1$, $\gamma = 2$, Fig. 1, Tafel XX., so gibt die Gleichung (10):

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi + \frac{1}{8}\sin 4\,\varphi \\ \varrho_1 &= \frac{3\,D}{6 + \cos 4\,\varphi} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Ellyptische Räder.

Zwei congruente ellyptische Räder, Fig. 2, Tafel XX., können sich ebenfalls bewegen, wenn die Drehungsaxen durch die Brennpunkte gehen. Das durch solche Räder entstehende Drehungsgesetz kann auch durch die für unrunde Räder aufgestellte charakteristische Gleichung (3) bestimmt werden; es erfordert jedoch eine ziemlich weitläufige Rechnung, die wir nicht vornehmen wollen. Nennt man a die halbe grosse, b die halbe kleine Axe der Ellypse eines solchen Rades, m das Verhältniss zwischen der grössten und kleinsten Winkelgeschwindigkeit des getriebenen Rades bei einer gleichförmigen Geschwindigkeit des treibenden Rades, so ist der grösste Radiusvektor $a + \sqrt{a^2 - b^2}$ und der kleinste $a - \sqrt{a^2 - b^2}$. Das grösste Uebersetzungsverhältniss ist demnach $\frac{a + \sqrt{a^2 - b^2}}{a - \sqrt{a^2 - b^2}}$ und das kleinste $\frac{a - \sqrt{a^2 - b^2}}{a + \sqrt{a^2 - b^2}}$. Das Verhältniss m dieser Uebersetzungsverhältnisse ist demnach:

$$m = \left(\frac{a + \sqrt{a^2 - b^2}}{a - \sqrt{a^2 - b^2}}\right)^2$$

demnach:

$$\frac{b}{a} = \sqrt{1 - \left(\frac{m^{\frac{1}{2}} - 1}{m^{\frac{1}{2}} + 1}\right)^2}$$

Soll z. B. die grösste Winkelgeschwindigkeit des getriebenen Rades viermal so gross sein als die kleinste, so ist $m = 4$ und dann wird:

$$\frac{b}{a} = \sqrt{\frac{8}{9}}$$

Das Einzahnrad.

Fig. 3, Tafel XX. c ist eine mit einer Axe a verbundene Scheibe, an welcher ein einzelner Zahn d angebracht ist. g ist ein Sternrad mit 6 Zahnlücken e und mit 6 bogenförmigen Theilen f. Die Halbmesser dieser Bogen f stimmen mit dem Halbmesser der Scheibe c überein, und die Summe aus dem Halbmesser von c und dem Abstand $b\,h$ ist gleich der Entfernung der Axen a und b. Wird das Rad c gedreht, so schreitet das Rad g bei jeder Umdrehung von c um eine Sternseite weiter, allein diese Bewegung erfoglt nicht stetig, sondern mit Unterbrechungen. Das Rad g bewegt sich nämlich nur dann, wenn der Zahn d in eine Lücke e zu stehen kommt, und bleibt ruhig, wenn einer von den Bogen f mit der Rundung von c zusammenfällt. Dieser Mechanismus kann zu Zählwerken oder auch zu Schaltungen gebraucht werden.

Rollen.

Bei einem Riementrieb kommt es vor allem Anderen darauf an, die Rollen in solche Stellung zu bringen, dass der Riemen auf jede Rolle in richtiger Weise aufläuft. Hierzu ist erforderlich, dass das Mittel eines nach einer Rolle hin laufenden Riemenstückes in der mittlern Ebene dieser Rolle liegt, sodann ist auch noch nothwendig, dass die Rollenumfänge nicht cylindrisch, sondern in der Mitte etwas erhöht gemacht werden, damit die Berührung zwischen dem Riemen und der Rolle nur in der Mitte statt findet, denn so wie der Rand des Riemens mit der Rolle in Berührung kommt, fällt der Riemen jederzeit von der Rolle ab. Es folgen nun mehrere Beispiele über Riementriebe.

Gewöhnlicher Riementrieb.

Fig. 4, Tafel XX. Bei dem gewöhnlichen Riementrieb stimmen die Bewegungsrichtungen der beiden Rollen überein und verhalten sich die Umdrehungen der Rollen in einer Minute verkehrt wie die Halbmesser der Rollen.

Riementrieb mit geschränktem Riemen.

Fig. 5, Tafel XX. Wird der Riemen kreuzweise um die Rollen angelegt, so sind die Bewegungsrichtungen der Rollen entgegengesetzt.

Riementrieb für zwei Axen, die nicht parallel sind und sich nicht schneiden.

Fig. 6, Tafel XX. Aufriss, Fig. 7 Grundriss. Die Ebene des Grundrisses ist mit den beiden Axen parallel. Die Orte, an welchen die Rollen mit den Axen verbunden sind, sind so gewählt, dass die Durchschnittslinie L der mittleren Ebenen der Rollen die mittleren Rollenkreise berührt. Damit der Riemen auf beide Rollen richtig aufläuft, muss die Bewegung nach der Richtung erfolgen, die durch die Pfeile angedeutet ist; auch darf die Entfernung der Axen nicht zu klein sein, indem bei dieser Anordnung die Bedingung des richtigen Auflaufens nur annähernd erfüllt ist, und zwar um so genauer, je grösser die Entfernung der Axen ist. Versieht man die Welle A_1 mit einem Lager, das um eine mit L zusammenfallende vertikale Axe drehbar ist, so kann die Bewegung von B nach B_1 übertragen werden, in welche Stellung man auch B_1 bringen mag.

Fig. 1 und 2, Tafel XIII. der „Bewegungsmechanismen“ zeigt eine solche Rollenanordnung.

Riementrieb vermittelst Leitrollen für zwei Axen, die eine beliebige Lage haben.

Es seien, Fig. 8 und 9, Tafel XX., B und B_1 zwei Rollen, A A_1 ihre Axen, deren Richtung und Lage ganz beliebig sein kann. Nehmen wir die horizontale Projektionsebene parallel mit den beiden Axen, und die vertikale Projektionsebene parallel zur mittleren Ebene der Rolle B an, so erscheinen die Rollen in ihren beiden Projektionen, so wie die Fig. 8 und 9, Tafel XX. zeigen. Erweitern wir die mittleren Ebenen der Rollen bis zu ihrem Durchschnitt, so erhalten wir eine vertikale Linie L. Nimmt man in derselben zwei beliebige Punkte m und m_1 an, zieht von jedem Tangenten an die mittleren Rollenschnitte und bringt hierauf zwei Leitrollen C und C_1 in solche Stellungen, dass ihre mittleren Ebenen mit den Ebenen der Winkel $T\,m\,T_1$, $t\,m_1\,t_1$ zusammenfallen, und dass überdiess die mittleren Rollenkreise von den Tangenten $m\,T$, $m\,T_1$, $m_1\,t$, $m_1\,t_1$ berührt werden, so hat man ein System von vier Rollen, das von einem Riemen ohne Ende umfasst werden kann, und vermittelst welchem die Bewegung von B auf B_1 übertragen werden kann, und zwar ist bei dieser Anordnung die Bewegungsrichtung der Rollen willkürlich. Dieses Rollenwerk ist jedoch mehr nur eine theoretische Möglichkeit, denn zu praktischer Realisirung ist diese Anordnung unverhältnissmässig complizirt. Tafel XIV. der „Bewegungsmechanismen“ zeigt ein Rollenmodell dieser Art.

Rolle mit Hook'schem Schlüssel.

Wenn die Richtungen zweier Axen nur einen kleinen Winkel bilden, also annähernd parallel sind, kann man folgende Rollenanordnung anwenden.

Man versieht, Fig. 10, Tafel XX., die Axe A mit einer ganz gewöhnlichen Rolle B, die andere Axe A_1 hingegen mit einer Rolle B_1, die jedoch in einem Universalgelenk oder Hook'schen Schlüssel hängt, wodurch bewirkt wird, dass sie sich mit der Axe A_1 drehen muss, dabei aber mit ihrer mittleren Ebene stets in der Erweiterung der mittleren Ebene von B bleiben kann. Umschlingt man diese beiden Rollen mit einem endlosen Riemen, so kann die Bewegung von A nach A_1 übertragen werden.

Die Lage der Rolle B_1 ist jedoch von sehr geringer Stabilität, und man muss mehrere Stifte oder Schrauben m n . . . anbringen, welche verhindern, dass sich die Rolle B_1 nicht zu weit von ihrer richtigen Lage entfernen kann.

Expansions-Rollen.

Expansionsrollen werden diejenigen Rollen genannt, deren Umfang aus einzelnen Bogensegmenten besteht, die mehr oder weniger von der Axe der Rolle entfernt werden können, so dass die Grösse der Rolle innerhalb gewisser Grenzen stetig verändert werden kann. Der Zweck dieser Rollen ist, die Umdrehungsgeschwindigkeit einer getriebenen Axe stetig ändern zu können, ohne eine Aenderung in der Umdrehungsgeschwindigkeit der treibenden Axe vornehmen zu müssen, was zur Regulirung der Bewegung verschiedener Arbeitsmaschinen nothwendig ist. Auf der Tafel XV. der „Bewegungsmechanismen" findet man mehrere Expansionsrollen dargestellt und im Text beschrieben.

Fig. 11, Tafel XX. gibt eine ungefähre Idee von der Einrichtung einer solchen Rolle mit Hinweglassung der Mechanismen, vermittelst welchen die Segmente aus- und einbewegt werden.

Die Konusbewegung.

Unter dieser Benennung versteht man einen Mechanismus, der ebenfalls zu der Klasse der Rollenwerke gerechnet werden kann.

Fig. 12, Tafel XX. zeigt eine Konusbewegung mit geraden Kegelflächen. a und b sind zwei mit Axen versehene hölzerne Kegel von gleicher Gestalt, aber umgekehrter Lage. c ist ein dieselben umschlingender Riemen. d ist ein Riemenleiter, der durch eine Schraube e fortbewegt wird, wodurch der Riemen selbst in paralleler Lage längs der Kegelaxen fortbewegt wird. *f* g sind zwei Zahnräder, vermittelst welchen die Schraube e eine drehende Bewegung erhält, wenn die Axe des untern Kegels gedreht wird. Wird die untere Axe mit gleichförmiger Geschwindigkeit gedreht, so erhält auch die Axe des obern Kegels vermittelst des Riemens eine Drehung, und zwar eine ungleichförmige, weil der Riemen nach der Richtung der Konusaxen fortgeführt wird und somit das Verhältniss der Halbkreise, längs welchen der Riemen die Kegel berührt, stetig verändert wird.

Fig. 13, Tafel XX. ist eine ähnliche Anordnung, die sich von der vorhergehenden dadurch unterscheidet, dass statt gewöhnlicher Kegel Rotationsflächen a, b' angebracht sind. Diese können so gewählt werden, dass bei einer gleichförmigen Bewegung der untern Axe eine ungleichförmige Bewegung der obern Axe nach irgend einem vorgeschriebenen Gesetz hervorgebracht wird. Diese Anordnung bringt also die gleiche Wirkung hervor, wie zwei unrunde Räder.

Nennt man:

$x\ y$ die Coordinaten eines beliebigen Punktes M der Linie des untern Kegels,

$x\ y_1$ die Coordinaten eines entsprechenden Punktes M_1 der Linie des obern Kegels,

l die ganze Länge eines Kegels,

s das Fortrücken des Riemens bei einer Umdrehung der untern Axe,

W die constante Winkelgeschwindigkeit der untern Axe,

W_1 die veränderliche Geschwindigkeit der obern Axe,

r und R die Endhalbmesser der Kegel,

φ den Winkel, um welchen die untere Axe gedreht werden muss, damit der Riemen um x fortrückt,

so hat man zunächst:

$$W\ y = W_1\ y_1 \quad \dots \dots \dots \dots \quad (1)$$

$$y + y_1 = r + R \quad \dots \dots \dots \dots \quad (2)$$

$$\varphi = \frac{2\ \pi}{s}\ x \quad \dots \dots \dots \dots \quad (3)$$

Die erste dieser Gleichungen sagt uns, dass die Umfangsgeschwindigkeiten der vom Riemen berührten Halbkreise gleich gross sind. Die zweite, dass der Riemen in jeder Lage in demselben Spannungszustand verbleibt. Die dritte, dass sich die Wege s und x wie die Winkel $2\ \pi$ und φ verhalten. Vermittelst dieser Gleichungen können verschiedene Konusbewegungen berechnet oder bestimmt werden.

Nehmen wir an, die beiden Körper seien gewöhnliche Kegel, wie Fig. 12, Tafel XX. darstellt, und fragen wir nach dem Bewegungsgesetz des obern Kegels, dann ist:

$$\left.\begin{aligned} y &= r + (R - r)\,\frac{x}{l} \\ y_1 &= R - (R - r)\,\frac{x}{l} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Diese zwei Gleichungen genügen zunächst der Bedingung (2). Führt man diese Werthe von y und y_1 in (1) ein und setzt für x den aus (3) folgenden Werth $x = \frac{s}{2\pi}\varphi$, so findet man eine Gleichung, aus welcher folgt:

$$W_1 = W\,\frac{r + \frac{s}{2\pi}\,\frac{R-r}{l}\,\varphi}{R - \frac{s}{2\pi}\,\frac{R-r}{l}\,\varphi} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Das Bewegungsgesetz der zweiten Axe ist also bei Anwendung von gewöhnlichen Kegeln nicht so einfach, als man meinen sollte.

Nennt man γ das Verhältniss zwischen der grössten und kleinsten Winkelgeschwindigkeit der obern Axe, n die Anzahl der Umdrehungen, welche die untere Axe macht, während der Riemen um die Länge l fortschreitet, so ist:

$$\gamma = \left(\frac{R}{r}\right)^2$$

$$s = \frac{l}{n}$$

oder auch

$$\left.\begin{aligned} \frac{R}{r} &= \sqrt{\gamma} \\ s &= \frac{l}{n} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Die erstere dieser Gleichungen bestimmt das Verhältniss der Endhalbmesser eines Kegels, die zweite das Vorrücken des Riemens bei einer Umdrehung der untern Axe. Nach diesem Werth von s ist die Steigung der Schraube und das Verhältniss der Halbmesser der Räder f und g anzuordnen.

Legen wir uns die zweite Aufgabe vor, die Formen der Kegel so zu bestimmen, dass die Axe des oberen Kegels eine gleichförmig beschleunigte drehende Bewegung erhält, dass also

$$W_1 = W\,(a + b\,\varphi) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

werden soll.

Aus den Gleichungen (1) und (2) folgt:

$$\left.\begin{aligned} y &= \frac{r + R}{1 + \frac{W}{W_1}} \\ y_1 &= \frac{r + R}{1 + \frac{W_1}{W}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Setzt man in diese Gleichung für $\frac{W_1}{W}$ den Werth, der aus (7) folgt, und für φ den Werth, den die Gleichung (3) darbietet, so findet man:

$$\left.\begin{aligned} y &= \frac{(r + R)\left(a + b\,\frac{2\pi}{s}\,x\right)}{1 + a + b\,\frac{2\pi}{s}\,x} \\ y_1 &= \frac{r + R}{1 + a + b\,\frac{2\pi}{s}\,x} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (9)$$

Die Constanten a und b können auf folgende Weise bestimmt werden.

Nennt man, wie in dem vorhergehenden Beispiel, γ das Verhältniss zwischen der grössten und kleinsten Winkelgeschwindigkeit der obern Axe, so hat man:

$$\frac{R}{r} = \sqrt{\gamma} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

Für $x = o$ ist auch $\varphi = o$ und $y = r$, $y_1 = R$, demnach wird wegen der zweiten der Gleichungen (9):

$$R = \frac{r + R}{1 + a} \text{ oder } a\,R = r$$

demnach $a = \frac{r}{R} = \frac{1}{\sqrt{\gamma}}$. Für $x = 1$ ist $y = R$, $y_1 = r$, demnach wegen der zweiten der Gleichungen (9):

$$r = \frac{r + R}{1 + a + b\,\frac{2\pi}{s}\,1}$$

hieraus folgt:

$$b = \frac{\frac{R}{r} - a}{\frac{2\pi}{s}\,1}$$

Nun ist aber

$$\frac{R}{r} = \sqrt{\gamma}, \quad a = \frac{1}{\sqrt{\gamma}}$$

daher findet man:

$$b = \frac{\gamma - 1}{\sqrt{\gamma}} \frac{s}{2 \pi l}$$

Führt man diese Werthe von a und b in (9) ein, so ergibt sich:

$$\left.\begin{aligned} y &= r \frac{(1 + \sqrt{\gamma})\left[1 + (\gamma - 1)\frac{x}{l}\right]}{1 + \sqrt{\gamma} + (\gamma - 1)\frac{x}{l}} \\ y_1 &= r \frac{\sqrt{\gamma}\,(1 + \sqrt{\gamma})}{1 + \sqrt{\gamma} + (\gamma - 1)\frac{x}{l}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (10)$$

und dies sind die Gleichungen der Linien, nach welchen die Kegel zu krümmen sind. Es sind Hyperbeln.

Die Kettenbewegung.

Versieht man zwei Axen mit Zahnrädern, die nicht in einander greifen, und umschlingt dieselben mit einer Kette ohne Ende, deren Bolzen in die Zahnlücken passen, so hat man denjenigen Mechanismus, den man eine Kettenbewegung nennt. In Fig. 14, Tafel XX. ist eine solche Bewegung dargestellt. Fig. 15 ist eine Ansicht, Fig. 16 ein Grundriss von einem Theil des Ganzen in einem grösseren Maassstab.

Fig. 1, 2 und 3, Tafel XXI. zeigen eine zweite Art von Kettenbewegung. Die Räder haben hier keine eigentlichen Zähne, sondern nur weit von einander entfernte Zahnlücken und die Kettenglieder sind länger als bei der zuerst angegebenen Anordnung.

Diese Kettenbewegungen sind aus folgenden Gründen von geringem praktischen Werth:

1) ist die genaue Anfertigung dieser Ketten schwierig und kostspielig;
2) zur Uebertragung von schwächeren Kräften genügen die viel einfacheren Riementriebe;
3) zur Uebertragung von starken Kräften gewähren diese Ketten keine dauernd sichere Bewegung, indem durch die Abnützung der Kettenbolzen und der Durchbohrungen der Kettenglieder

die Theilung der Kette allmählig grösser wird, während die Rädertheilung unverändert bleibt.

Bei einer durch den Gebrauch abgenützten Kette können daher die Bolzen derselben nicht mehr in das Mittel der Zahnlücken fallen. Auch die Erfahrung hat sich gegen die Anwendung der Ketten zur Uebertragung stärkerer Kräfte ausgesprochen. Das Schraubenschiff *Great Brittain* und die *Sömering-Lokomotive* von *Maffei* waren mit Kettenbewegungen versehen, mussten aber aufgegeben werden. Indessen ausnahmsweise können die Kettenbewegungen dennoch gebraucht werden, und insbesondere dann, wenn dieselben nicht continuirlich, sondern nur von Zeit zu Zeit, und jedesmal nur während kurzer Dauer zu wirken haben.

Kurbelübersetzungen.

Mit diesem Wort will ich diejenigen Mechanismen bezeichnen, bei welchen Axendrehungen durch Kurbeln hervorgebracht werden. Solche Kurbelübersetzungen gibt es mehrere.

Erstes Beispiel.

Fig. 4 und 5, Tafel XXI. a und d sind zwei in Lagern liegende Axen, c und e zwei mit denselben verbundene Kurbeln, der Halbmesser von c ist gleich dem Abstand der Axen, der Halbmesser von e ist zweimal so lang. Die beiden Kurbelzapfen sind durch eine Schleppstange *f* verbunden, deren Länge gleich ist dem Halbmesser von e. Wird die Axe a mit gleichförmiger Geschwindigkeit gedreht, so entsteht in der Axe d eine periodisch ungleichförmige Drehung, wobei d bei zwei Umdrehungen von a nur eine Umdrehung macht. Dieser Mechanismus ist von keinem praktischen Werth, weil der Bewegungszustand von d jedesmal unsicher wird, wenn die Richtungen von c, e und *f* übereinstimmen. Allgemein ist:

$$2\,a\,(r \cos \varphi - r_1 \cos \varphi_1) - 2\,r\,r_1 \cos(\varphi - \varphi_1) = l^2 - (a^2 + r^2 + r_1^2)$$

Zweites Beispiel.

Fig. 6, Tafel XXI. a ist eine Axe, mit welcher zwei diametral gegenüberstehende Kurbeln b und c verbunden sind. An die Zapfen derselben sind Röllchen gesteckt. d ist eine zweite zu a parallele Axe, mit welcher ein Rinnenkreuz *f* verbunden ist. Die Entfernung der Axenmittel von a und d ist gleich dem Halbmesser einer der Kurbeln b und c. Die Röllchen der Kurbeln laufen in den Rinnen des Kreuzes. Wird die Axe a gleichförmig gedreht, so entsteht auch in der Axe d eine vollkommen sanfte, gleichförmige Drehung. Dieser Mechanismus kann wohl zur Uebertragung von schwachen Kräften gebraucht werden. Für starke Kräfte würden die Zapfen der Rollen und das Kreuz zu gross ausfallen, und würde ein genaues Einpassen der Rollen in die Rinnen zu schwierig sein.

Drittes Beispiel. Die Kurbelschleife.

Fig. 7 und 8, Tafel XXI. a und b sind zwei parallele Axen, die erstere ist mit einer gewöhnlichen Kurbel d versehen, die zweite mit einer Kurbelschleife c, in welcher ein Gleitstück e aus- und einschleifen kann. Dieses Stück e ist an den Zapfen der Kurbel d gesteckt. Wird die Axe a gleichförmig gedreht, so entsteht in b eine periodisch drehende Bewegung. Nennt man r den Halbmesser der Kurbel d, ε den Abstand der Axen a und b, φ den Drehungswinkel von d, φ_1 den Drehungswinkel von c, so findet man leicht:

$$\frac{\sin(\varphi_1 - \varphi)}{\sin \varphi_1} = \frac{\varepsilon}{r}$$

demnach:

$$\operatorname{cotg} \varphi_1 = \operatorname{cotg} \varphi - \frac{\varepsilon}{r \sin \varphi}$$

Man kann diesen Mechanismus anwenden, wenn gefordert wird, dass eine Axe die aufeinanderfolgenden halben Umdrehungen abwechselnd mit grosser und kleiner Geschwindigkeit vollbringen soll.

Viertes Beispiel. Die Kurbelschwinge.

Fig. 9, Tafel XXI. Dieser Mechanismus ist nur ein spezieller Fall des vorhergehenden, nämlich der Fall, wenn die Distanz ε der beiden Axen grösser ist als der Halbmesser r der Kurbel. Dann macht der Hebel c nicht mehr ganze Umdrehungen, sondern er schwingt nur hin und her, mit wechselnder Geschwindigkeit.

Diese Bewegung wird durch nachstehende Formel bestimmt:

$$\frac{\sin(\varphi + \psi)}{\sin \psi} = \frac{\varepsilon}{r}$$

daraus folgt:

$$\operatorname{cotg} \psi = \frac{\varepsilon}{r \sin \varphi} - \operatorname{cotg} \varphi$$

oder auch:

$$\operatorname{cotg} \psi = \frac{1}{\sin \varphi}\left(\frac{\varepsilon}{r} - \operatorname{sos} \varphi\right)$$

Aus diesem letzteren Ausdruck ersieht man, das ψ nur in dem

Falle jeden zwischen 0 und 360° liegenden Werth annehmen kann, wenn $\varepsilon < r$, also nur im Fall der Kurbelschleife, nicht aber im Fall der Schwinge.

Fünftes Beispiel. Die maskirte Kurbelschleife.

Aeusserlich ist diese Anordnung, Fig. 10, Tafel XXI., sehr verschieden von der vorhergehenden, der Wirkung nach aber nicht. a ist eine unbewegliche kreisrunde Scheibe, um welche sich ein Zahnrad d dreht. b ist eine gegen a excentrische Drehungsaxe, die mit einer Schleifenkurbel e versehen ist. c ist ein in dem Radkörper d angebrachter Zapfen mit einem Gleitstückchen, das in der Schleife e aus- und eingleiten kann. Wird nun d mit gleichförmiger Geschwindigkeit gedreht, so wird durch den Zapfen c die Schleife e mit herumgenommen, und schleift dabei das Gleitstückchen in der Schleife aus und ein, was zur Folge hat, dass die Axe b eine periodisch drehende Bewegung erhält. Diese Einrichtung ist zwar complizirt, gewährt aber den Vortheil, dass die Axe b nach beiden Seiten fortgesetzt werden kann.

Sechstes Beispiel. Verbindung mehrerer Axen mit Kurbeln.

Fig. 11, Tafel XXI. a, b, c, d sind vier parallele mit Kurbeln e, *f*, g, h versehene Axen. i i ein steifer Winkelhebel, der mit seinem Scheitelpunkt an den Zapfen der Kurbel e gesteckt ist, und mit seinen Enden die Zapfen der Kurbeln *f* und g anfasst. l und k sind zwei Stängelchen, durch welche die Zapfen der Kurbeln *f*, g, h zusammengehängt sind. Wird die Axe a gleichförmig gedreht, so entstehen auch in den drei anderen Axen b, c, d gleichförmige Drehungen. Es ist selbstverständlich, dass man auf ähnliche Weise eine beliebige Anzahl von parallelen Axen von einer Axe aus bewegen kann. Dieser Mechanismus leistet gute Dienste bei Schützenaufzügen von Turbinen.

Das Universalgelenk oder der Hook'sche Schlüssel.

Fig. 12, Tafel XXI. Dieser Mechanismus gehört zu den sinnreichsten Elementen der Mechanik und leistet vortreffliche Dienste, wenn zwei Axen in Verbindung gesetzt werden sollen, die ihre gegenseitige Lage ändern. a und b sind zwei unter einem kleinen sonst beliebigen Winkel gegen einander geneigte Axen, deren Richtungen sich schneiden. c d sind zwei mit diesen Axen verbundene Gabeln. e ist ein die Gabelenden verbindendes Kreuz. Wird a gedreht und zwar gleichförmig, so entsteht in b eine periodisch ungleichförmige Drehung, die auf folgende Weise bestimmt werden kann. Es sei, Fig. 13, Tafel XXI., $f\,g\,k\,h$ der auf a senkrechte Kreis, welchen die Endpunkte f und k der Gabel c beschreiben, wenn sich die Axe a dreht. $g\,l\,h\,i$ der auf b senkrechte Kreis, den die Endpunkte g und h bei einer Drehung von b beschreiben. Der Neigungswinkel der beiden Ebenen $f\,g\,k\,h$ und $g\,l\,h\,i$ ist gleich dem Winkel, den die Axen a und b bilden. Wird a gedreht, so dass f nach f_1 kommt, so gelangt gleichzeitig g nach einem gewissen Punkt g_1 des Kreises $g\,l\,h\,i$, und da bei diesen Drehungen die Kreuzlinien immer gegen einander senkrecht bleiben, so muss der Winkel $f_1\,o\,g_1$ ein rechter sein. Die Winkel $f\,o\,f_1 = \varphi$ und $g\,o\,g_1 = \psi$, um welche sich gleichzeitig die Axen a und b drehen, ergeben sich demnach, wenn man einen rechten Winkel an zwei Ebenen, deren Neigung gleich ist dem Winkel, welchen die Axen a und b bilden, so fortgleiten lässt, dass der Winkelpunkt stets in einem Durchschnittspunkt der Ebenen und jeder der beiden Schenkel in einer der beiden Ebenen bleibt.

Hierauf gründet sich zur Auffindung der zusammengehörigen Drehungswinkel folgendes construktive Verfahren.

Man zeichne, Fig. 14, Tafel XXI., den Neigungswinkel $A\,O\,B = \alpha$ der Axen oder der Ebenen der Bewegungskreise. Zeichne einen beliebigen Winkel $C\,O\,B = f\,o\,f_1 = \varphi$, fälle von einem beliebigen Punkt E den Perpendikel $E\,F$, beschreibe den Bogen $F\,G$, fälle $G\,K$, ziehe $E\,J$ parallel $O\,B$ und verbinde den Durchschnittspunkt H mit O, so ist $H\,O\,B = g\,o\,g_1 = \psi$. Wiederholt man diese Construktion, indem man mehrere Linien wie $O\,C$ annimmt, so erhält man eine Reihenfolge von zusammengehörigen Werthen von φ und ψ, und zeigt sich dann augenscheinlich Folgendes: Im ersten Quadranten (also wenn $\varphi < 90^\circ$ ist) ist ψ grösser als φ, eilt also die Axe b der Axe a voraus, und die Differenz zwischen φ und ψ wird am grössten, wenn φ ungefähr gleich 45°. Bei $\varphi = 90^\circ$ ist auch $\psi = 90^\circ$. Im zweiten Quadranten ist $\varphi > \psi$, bleibt also die zweite Axe gegen die erste zurück, und die Differenz $\varphi - \psi$ wird bei φ ungefähr gleich $90^\circ + 45^\circ$, am grössten aber bei $\varphi = 180^\circ$ wird auch $\psi = 180^\circ$. Die Bewegungen im dritten und vierten Quadranten stimmen mit denen im ersten und zweiten Quadranten überein.

Die zwischen φ und ψ bestehenden Beziehungen können auch leicht analytisch ausgedrückt werden. Es ist, Fig. 14, Tafel XXI., wenn wir $O\,E = x$ setzen: $O\,F = O\,G = x \cos\varphi$, $E\,F = x \sin\varphi$, $O\,L = x \cos\varphi \cos\alpha = O\,H \cos\psi$. $L\,H = F\,E = x \sin\varphi = O\,H \sin\psi$. Eliminirt man aus diesen zwei Gleichungen $\overline{OH}$, so findet man:

$$\operatorname{cotg}\psi = \operatorname{cotg}\varphi \cos\alpha$$

oder:

$$\text{tang}\ \varphi = \text{tang}\ \psi\ \cos\ \alpha$$

Es ist sehr zu bedauern, dass dieses Universalgelenk für eine allgemeine Anordnung zu kostspielig ist, sonst würde es unstreitig jeder andern Wellenkupplung vorzuziehen sein, und überhaupt in sehr vielen Fällen angewendet werden.

Hin- und Hergang.

„Hin- und Hergang“ nennen wir jeden Mechanismus, der zur Verwandlung einer rotirenden Bewegung in eine hin- und hergehende, oder zu einer umgekehrten Verwandlung dient. Diese Mechanismen spielen im Maschinenwesen eine wichtige Rolle und es gibt deren sehr viele, aber doch nur wenig allgemein anwendbare. Die beachtenswertheren von diesen Mechanismen sind folgende.

Die Sinus- oder Sinus-Versus-Bewegung.

Fig. 15, Tafel XXI. a ist eine in Führungen b b laufende, mit einer Schleife c versehene Stange. d eine gewöhnliche Kurbel, an deren Zapfen ein Gleitstückchen gesteckt ist, das in der Schleife c hin- und hergleiten kann. Wird die Axe der Kurbel gleichförmig gedreht, so oscillirt die Stange a mit periodischer Geschwindigkeit auf und ab.

Nennt man r den Halbmesser der Kurbel, x den Weg, den die Stange nach aufwärts zurücklegt, während die Kurbel aus der horizontalen Stellung um einen Winkel φ nach aufwärts abgelenkt wird, so hat man, wie ein Blick auf die Figur zeigt,

$$x = r\ \sin\ \varphi$$

Die Weglängen der Stange a representiren also die Sinuse der Drehungswinkel der Kurbelaxe. Diese Bewegung ist die einfachste Schwingung, auf welche die meisten in der Natur vorkommenden Schwingungen zurückgeführt werden können. Diese Anordnung ist der compendiöseste Mechanismus zur Verwandlung einer rotirenden Bewegung in eine periodisch hin- und hergehende, und kann zur Uebertragung von schwächeren Kräften wohl gebraucht werden, wenn das Sinusgesetz der Natur der Sache nicht widerspricht. Zur Uebertragung stärkerer Kräfte ist jedoch dieser Mechanismus wegen der beträchtlichen Reibung des Gleitstückes in der Schleife nicht wohl zu verwenden.

Sinus-Bewegung mit Excentrum.

Fig. 16, Tafel XXI. Dieser Mechanismus unterscheidet sich von dem vorhergehenden dadurch, dass statt einer Kurbel eine excentrische Scheibe angewendet ist. Die Bewegung, welche in der Stange entsteht, ist identisch mit jener, welche der vorhergehende Mechanismus hervorbringt, wenn die Excentricität ε gleich ist dem Kurbelhalbmesser der vorhergehenden Vorrichtung. Diese Excentrik-Bewegung verursacht noch mehr Reibung als der Kurbelmechanismus, gewährt jedoch den Vortheil, dass die Axe nach beiden Seiten ohne Unterbrechung oder Krümmung fortgesetzt werden kann.

Excentrum mit veränderlicher Excentricität.

Fig. 17, Tafel XXI. a ist eine Axe, b eine damit verbundene excentrische Scheibe. c eine zweite um b drehbare aber mit b feststellbare excentrische Scheibe. g ein die Scheibe c umfassender, in eine Stange h übergehender Zaum. i eine in Lagern auf- und abschleifende Stange, die durch h bewegt wird. Wird c gegen b festgestellt und a gedreht, so wirkt der Mechanismus wie eine Kurbel, deren Halbmesser gleich $a\,f$ ist. Nennt man $a\,e = \varepsilon$ die Excentricität der Sceibe b gegen a. $e\,f = \varepsilon_1$ die Excentricität der Scheibe c gegen b. $\widehat{e\,a\,f} = \varphi$ den Winkel, um welchen c gegen b verstellt ist, so hat man:

$$\overline{a\,f} = \varepsilon \cos \varphi + \varepsilon_1 \sqrt{1 - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1}\right)^2 \sin^2 \varphi}$$

Für $\varphi = 0$ und $\varphi = 180^\circ$ fallen die drei Punkte a, e, f in eine gerade Linie und es wird für $\varphi = 0$, $\overline{a\,f} = \varepsilon_1 + \varepsilon$, für $\varphi = 180^\circ$, $\overline{a\,f} = \varepsilon_1 - \varepsilon$. Durch die Verstellung der Scheibe c gegen b kann also die Bewegungslänge der Stange i innerhalb der Grenzen $2\,(\varepsilon_1 - \varepsilon)$ und $2\,(\varepsilon_1 + \varepsilon)$ verändert werden. Die Wirkungen dieses für die Ausführung complizirten Mechanismus stimmen also mit der einer Kurbel von veränderlichem Halbmesser überein. Praktisch anwendbar ist diese Anordnung nur dann, wenn die Welle a nicht unterbrochen werden darf.

Das Planetenrad.

Fig. 18, Tafel XXI. b ist ein mit einer Axe a verbundenes Stirnrad, c ein zweites Stirnrad von der Grösse von b. Es ist mit einer

Stange e so verbunden, dass es seine relative Lage gegen dieselbe nicht ändern kann, und die Axe von c ist vermittelst einer Stange d an die Axe von a gehängt, so dass sich die Entfernung der Mittelpunkte der Räder b und c nicht ändern kann. Die Schubstange e ist mit der Stange *f*, die auf und ab bewegt werden soll, zusammengegliedert. Das Bewegungsgesetz dieser Anordnung lässt sich in folgender Weise bestimmen.

Wenn das Rad c seine Lage gegen d nicht änderte, würde das Rad b und die Axe a um einen Winkel $g\,a\,h = \varphi$ gedreht, während das Gehänge d aus der vertikalen Stellung in diejenige übergeht, die in der Zeichnung dargestellt ist. Allein während der Winkel φ beschrieben wird, wird das Rad c durch die Stange e um den Winkel ψ gedreht, wodurch das Rad b abermals um ψ fortrückt. Die ganze Drehung des Rades b beträgt daher $\varphi + \psi = \varphi + \varphi + \Theta = 2\,\varphi + \Theta$, denn es ist $\psi = \Theta + \varphi$. Nennt man r den Halbmesser eines der Räder c und b und l die Länge der Stange e, so ist, wie die Figur lehrt:

$$\sin \Theta = \frac{2\,r}{l} \sin \varphi$$

oder

$$\Theta = \text{Arc} \sin \left(\frac{2\,r}{l} \sin \varphi \right)$$

Der Winkel ω, um welchen das Rad b gedreht wird, während der Winkel φ beschrieben wird, ist demnach:

$$\omega = 2\,\varphi + \Theta = 2\,\varphi + \text{Arc} \sin \left(\frac{2\,r}{l} \sin \varphi \right) \quad . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Für $\varphi = 2\,\pi$, d. h. bei einer Umdrehung von d oder bei einem Auf- und Niedergang von *f* wird $\omega = 2 \times 2\,\pi$. Die Axe a macht mithin zwei Umdrehungen, während die Stange *f* einmal auf und nieder geht.

Auch dieser von *Watt* ausgedachte sinnreiche Mechanismus ist wegen seiner Zusammengesetztheit von keinem praktischen Werth.

Hypocycloidischer Hin- und Hergang.

Fig. 19, Tafel XXI. a ist ein unbeweglicher Ring mit innerer Verzahnung. b ein Stirnrädchen, dessen Durchmesser gleich ist dem Halbmesser von a. Seine Zähne greifen in die innere Verzahnung von a ein und es dreht sich frei auf dem Zapfen einer Kurbel c, deren Halbmesser gleich ist dem Halbmesser von b und die an einer mit a concentrisch gelagerten Axe f befestigt ist. In dem Durchschnittspunkt g des vertikalen Durchmessers mit dem Theilriss von b ist an den Körper des Rades b ein Zapfen angebracht und in denselben eine vertikale Stange k eingehängt, die oben bei h geführt wird.

Wird die Axe f gedreht, so nimmt die Kurbel c das Rad b mit sich fort. Dieses bleibt mit seinen Zähnen an den Zähnen des Ringes hängen, was zur Folge hat, dass es in dem Ring herumrollt, und dabei bewegt sich der Zapfen g und mit ihm auch die Stange k längs des vertikalen Durchmessers von a auf und ab. Auch dieser Mechanismus ist nur ein sinnreiches Spielwerk und von keinem praktischen Werth.

Hin- und Hergang mit zwei Kurbeln.

Fig. 20, Tafel XXI. a a_1 sind zwei mit gleichen Rädern b b_1 versehene Axen. Die Zähne dieser Räder greifen in einander ein und an den Körpern der Räder sind Kurbelzapfen angebracht. c c_1 sind zwei Schubstangen. Sie umfassen mit ihren unteren Enden die Kurbelzapfen und sind oben in den Enden einer Traverse d eingehängt. Diese letztere befindet sich an der Stange e, die auf und ab bewegt werden soll.

Werden die Kurbeln aus der horizontalen Lage um einen Winkel φ gedreht und nennt man x den Weg, den gleichzeitig ein Punkt der Stange e nach aufwärts zurücklegt, so findet man leicht, dass

$$x = r \sin \varphi + l \left[\sqrt{1 - \left(\frac{r}{l}\right)^2 \cos^2 \varphi} - \sqrt{1 - \left(\frac{r}{l}\right)^2} \right]$$

Das Bewegungsgesetz ist also nicht das reine Sinusgesetz, sondern weicht von demselben etwas ab, und zwar um so mehr, je kürzer die Schubstangen im Verhältniss zu den Kurbeln sind.

Die Interferenz-Bewegung.

Fig. 1, Tafel XXII. Dieser Mechanismus unterscheidet sich von dem vorhergehenden dadurch, dass die Räder und die Kurbeln ungleich gross sind.

Nennt man m und m_1 die Anzahl der Zähne der Räder, r r_1 die Kurbelhalbmesser, x den Weg, den die Stange nach aufwärts zurücklegt, wenn das Rad b um einen Winkel φ nach der Richtung des Pfeiles gedreht wird, so ergibt sich x auf folgende Weise.

Um Complikationen zu vermeiden, die von keinem praktischen Werth sind, wollen wir die Rechnung so machen, wie wenn die Schubstangen unendlich lang wären. Dann stimmen die Vertikalbewegungen der Endpunkte von d mit den Vertikalbewegungen der Kurbelzapfen überein. Bei einer Drehung des Rades b um einen Winkel φ beträgt die Vertikalbewegung des Kurbelzapfens $r \sin \varphi$. Wenn sich b um φ dreht, macht gleichzeitig b_1 eine Wendung um einen Winkel $\varphi \frac{m}{m_1}$, beträgt demnach die Vertikalbewegung des Kurbelzapfens von b_1 $r_1 \sin \left(\frac{m}{m_1} \varphi\right)$. Weil nun die Bewegung von e halb so gross ist als die Bewegung der Endpunkte von d, so hat man:

$$x = \frac{1}{2}\left[r \sin \varphi + r_1 \sin \left(\frac{m}{m_1} \varphi\right)\right]$$

Es werden also durch diesen Mechanismus zwei Sinusschwingungen addirt oder subtrahirt, je nachdem die beiden Sinuse gleiche oder ungleiche Zeichen haben, oder es wird eine Bewegung hervorgebracht ähnlich derjenigen, auf welcher die Interferenzerscheinungen des Lichtes beruhen.

Krummlinige Schwingungen.

Wird ein Punkt durch zwei Ursachen angeregt nach zwei aufeinander senkrechten Richtungen geradlinig zu schwingen, so entsteht in demselben eine krummlinige Schwingung. Diese Zusammensetzung von krummlinigen Schwingungen aus geradlinigen kann durch folgenden Mechanismus hervorgebracht werden. Fig. 2, Tafel XXII. a a_1 zwei Axen. c c_1 zwei Kurbeln. b b_1 zwei Zahnräder. e e_1 zwei Schubstangen. *f* ein Balancier. g eine Verbindungsstange zwischen *f* und e. Eine Drehung von a bewirkt durch c und e eine Horizontalschwingung von m, bewirkt aber durch b b_1 c_1 e_1 *f* g gleichzeitig eine Vertikalschwingung von m. Daher macht dieser Punkt eine krummlinige Schwingung, die aus zwei geradlinigen unter rechtem Winkel erfolgenden Schwingungen zusammengesetzt wird.

Nennen wir r r_1 die Halbmesser der Kurbeln c und c_1, α und α_1 die Winkel, welche die Kurbelrichtungen mit der vertikalen und mit der horizontalen Richtung in dem Moment bilden, wenn die Bewegung des Mechanismus beginnt, und nehmen wir an, die Bewegung werde vermittelst eines Rades b_2 veranlasst und es sei das Verhältniss der Halbmesser der Räder b_2 und b wie n : 1, dagegen das Verhältniss der Halbmesser der Räder b_2 und b_1 wie $n_1 : 1$, dann sind $\alpha + n\,\varphi$, $\alpha_1 + n_1\,\varphi$ die Winkel, welche die Kurbeln mit der Vertikal- und mit der Horizontalrichtung bilden, wenn das Rad b_2 um den Winkel φ gedreht worden ist.

Nimmt man als Anfangspunkt der Coordinaten diejenige Position des Punktes m, nach welcher er geführt wird, wenn die Kurbel c vertikal und die Kurbel c_1 horizontal steht, so ist:

$$\left.\begin{array}{l} x = r \sin(\alpha + n\,\varphi) \\ y = r_1 \sin(\alpha_1 + n_1\,\varphi) \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Durch Elimination von φ aus diesen zwei Gleichungen ergibt sich die Gleichung der Bahn von m. Diese Elimination kann auf folgende Weise geschehen.

Setzt man:

$$\alpha + n\,\varphi = \psi,\quad \alpha_1 + n_1\,\varphi = \psi_1 \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

so wird:

$$\left.\begin{array}{l} \sin(\alpha + n\,\varphi) = \sin\psi = \frac{x}{r},\quad \cos\psi = \sqrt{1 - \left(\frac{x}{r}\right)^2} \\ \sin(\alpha_1 + n_1\,\varphi) = \sin\psi_1 = \frac{y}{r_1},\quad \cos\psi_1 = \sqrt{1 - \left(\frac{y}{r_1}\right)^2} \end{array}\right\} \quad . \quad (3)$$

Durch Elimination von φ aus den Gleichungen (2) folgt:

$$n_1\,\alpha - n\,\alpha_1 = n_1\,\psi - n\,\psi_1$$

oder:

$$n\,\psi_1 = n_1\,\psi - (n_1\,\alpha - n\,\alpha_1)$$

demnach ist:

$$\sin n\,\psi_1 = \sin n_1\,\psi \cos(n_1\,\alpha - n\,\alpha_1) - \cos n_1\,\psi \sin(n_1\,\alpha - n\,\alpha_1)\,. \quad (4)$$

Nun ist bekanntlich:

$$\left.\begin{array}{l} \sin n\,\psi_1 = \binom{n}{1} \sin\psi_1 (\cos\psi_1)^{n-1} - \binom{n}{3} (\sin\psi_1)^3 (\cos\psi_1)^{n-3} + \ldots \\ \sin n_1\,\psi = \binom{n_1}{1} \sin\psi\,(\cos\psi)^{n_1-1} - \binom{n_1}{3} (\sin\psi)^3 (\cos\psi)^{n_1-3} + \ldots \\ \cos n_1\,\psi = (\cos\psi)^{n_1} - \binom{n_1}{2} (\sin\psi)^2 (\cos\psi)^{n_1-2} + \binom{n_1}{4} (\sin\psi)^4 (\cos\psi)^{n_1-4} \end{array}\right\} (5)$$

wobei die Symbole $\binom{n}{1}\ \binom{n}{2} \ldots \binom{n_1}{1}\ \binom{n_1}{2} \ldots$ die Binomial-

Coeffizienten bedeuten. Setzt man für $\sin\psi$, $\cos\psi$, $\sin\psi_1$ $\cos\psi_1$ die Werthe, welche die Gleichungen (3) darbieten und substituirt die sich für $\sin n\,\psi_1$, $\sin n_1\,\psi$, $\cos n_1\,\psi$ ergebenden Reihen in die Gleichung (4), so erhält man:

$$\left.\begin{array}{l} \binom{n}{1}\frac{y}{r_1}\,Y^{n-1}-\binom{n}{3}\left(\frac{y}{r_1}\right)^3 Y^{n-3}+\binom{n}{5}\left(\frac{y}{r_1}\right)^5 Y^{n-5}-\ldots\ldots= \\ +\cos(n_1\,\alpha-n\,\alpha_1)\left[\binom{n_1}{1}\left(\frac{x}{r}\right)X^{n_1-1}-\binom{n_1}{3}\left(\frac{x}{r}\right)^3 X^{n_1-3}+\ldots\ldots\right] \\ -\sin(n_1\,\alpha-n\,\alpha_1)\left[X^{n_1}-\binom{n_1}{2}\left(\frac{x}{r}\right)^2 X^{n_1-2}+\binom{n_1}{4}\left(\frac{x}{r}\right)^4 X^{n_1-4}-\ldots\right] \end{array}\right\}\quad(6)$$

wobei zur Abkürzung gesetzt wurde:

$$\sqrt{1-\left(\frac{y}{r_1}\right)^2}=Y,\quad \sqrt{1-\left(\frac{x}{r}\right)^2}=X,\quad\cdots\cdots\quad(7)$$

Diese Reihen brechen ab, wenn n und n_1 ganze Zahlen sind, und dies muss immer der Fall sein, wenn die Axen a und a_1 durch Zahnräder verbunden sind. Aber wenn die Reihen abbrechen, ist die durch (6) ausgedrückte Kurve eine algebraische und mithin geschlossen in sich selbst zurückkehrend.

Wir wollen einige spezielle Fälle betrachten.

Es sei $$n = n_1 = 1$$

Dies ist der Fall, wenn die Räder b und b_1 gleich gross sind, wenn also gleich viel Horizontal- und Vertikalschwingungen entstehen. Dann gibt die Gleichung (6):

$$\frac{y}{r_1}=\cos(\alpha-\alpha_1)\,\frac{x}{r}-\sin(x-\alpha_1)\sqrt{1-\left(\frac{x}{r}\right)^2}\quad\cdot\ \cdot\quad(8)$$

dies ist aber die Gleichung einer Ellypse.

Ist überdies $\alpha=\alpha_1$, so wird

$$\frac{y}{r_1}=\frac{x}{r}.\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(9)$$

dies ist aber eine schiefe gerade Linie.

Ist $\alpha = 0$, α_1 aber von Null verschieden, so wird aus (7):

$$\frac{y}{r_1} = \cos\alpha_1 \frac{x}{r} + \sin\alpha_1 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{r}\right)^2} \quad . \; . \; . \; . \quad (10)$$

Ist $\alpha_1 = 90^\circ$, so wird dieser Ausdruck:

$$\left(\frac{y}{r_1}\right)^2 + \left(\frac{x}{r}\right)^2 = 1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (11)$$

Die Schwingung erfolgt also in einer Ellypse, deren Axen horizontal und vertikal gerichtet sind. Die vertikale Halbaxe ist r_1, die horizontale Halbaxe r. Ist $r = r_1$, so wird (11) ein Kreis.

Es sei ferner $n = 1$, $n_1 = 2$, in welchem Falle während einer Horizontalschwingung zwei Vertikalschwingungen geschehen. Dann gibt die Gleichung (6):

$$\frac{y}{r_1} = \cos(2\alpha - \alpha_1)\left[2\frac{x}{r}\sqrt{1 - \left(\frac{x}{r}\right)^2}\right]$$
$$- \sin(2\alpha - \alpha_1)\left[1 - \left(\frac{x}{r}\right)^2 - \left(\frac{x}{r}\right)^2\right]$$

oder

$$\frac{y}{r_1} = 2\cos(2\alpha - \alpha_1)\frac{x}{r}\sqrt{1 - \left(\frac{x}{r}\right)^2} - \sin(2\alpha - \alpha_1)\left[1 - 2\left(\frac{x}{r}\right)^2\right] \quad (12)$$

dies ist eine algebraische Linie der vierten Ordnung. Ist überdies $\alpha = \alpha_1 = 0$, also auch $2\alpha - \alpha_1 = 0$, so wird:

$$\frac{y}{r_1} = 2\frac{x}{r}\sqrt{1 - \left(\frac{x}{r}\right)^2}$$

oder

$$\left(\frac{y}{r_1}\right)^2 = 4\left(\frac{x}{r}\right)^2\left[1 - \left(\frac{x}{r}\right)^2\right] \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (13)$$

Für $n = 1$, $n_1 = 3$ (Octave und Quinte) folgt aus (6):

$$\frac{y}{r_1} = \cos(3\alpha - \alpha_1)\left\{3\left(\frac{x}{r}\right)\left[1 - \left(\frac{x}{r}\right)^2\right] - \left(\frac{x}{r}\right)^3\right\}$$
$$- \sin(3\alpha - \alpha_1)\left\{\left[\sqrt{1 - \left(\frac{x}{r}\right)^2}\right]^3 - \left(\frac{x}{r}\right)^2\left[\sqrt{1 - \left(\frac{x}{r}\right)^2}\right]\right\}$$

oder:

$$\frac{y}{r_1} = \cos(3\alpha - \alpha_1)\frac{x}{r}\left[3-4\left(\frac{x}{r}\right)^2\right]$$

$$-\sin(3\alpha - \alpha_1)\sqrt{1-\left(\frac{x}{r}\right)^2}\left[1-2\left(\frac{x}{r}\right)^2\right] \quad . \; . \; . \; . \quad (14)$$

Diese Gleichung wird wiederum am einfachsten, wenn $3\alpha - \alpha_1 = 0$ ist, und nimmt dann die Form an

$$\frac{y}{r_1} = \frac{x}{r}\left[3-4\left(\frac{x}{r}\right)^2\right] \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (15)$$

stellt also eine algebraische Linie der dritten Ordnung dar.

Ist dagegen $3\alpha - \alpha_1 = \frac{\pi}{2}$, so wird

$$\frac{y}{r_1} = -\sqrt{1-\left(\frac{x}{r}\right)^2}\left[1-2\left(\frac{x}{r}\right)^2\right] \quad . \; . \; . \; . \quad (16)$$

die Bahn ist demnach in diesem Falle eine algebraische Linie der sechsten Ordnung.

Für $n = 2$, $n_1 = 3$ (Grundton und Quinte) gibt die Gleichung (6)

$$2\left(\frac{y}{r_1}\right)\sqrt{1-\left(\frac{y}{r_1}\right)^2}$$

$$= \cos(3\alpha - 2\alpha_1)\left\{3\left(\frac{x}{r}\right)\left[\sqrt{1-\left(\frac{x}{r}\right)^2}\right]^2 - \left(\frac{x}{r}\right)^3\right\}$$

$$-\sin(3\alpha - 2\alpha_1)\left\{\left[\sqrt{1-\left(\frac{x}{r}\right)^2}\right]^3 - 3\left(\frac{x}{r}\right)^2\sqrt{1-\left(\frac{x}{r}\right)^2}\right\}$$

oder:

$$2\left(\frac{y}{r_1}\right)\sqrt{1-\left(\frac{y}{r_1}\right)^2} = \cos(3\alpha - 2\alpha_1)\left(\frac{x}{r}\right)\left[3-4\left(\frac{x}{r}\right)^2\right]$$

$$-\sin(3\alpha - 2\alpha_1)\sqrt{1-\left(\frac{x}{r}\right)^2}\left[1-4\left(\frac{x}{r}\right)^2\right] \quad . \; . \; . \quad (17)$$

Ist überdies $3\alpha - 2\alpha_1 = 0$, so wird:

$$2\left(\frac{y}{r_1}\right)\sqrt{1-\left(\frac{y}{r_1}\right)^2} = \frac{x}{r}\left[3-4\left(\frac{x}{r}\right)^2\right] \quad . \; . \; . \quad (18)$$

Ist dagegen $3\alpha - 2\alpha_1 = \frac{\pi}{2}$, so erhält man:

$$2\left(\frac{y}{r_1}\right)\sqrt{1-\left(\frac{y}{r_1}\right)^2}=-\sqrt{1-\left(\frac{x}{r}\right)^2}\left[1-4\left(\frac{x}{r}\right)^2\right] \quad (19)$$

die Gleichungen (17), (18), (19) sind Linien der sechsten Ordnung.

Eine vollständige analytische Interpretation der Gleichung (6) würde zu endlosen Rechnungen und Untersuchungen führen, muss also unterlassen werden, und zwar um so mehr, als durch graphische Darstellungen die Beschaffenheit der Kurven so leicht und so klar vor Augen gestellt werden kann.

Man verzeichne ein Rechteck a b c d, Fig. 3, Tafel XXII., so dass $ab = 2r$, $ac = 2r_1$ ist, beschreibe über a b und a c Halbkreise, theile dieselben in gleiche Theile und zwar den Halbkreis a e b in n_1, den Halbkreis a f c dagegen in n Theile. Ziehe durch die Theilungspunkte Horizontal- und Vertikallinien, so gibt eine geeignete Verbindung der Durchschnittspunkte die Gestalt der Bahn des Punktes m. In obiger Figur ist z. B. der Halbkreis a e b in 6, der Halbkreis a f c in 12 gleiche Theile getheilt, d. h. es ist $\frac{n}{n_1} = \frac{12}{6}$, oder auf eine Vertikalschwingung erfolgen zwei Horizontalschwingungen. Ist $\alpha = 0$, $\alpha_1 = \frac{\pi}{4}$, so ist offenbar m die Anfangsposition des beschreibenden Punktes und die Bahn ist in diesem Falle die Parabel a m c.

Die Schubdublirung.

Fig. 4, Tafel XXII. a ist eine Kurbel, b eine Schubstange, c eine in Führungen schleifende Stange, die von der Schubstange hin und hergezogen wird, d ist ein Stirnrad, das sich um einen Zapfen dreht, der mit der Gliederung von c und b zusammenfällt, e ist eine am Gestell angebrachte unbewegliche Zahnstange, f ist eine in Führungen hin und her schleifende, mit einer Verzahnung versehene Stange, d greift mit seinen Zähnen oben in f, unten in e ein. Es ist klar, dass die Bewegung von f doppelt so gross ist als die Bewegung von c.

Herzbewegungen.

Die Kurbeln können zur Verwandlung einer drehenden Bewegung in eine hin und her gehende nicht angewendet werden, wenn diese letztere nicht nach dem Sinusgesetz, sondern nach irgend einem andern Gesetz erfolgen soll. In diesem Fall muss man sogenannte Herzbewegungen anwenden, durch welche es möglich wird, jede beliebige stetige oder unstetige Bewegung hervorzubringen. Sie sind für Hin- und Herbewegungen, was die unrunden Räder und die Konusbewegung für die Rotation, spielen in der Construktion von feineren Arbeitsmaschinen eine äusserst wichtige Rolle, verursachen jedoch beträchtliche Reibungen und fallen für grössere Bewegungen sehr gross aus, können deshalb zur Uebertragung von stärkeren Kräften nicht gebraucht werden.

Einige Beispiele werden genügen, um die Construktion solcher Herze zu verstehen.

Das Herz für eine gleichförmige Bewegung.

Fig. 5, Tafel XXII. a ist eine mit einer herzförmigen Scheibe c verbundene Axe. b ein am Ende einer Stange d befindliches die Scheibe c berührendes Röllchen. Die Stange ist durch Führungen so gehalten, dass sie sich nur vertikal auf und nieder bewegen kann. Eine Drehung von c bewirkt selbstverständlich diese Bewegung der Stange d. Die punktirte Linie ist eine äquidistante Linie zur Scheibenlinie. Soll die Bewegung der Stange d mit unveränderlicher Geschwindigkeit geschehen, so müssen die Radienvektoren der punktirten Linie proportional mit dem Wendungswinkel φ wachsen, muss also sein:

$$\overline{\mathrm{am}} = \varrho = \alpha + \beta\,\varphi$$

wobei α und β Constante sind. Nennt man h die ganze Erhebungshöhe, so muss sein für $\varphi = \pi$, $\varrho = \alpha + \mathrm{h}$, demnach: $\alpha + \mathrm{h} = \alpha + \beta\,\pi$, oder $\beta = \frac{\mathrm{h}}{\pi}$, demnach:

$$\varrho = \alpha + \mathrm{h}\,\frac{\varphi}{\pi}$$

Der kleinste Radiusvektor α ist in geometrischer Hinsicht ganz willkürlich, in praktischer Hinsicht aber nicht; er soll im Verhältniss zu h sehr gross gemacht werden, damit das Röllchen durch die Scheibe möglichst wenig zur Seite gedrückt wird. Die Linie für den Niedergang ist in dem vorliegenden Beispiel wie die für den Hub. Hub und Niedergang erfolgen also hier nach dem gleichen Gesetz.

Herz für Sinusversus-Bewegung.

Fig. 6, Tafel XXII. a ist eine mit zwei Röllchen b b, versehene Stange, die durch zwei Führungen in vertikaler Richtung erhalten wird. c eine Axe mit einem Herz d. Die Begrenzungslinie desselben ist die Aequidistante einer in der Zeichnung punktirt angedeuteten Linie, deren Polargleichung ist:

$$\varrho = \varrho_0 + r \sin \text{vers}\ \varphi$$

dabei ist $\varrho_0 = \overline{bc}$ gleich der Entfernung des Rollenmittelpunktes b von der Drehungsaxe c des Herzes; 2 r die ganze Erhebungshöhe der Stange. $cm = \varrho$ der Radiusvektor eines Punktes m der Kurve. $\widehat{bcm} = \varphi$ der entsprechende Polarwinkel. Es ist selbstverständlich, dass man bei Construktion der Kurve die Werthe der Sinusversus construirt und nicht berechnet oder aus Tabellen aufträgt. Diese Kurve gehört zu denjenigen, bei welchen die Summe zweier diametral gegenüber gerichteten Radienvektoren einen constanten Werth hat, in welchem Falle die Stange mit zwei Röllchen versehen werden kann, die mit der Scheibe stets in Berührung bleiben. Die Anwendung zweier Röllchen gewährt den Vortheil, dass die Stange durch das Herz sowohl nach der einen wie nach der andern Richtung bewegt werden kann.

Zwei Röllchen sind in allen Fällen anwendbar, in welchen die Bewegungsgesetze des Hinganges und des Herganges übereinstimmen.

In rein geometrischer Hinsicht ist ϱ_0 willkürlich, in praktischer Hinsicht aber nicht, sondern es soll ϱ_0 gegen 2 r gross gemacht werden, so dass die Scheibe von einem Kreis nur wenig abweicht.

Bezeichnet man irgend ein Bewegungsgesetz mit $f(\varphi)$, so muss die Scheibe nach der Aequidistanten einer Kurve verzeichnet werden, deren Polargleichung ist:

$$\varrho = \varrho_0 + f(\varphi)$$

Durch Herze können auch unstete Hin- und Herbewegungen hervorgebracht werden, wie folgende Beispiele zeigen.

Das Bogendreieck.

Fig. 7, Tafel XXII. b c d ist ein gleichseitiges Dreieck, dessen Seiten aus den Winkelpunkten beschrieben sind. Jede Seite entspricht also einem Centriwinkel von 60°. Dieses Dreieck ist an eine runde Scheibe a so befestigt, dass der Eckpunkt b mit dem Mittelpunkt zusammenfällt und die Scheibe a befindet sich an einer Welle, deren geometrische Axe durch b geht. Eine Drehung der Scheibe a hat also zur Folge, dass sich das Dreieck um eine durch b gehende Axe dreht. e ist ein Rahmen, dessen Höhe gleich ist jener des Dreieckes, und dessen Weite etwas grösser ist als die doppelte Höhe des Dreieckes. Der Rahmen ist mit zwei in Lagern schleifenden Stielen $f\,f$ versehen, welche auf den zu bewegenden Körper einwirken.

Rechnen wir die Bewegung des Dreiecks von der in Fig. 8, Tafel XXII. verzeichneten Stellung an, d. h. von dem Augenblick an, in welchem der Punkt d vertikal oberhalb b steht, so findet Folgendes statt:

Bewegung der Axe. von	bis	Zustand der Stange.
0°	60°	Stillstand,
60°	180°	Niedergang,
180°	240°	Stillstand,
240°	360°	Erhebung.

Der Niedergang wie die Erhebung geschehen nach zweierlei Gesetzen. Das eine Gesetz findet statt, so lange eine Dreiecksseite gegen den Rahmen drückt, das andere, während eine Ecke des Dreiecks einwirkt. Das Dreieck kann zu Dampfmaschinen-Schieber-Steuerungen gut gebraucht werden.

Herz für Expansions-Steuerungen.

Fig. 9, Tafel XXII. Dieses Herz ist so gebildet, dass der Radiusvektor durch den Winkel α um eine gewisse Länge a wächst, durch den Winkel β constant bleibt, durch den Winkel γ um 2 a wächst, durch den Winkel δ constant bleibt, durch $\alpha_1 = \alpha$ um a abnimmt, durch $\beta_1 = \beta$ constant bleibt, durch $\gamma_1 = \gamma$ um 2 a abnimmt, endlich durch $\delta_1 = \delta$ constant bleibt. Daher hat man:

Bewegung des Herzes um die Winkel:	Zustand der Stange:
α	Erhebung um a,
β	Stillstand,
γ	Erhebung um 2 a,
δ	Stillstand,
α_1	Niedergang um a,
β_1	Stillstand,
γ_1	Niedergang um 2 a,
δ_1	Stillstand.

Die Balancier-Mechanismen.

Die Verwandlung einer geradlinig hin und her gehenden Bewegung in eine drehende kann auch bewerkstelligt werden indem man zunächst eine drehende Schwingung eines Balanciers hervorbringt und diese dann vermittelst Schubstange und Kurbel in eine continuirlich drehende umwandelt. Dabei handelt es sich vorzugsweise um solche Verbindungen der Kolbenstange mit dem Balancierende, dass erstere gerade geführt wird, während letzteres einen Kreisbogen beschreibt. Die Construktion und Berechnung dieser Geradführungen sollen uns nun beschäftigen.

Balancier und Gegenlenker.

Fig. 10, Tafel XXII. $a\,C$ und $o\,c$ sind zwei um C und o drehbare, durch ein Verbindungsstück $a\,c$ zusammenhängende Hebel. In $a\,c$ gibt es einen gewissen Punkt b, der beinahe in einer geraden vertikalen Linie auf und nieder geht, wenn die Hebel um einen nicht zu grossen Winkel aus ihrer mittleren Lage entfernt werden. Dieser Punkt ist daher der Einhängepunkt der Kolbenstange. Wenn von den drei Elementen, 1) $a\,C$ halbe Balancierlänge, 2) $o\,c$ Länge des Gegenlenkers, 3) $\frac{\overline{a\,b}}{b\,c}$ Theilungsverhältniss des Verbindungsstückes, zwei derselben gegeben sind, kann das dritte durch Construktion oder durch Rechnung gefunden werden. Es sei die halbe Balancierlänge und das Theilungsverhältniss gegeben und die Länge des Gegenlenkers zu suchen. Diese Aufgabe kann durch Construktion leicht auf folgende Weise gelöst werden.

Man verzeichne den Balancier in der höchsten, mittleren und tiefsten Stellung ($C\,a_1$, $C\,a$, $C\,a_2$), ziehe die Sehne $a_1\,a_2$, halbire den Abstand $a\,p$, ziehe durch den Halbirungspunkt m eine Vertikallinie $x\,y$ und nehme an, dass sich in derselben der Einhängepunkt der Kolbenstange bewegen soll. Nun zeichne man das Verbindungsstück in seiner höchsten, mittleren und tiefsten Stellung ($a_1\,b_1\,c_1$, $a\,b\,c$, $a_2\,b_2\,c_2$) und zwar so, dass der Einhängepunkt b_1 b b_2 in die Linie $x\,y$ fällt. Sucht man endlich den Mittelpunkt o des Kreises, der durch die drei Punkte c_1, c, c_2 gezogen werden kann, so ist $o\,c = o\,c_1 = o\,c_2$ die Länge und o der Drehungspunkt des Gegenlenkers.

Durch diese Gliederung wird nur allein bewirkt, dass der Punkt b in der höchsten, tiefsten und mittleren Position des Balanciers in die Linie $x\,y$ fällt, nicht aber, dass der Punkt beständig in dieser Linie bleibt. Der Punkt b beschreibt in der That nicht eine gerade Linie, sondern nur das beinahe geradlinige Stück $b_1\,b_2$, Fig. 11, Tafel XXII., einer schleifenförmigen algebraischen Linie der vierten Ordnung.

Aus der Natur der Sache kann man leicht errathen, dass die wahre Bewegung des Punktes b von der geraden vertikalen Linie um so weniger abweicht, 1) je länger der Balancier im Verhältniss zur Hubhöhe, 2) je länger das Verbindungsstück $a\,c$. Diese Abweichung fällt bereits ganz unmerklich aus, wenn der Balancier dreimal und das Verbindungsstück $\frac{1}{2}$ mal so lang gemacht wird, als der Kolbenschub.

Die Beziehungen zwischen der Balancierlänge, der Gegenlenkerlänge und dem Theilungsverhältniss können auch durch Rechnung bestimmt werden, was für manche Zwecke nützlich ist.

Nennt man $a\,C = a,\quad a\,b = b,\quad b\,c = c,\quad o\,c = r,\quad \widehat{a_1\,C\,a} = \alpha,$
$\widehat{c_1\,b_1\,y} = \widehat{c\,b\,y} = \widehat{c_2\,b_2\,y} = \varphi,$
ferner: ξ den Horizontalabstand und
v den Vertikalabstand der Punkte c_1 und c, so ist zunächst:

$$v^2 = \xi\,(2\,r - \xi)$$

demnach

$$r = \frac{1}{2}\left(\frac{v^2}{\xi} + \xi\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Nun ist:

Horizontalabstand der Punkte $C\,c_1 = a\cos\alpha + (b + c)\sin\varphi$

" " " $C\,c = a - (b + c)\sin\varphi$

Vertikalabstand der Punkte $C\,c_1 = a\sin\alpha - (b + c)\cos\varphi$

" " " $C\,c = - (b + c)\cos\varphi$

Daher wird:

Horizontalabstand der Punkte $c\,c_1 = \xi = 2\,(b + c)\sin\varphi - a\,(1 - \cos\alpha)$

Vertikalabstand der Punkte $c\,c_1 = v = a\sin\alpha$

Es ist aber ferner:

$$\overline{am} = \overline{mp} = b \sin \varphi = \frac{1}{2} a (1 - \cos \alpha)$$

demnach

$$\sin \varphi = \frac{1}{2} \frac{a}{b} (1 - \cos \alpha)$$

Führt man diesen Werth in ξ und υ ein, so erhält man:

$$\xi = a \frac{c}{b} (1 - \cos \alpha)$$

$$\upsilon = a \sin \alpha$$

und diese Werthe in (1) eingeführt, findet man:

$$r = \frac{1}{2} \left[a \frac{b}{c} \frac{\sin^2 \alpha}{1 - \cos \alpha} + a \frac{c}{b} (1 - \cos \alpha) \right] \quad . \; . \; . \; (2)$$

Hieraus folgt auch:

$$\frac{b}{c} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} \left[\frac{r}{a} + \sqrt{\left(\frac{r}{a}\right)^2 - \sin^2 \alpha} \right] \quad . \; . \; . \; . \; (3)$$

Ist α nicht grösser als ungefähr 20^0, so begeht man keinen merklichen Fehler, wenn man setzt $\sin \alpha = \alpha$, $\cos \alpha = 1 - \frac{1}{2} \alpha^2$, und dann folgt aus (2):

$$r = a \frac{b}{c} + \frac{1}{4} a \frac{c}{b} \alpha^2$$

Aber hier ist abermals $\frac{1}{4} a \frac{c}{b} \alpha^2$ eine gegen $a \frac{b}{c}$ kleine Grösse, die vernachlässigt werden kann; daher hat man annähernd

$$r = a \frac{b}{c} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (4)$$

Diese Annäherungsformel leistet vorzugsweise in dem Fall gute Dienste, wenn der Drehungspunkt des Gegenlenkers gegeben ist und die Theilung des Verbindungsstückes gesucht werden soll. Ist nämlich der Drehungspunkt gegeben, so kennt man annähernd $a + r$, setzt man $a + r = d$, so folgt aus (4):

$$\frac{b}{c} = \frac{d - a}{a} = \frac{d}{a} - 1$$

Hat man vermittelst dieser einfachen Formel $\frac{b}{c}$ bestimmt, so kann man nach dem früher angegebenen Verfahren den Drehungspunkt und die Länge des Gegenlenkers durch Construktion genauer bestimmen.

Das Watt'sche Parallelogramm für Land-Dampfmaschinen.

Fig. 12, Tafel XXII. Ist A B, B C D, D E eine mit richtigen Verhältnissen construirte Anordnung eines Balanciers A B, mit Gegenlenker D E und Verbindungsstück D C B, so wird die Stange C F geradlinig geführt. Verbindet man mit D eine Stange $D_1 \ldots D_4$ parallel mit $A B_4$, indem man die parallelen Verbindungsstangen $B_1 D_1$, $B_2 D_2$, $B_3 D_3$, $B_4 D_4$ von gleicher Länge anbringt, und hängt in die Punkte C_1, C_2, D_3, C_4, wo diese Verbindungsstangen von der Verlängerung von A C geschnitten werden, Stangen ein, so werden auch diese geradlinig bewegt, denn die Punkte C_1, C, C_2, D_3, $C_4 \ldots$ beschreiben offenbar geometrisch ähnliche, demnach gerade Linien, weil C geradlinig bewegt wird. Dies ist das von *Watt* erfundene Parallelogramm in einer erweiterten Form. Den spezielleren Fall, welchen Watt bei seinen Dampfmaschinen angewendet hat, zeigt Fig. 13, Tafel XXII.

Wenn der Balancier und das Parallelogramm gegeben sind kann auch hier der Drehungspunkt und die Länge des Gegenlenkers sowohl durch Construktion, wie auch durch Rechnung gefunden werden. Durch Construktion kann dies geschehen, indem man den Balancier und das Parallelogramm in der höchsten, mittleren und tiefsten Stellung verzeichnet und dann den Mittelpunkt des Kreises sucht, der durch die drei Positionen des Punktes D geht. Dabei muss man die Position des Punktes D_3 in der vertikalen Linie annehmen, welche die Horizontalablenkung des Punktes B_3 halbirt, ähnlich wie dies bei Fig. 10, Tafel XXII. geschehen ist.

Setzt man $A B_3 = a$, $A B = b$, $D E = r$ und den Winkel, den die höchste und mittlere Position des Balanciers einschliesst, gleich α, so findet man leicht auf ähnliche Weise, wie auf Seite 372

$$r = \frac{1}{2}\left[\frac{b^2}{a-b}\,\frac{\sin^2\alpha}{1-\cos\alpha} + (a-b)\,(1-\cos\alpha)\right]$$

Ist α so klein, dass man sich erlauben darf $\sin\alpha = \alpha$ und $\cos\alpha = 1 - \frac{1}{2}\alpha^2$ zu setzen, so erhält man:

$$r = \frac{b^2}{a - b} \text{ und } b = -\frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r^2}{4} + a\,r}$$

Lässt man in Fig. 12, Tafel XXII. $B_3 D_3$, $B_2 D_2$, $B_1 D_1$ weg, so erhält man eine Anordnung, die mit dem von *Watt* bei Schiffsmaschinen angewendeten Parallelogramm übereinstimmt, aber in umgekehrter Lage gezeichnet erscheint. Auch für diese Anordnung kann der Drehungspunkt und die Länge des Gegenlenkers durch Construktion gefunden werden, wenn man den Balancier sammt Parallelogramm in der höchsten, mittleren und tiefsten Stellung verzeichnet und den Mittelpunkt E des Kreises sucht, der durch die drei Positionen des Punktes D gezogen werden kann.

Durch Rechnung findet man auf eine ähnliche Weise, wie bei dem einfachen Gegenlenker geschehen ist,

$$r = \frac{1}{2}\left[\frac{b^2}{\frac{c}{d}\,a - b}\;\frac{\sin^2\alpha}{1 - \cos\alpha} + \left(\frac{c}{d}\,a - b\right)(1 - \cos\alpha)\right]$$

wobei Fig. 12, Tafel XXII.:

$$A B_4 = a,\ A B = b,\ B_4 D_4 = c,\ B_4 C_4 = d,\ D E = r$$

Diese Formel folgt aus (2) für den einfachen Gegenlenker, wenn man in dieselbe

statt a, b, c setzt: b, $d\,\frac{b}{a}$, $c - d\,\frac{b}{a}$

Der Balancier ohne Drehungsaxe.

Fig. 14, Tafel XXII. $c\,a$ ist ein Balancier. Das Ende c gleitet in einer horizontalen Führung hin und her; das Ende a soll nach vertikaler Richtung auf und ab schwingen. $b\,o$ ist ein um o sich drehender Gegenlenker. Der Drehungspunkt o und die Länge $b\,o$ des Gegenlenkers ergeben sich durch Construktion, wenn man den Balancier in seiner höchsten Stellung $c\,b\,a$, in seiner mittleren $c_1\,b_1\,a_1$ und in seiner tiefsten $c_2\,b_2\,a_2$ verzeichnet und den Mittelpunkt o des Kreises sucht, der durch die Punkte $b\,b_1\,b_2$ gezogen werden kann. Durch Rechnung ergeben sich die Bedingungen einer richtigen Construktion wie folgt:

Nennt man: $\overline{ca} = a$, $\overline{cb} = b$, $\overline{ob} = r$, $\widehat{aco} = \alpha$. ξ und υ den Horizontal- und Vertikalabstand der Punkte b und b_1, so ist:

$$\overline{c\,c_1} = a\ (1 - \cos\alpha)$$

$$\xi = a\ (1 - \cos\alpha) + b\cos\alpha - b = (a - b)\ (1 - \cos\alpha)$$

$$v = b\sin\alpha$$

Es ist aber $v^2 = \xi\ (2\,r - \xi)$,

demnach: $$r = \frac{1}{2}\left(\frac{v^2}{\xi} + \xi\right)$$

oder wenn man für ξ und v die gefundenen Werthe einsetzt:

$$r = \frac{1}{2}\left[\frac{b^2}{a-b}\,\frac{\sin^2\alpha}{1 - \cos\alpha} + (a - b)\ (1 - \cos\alpha)\right]$$

Diese Balanciers mit Parallelogramm und Gegenlenker kommen mehr und mehr ausser Gebrauch. Es sind complizirte und kostspielige Anordnungen, und die vielen zusammengegliederten Stangen geben doch keinen ganz verlässlichen Zusammenhang. Wenn jedoch eine grosse Anzahl von Kolbenstangen geradlinig und mit verschiedener Geschwindigkeit zu bewegen sind, kann man allerdings kaum eine zweckmässigere Einrichtung treffen als das *Watt*'sche Parallelogramm.

Geradführung vermittelst eines schwingenden Hebels

erfunden von dem Ingenieur Herrn *Nehrlich*.

Fig. 15, Tafel XXII. A ist das Ende einer Kolbenstange, das geradlinig geführt werden soll. B ist ein mit zwei Zapfen c und f versehener Hebel, der um O drehbar ist. Das Ende C von A ist schleifenförmig, umfasst das auf den Zapfen c gesteckte Gleitstückchen und ist vermittelst des Stängelchens D durch die Zapfen g und f an den Hebel gehängt. Bei gewissen Abmessungen der einzelnen Theile wird der Punkt g der Schleife beim Hin- und Hergang des Kolbens geradlinig hin und her geführt, doch ist diese Bewegung nur annähernd und nicht mathematisch genau geradlinig.

Diese richtigen Construktionsverhältnisse findet man auf folgende Weise, Fig. 16, Tafel XXII. Man verzeichne den Hebel B in seiner mittleren und in seinen äussersten Stellungen. O f, O f_1, O f_2 sind diese drei Stellungen. Nehme hierauf die Länge des Verbindungsstängelchens $f\,g$ beliebig an und beschreibe mit dieser Länge als Halbmesser aus f_1 und f_2 als Mittelpunkte die Kreise k_1 und k_2. Ziehe durch g eine auf O f senkrechte Linie in der Art, dass jeder der beiden Kreise k_1 und k_2 in zwei Punkten geschnitten wird. Zieht man endlich durch diese Durchschnittspunkte h_1 g_1 g_2 h_2 Parallellinien zu f O bis die Mittellinien O γ_1 und O γ_2 des Hebels B in c_1, γ_1 und

c_2, γ_2 geschnitten werden, so sind c_2 und γ_2 die Stellen, wo der Führungszapfen c, Fig. 15, anzubringen ist. Bringt man den Zapfen in c_2 an, so erhält der Mechanismus die Einrichtung, welche Fig. 15 zeigt. Bringt man dagegen den Führungszapfen in γ_2 an, so erhält der Mechanismus die Einrichtung, welche Fig. 17 zeigt.

Damit die Kurve, welche der Punkt g des Verbindungsstängelchens f g, Fig. 16, beim Schwingen des Hebels o f beschreibt, von einer geraden Linie nur wenig abweiche, dürfen die Winkel α und β nicht zu gross genommen werden.

Die Rechenbewegung.

Fig. 1, Tafel XXIII. a a ist eine Platte, die in Führungen hin und her gleitet. Sie ist mit einer Rinne b und einer schleifenförmigen Verzahnung c versehen. d ist eine fixe Axe, die gleichförmig gedreht wird. Von ihr gehen zwei Arme e aus, die eine Axe tragen, welche mit einem Getriebe f und mit einem Rade g versehen ist. Das Ende der Axe dringt in die Rinne b ein; das Getriebe f greift in die Verzahnung c ein. Die Axe d ist mit einem Rade h versehen, das in g eingreift. Wird die Axe d gedreht, so pflanzt sich die Bewegung nach g und f fort. Die Zähne von f treiben die Verzahnung c fort, bis die Krümmung der Rinne b an das Ende des Zapfens der Axe von f ankommt, dann geht dieser Zapfen in der Rinne herab, so dass die Theile e f g in die punktirt angedeutete Position e_1 f_1 g_1 kommen, was zur Folge hat, dass nun die Verzahnung c nach entgegengesetzter Richtung bewegt wird.

Dieser Mechanismus ist brauchbar, wenn der Hin- und Hergang mit gleichförmiger Geschwindigkeit erfolgen muss und die zu übertragende Kraft nicht zu gross ist. Während die Theile e f g ihre Positionen verändern, ist jedoch die Bewegung der Platte nicht eine gleichförmige, sondern Anfangs eine bis zum Stillstand verzögerte und dann eine beschleunigte.

Rechenbewegung mit halbverzahntem Rad.

Fig. 2, Tafel XXIII. a ist ein Rahmen, der in einer Führung auf und ab gleiten kann. Er ist innen ausgeschnitten und an beiden Seiten des Ausschnitts mit einer Verzahnung b b_1 versehen. c ist ein an einer Axe befindliches halbverzahntes Rädchen, dessen Zähne bei einer continuirlich drehenden Bewegung bald in b, bald in b_1 eingreifen, wodurch der Rahmen a auf und nieder bewegt wird.

Wenn die Zähne des Rädchens c die Verzahnung b verlassen, darf der Eingriff in b_1 noch nicht begonnen haben, weil sonst der Rahmen gleichzeitig nach aufwärts wie nach abwärts getrieben würde, also eine Stockung der Bewegung eintreten müsste. Damit nun der Rahmen auch dann sicher und richtig geführt wird, wenn das Rädchen c nicht einwirkt, ist an der Axe von c ein kurbelförmiger Körper mit einem Taster d und sind an den Enden der Verzahnungen zwei Ansätze e und e_1 in der Weise angebracht, dass jedesmal, wenn das Rädchen c weder auf b noch auf b_1 einwirkt, der Taster auf die Ansätze e und e_1 greift und die Bewegung des Rahmens übernimmt.

Die Begrenzungslinien des Tasters sind die Aequidistanten von der Linie, welche der Mittelpunkt des Tasters relativ gegen die Ebene des Rahmens beschreibt, wenn der erstere eine gleichförmig drehende und letzterer eine gleichförmige Auf- und Abbewegung macht.

Drei halbverzahnte Kegelräder.

Fig. 3, Tafel XXIII. Dies ist ein Mechanismus, durch welchen eine continuirliche Drehung in eine Hin- und Herdrehung verwandelt wird.

a ist ein halbverzahntes Rad. b, c sind zwei an einer Axe e e befestigte halbverzahnte Räder. Wird a continuirlich gedreht, so greift seine halbe Verzahnung abwechselnd in b und c ein, wodurch in der Axe e e eine Hin- und Herdrehung hervorgebracht wird. Auch bei diesem Mechanismus ist eine Hilfseinrichtung nothwendig, indem die Verzahnung von a in die Verzahnungen von b und c gleichzeitig nicht eingreifen darf. Von irgend einem praktischen Werth ist dieser Mechanismus nicht.

Verzahnte Schwinge mit halbverzahntem Rad.

Fig. 4, Tafel XXIII. Diese Anordnung unterscheidet sich von der auf Seite 377 erklärten dadurch, dass statt eines geradlinig beweglichen Rahmens eine drehbare Schwinge angebracht ist. a ist diese Schwinge, *f* ihr Drehungspunkt, b b_1 mit *f* concentrische Verzahnungen, c ein halbverzahntes Getriebe. Auch hier ist ein Taster und sind Ansätze angebracht, die in Wirksamkeit kommen, wenn das Getriebe weder in die eine noch in die andere Verzahnung eingreift.

Das Mangelrad mit Triebstöcken.

Fig. 5, Tafel XXIII. a ist eine Scheibe, an welcher ein mit Triebstöcken b versehener offener Ring c und zwei Bogenstücke e e befestiget sind. f ist ein Getriebe, dessen Zähne für den Eingriff in die Triebstöcke geformt sind. Die Axe g dieses Getriebes ist durch eine Führung h gesteckt, deren Schlitz eine solche Länge hat, dass dies Getriebe innen oder aussen in die Triebstöcke eingreift, je nachdem die Axe an dem oberen oder an dem unteren Ende des Schlitzes anliegt. Die Axe g hat hinter dem Getriebe f einen Zapfen, der den Rand des Ringes c stets berührt. Wird die Axe g continuirlich gedreht, so dreht sich die Scheibe a abwechselnd nach rechts und links, je nachdem das Getriebe f innen oder aussen eingreift.

Das Mangelrad mit zweifacher Verzahnung.

Fig. 6, Tafel XXIII. Dieses unterscheidet sich von dem vorhergehenden durch die Verzahnung der Scheibe a. Diese ist hier eine doppelte, was zur Folge hat, dass die Drehungsgeschwindigkeit der Scheibe a grösser ist, wenn das Getriebe in die innere Verzahnung eingreift, als wenn es in der äusseren wirkt. Die Axe des Getriebes muss sowohl bei diesem wie bei dem vorhergehenden Mangelrade entweder mit einem Hook'schen Schlüssel versehen sein, oder in einer Schaukel liegen, wie bei der auf Seite 377 beschriebenen Einrichtung.

Schaltungen für Stangen und Räder.

Schaltungen werden Vorrichtungen genannt, durch welche eine ruckweise Bewegung von Stangen oder von Rädern bewirkt wird.

Stangenschaltung für ganze Theilungen.

Fig. 7, Tafel XXIII. a ist eine verzahnte Stange, die ruckweise nach links bewegt werden soll. b ist ein Hemmhaken, welcher verhindert, dass die Stange nicht nach rechts gehen kann. c ist ein sogenannter Schalthaken, der sich in einem Zapfen dreht, welcher an einem Hebel oder an irgend einem andern hin und her gehenden Maschinentheil angebracht ist. Wird dieser Haken c um weniger als eine Zahntheilung hin und her bewegt, so schleift er auf dem Zahn hin und her, ohne die Stange zu bewegen. Wird der

Haken um eine Weglänge s bewegt, die grösser als eine Theilung t, aber kleiner als zwei Theilungen ist, so schleift er zuerst um $s - t$ auf dem Zahn der Zahnstange und bewegt diese hierauf um eine Zahntheilung weiter. Wird der Haken um eine Weglänge bewegt, die grösser als zwei aber kleiner als drei Theilungen ist, so schleift der Haken zuerst um $s - 2t$ auf dem Zahn und bewegt diesen dann um zwei Teilungen weiter u. s. f. Man sieht, dass mit dieser Einrichtung immer nur um ganze Theilungen geschaltet werden kann.

Stangenschaltung für halbe Theilungen.

Fig. 8, Tafel XXIII. a ist eine verzahnte Stange, die ruckweise nach links bewegt werden soll. Ihrer Bewegung wirke ein Widerstand entgegen oder eine stets nach rechts hin treibende Kraft. b b_1 sind zwei Hemmhaken, der eine b stemmt sich gegen einen Zahn der Stange, der andere b_1 steht auf halber Theilung. c c_1 sind zwei zusammen gehängte Schalthaken, der eine c stemmt sich gegen einen Zahn, der andere steht auf halber Theilung. Werden die Haken c c_1 zusammen um weniger als eine halbe Theilung hin und her bewegt, und zwar zuerst nach rechtshin, so schleift der Haken c auf dem Zahn f_1 und der Haken c_1 auf f_2 hin und her, ohne die Stange zu bewegen. Werden dagegen die Haken c c_1 um einen Weg s hin und her bewegt, der etwas grösser als eine halbe Theilung $\frac{1}{2}t$ ist, und zwar zuerst nach rechts hin und dann nach links zurück, so veranlasst die erstere dieser Bewegungen, dass der Haken c an dem Zahn f_1 hinaufschleift, der Haken c_1 aber an der Spitze von f_2 abfällt und dann noch um $s - \frac{1}{2}t$ fortgeht. Erfolgt hierauf die Rückbewegung, so gehen zuerst die Haken um $s - \frac{1}{2}t$ leer zurück. Dann aber stemmt sich c_1 gegen f_2 und wird die Stange genau um $\frac{1}{2}t$ nach links geschoben, was zur Folge hat, dass b_1 in e_2 einfällt und b auf die halbe Theilung von e gestellt wird. Bei dem nächst folgenden Gang nach rechts wird daher die Stange durch b_1 gehalten. Man sieht, dass auf diese Weise immer halbe Theilungen geschaltet werden können.

Wollte man, allgemein gesprochen, um den n-ten Theil einer Theilung t schalten, so müsste man n-Hemmhaken und n-Schalthaken anwenden und die letzteren um etwas mehr als $\frac{t}{n}$ hin und her bewegen. Diese Einrichtungen, durch welche man um aliquote

Theile einer Theilung schalten kann, sind in den Fällen nützlich, wenn das Fortrücken der Stange so wenig betragen soll, dass die Zahntheilung zu fein ausfallen müsste, wenn man die vorhergehende Anordnung, bei welcher nur um ganze Theilungen geschaltet werden kann, anwenden wollte.

Continuirliche Schaltung.

Fig. 9, Tafel XXIII. a ist eine verzahnte Stange. c c_1 ein Hebel, der um e hin und her gedreht wird. b b_1 zwei Schalthaken, der erstere stösst, der letztere zieht. Wird der Hebel c c_1 nach der durch die Pfeile angedeuteten Richtung um so viel gedreht, dass die Hakenenden h und h_1 eine halbe Theilung zurücklegen, so wird die Stange a durch den Haken h_1 um eine halbe Theilung nach links gezogen. Fällt aber der Haken h an der Zahnspitze f_1 ab, weil bei diesem Vorgang h um eine halbe Theilung rechts, f_1 um eine halbe Theilung nach links geht, also die relative Bewegung von h gegen f_1 eine ganze Theilung beträgt. Dreht man hierauf c c_1 nach entgegengesetzter Richtung um so viel, dass h den Zahn f_1 um eine halbe Theilung nach links schiebt, so fällt h_1 in g_1 ein u. s. w.

Man kann also durch diese Anordnung ein continuirliches Schalten um halbe Theilungen bewirken und braucht keine Hemmhaken anzubringen.

Es kommt nur selten vor, dass gerade Stangen geschaltet werden müssen, sondern in den meisten Fällen werden Schalträder angewendet. Die im Vorhergehenden gegebenen Erklärungen gelten aber selbstverständlich auch für Schalträder.

Bohrmechanismen.

Die Bohrmaschinen zum Ausdrehen hohlgegossener grösserer Cylinder bestehen im Wesentlichen aus einer starken horizontal gelagerten Axe (der Bohrspindel), mit welcher ein scheibenförmiger Körper (der Bohrkopf) so verbunden ist, dass bei einer Drehung der Spindel der Bohrkopf mitgedreht wird, gleichzeitig aber auch ein langsames Fortrücken desselben nach der Spindel stattfindet. Am Umfang des Bohrkopfes werden Meisel eingesetzt. Um einen Cylinder auszubohren, wird derselbe so eingespannt, dass er die Spindel concentrisch umgibt, werden die Meisel so gestellt, dass ihre Schneiden in die innere Fläche des Cylinders eingreifen und wird dann die Spindel in drehende Bewegung versetzt. Die in das

Metall der innern Wand eingreifenden Schneiden der Meisel beschreiben dann gegen die innere Fläche Schraubenlinien von so geringer Höhe, dass die einzelnen Gänge zusammenfliessen und eine stetige cylindrische Fläche bilden.

Erste Bohrvorrichtung.

Fig. 10, Tafel XXIII. a ist die in Lager gelegte Bohrspindel. b der Bohrkopf, der sich mit a dreht, aber längs dieser Axe verschiebbar ist. c_1 c_1 sind zwei mit a verbundene Traversen, in welchen sich die Schraubenspindeln c c drehen, deren Gewinde in dem Bohrkopf entsprechende Muttern finden. d d zwei kleine Rädchen, die mit den Spindeln c c verbunden sind. e und f zwei durch eine Röhre verbundene Räder, die sich frei auf a drehen. g ein mit a fest verbundenes Rad. h und i zwei in g und f eingreifende, durch eine Röhre verbundene Räder, die sich auf einem am Gestell angebrachten Zapfen drehen.

Bezeichnet man durch d, e, f, g, h, i nicht nur die Räder als Gegenstände, sondern auch deren Halbmesser, so ist die Anzahl der Umdrehungen des Rades e bei einer Umdrehung der Spindel a gleich $\frac{g}{h}\frac{i}{f}$, relativ gegen a macht also e, $1-\frac{g}{h}\frac{i}{f}$ Umdrehungen, und folglich ist die Anzahl der Umdrehungen des Rades d bei einer Umdrehung von a gleich $\left(1-\frac{g}{h}\frac{i}{f}\right)\frac{e}{d}$. Nennt man ε die Höhe eines Schraubenganges von c und x das Fortrücken des Bohrkopfes bei einer Umdrehung von a, so hat man:

$$x = \varepsilon\left(1-\frac{g}{h}\frac{i}{f}\right)\frac{e}{d}$$

Zweite Bohrvorrichtung.

Fig. 11, Tafel XXIII. Bei dieser Vorrichtung ist die in Lagern d d gelegte Bohrspindel a geschlitzt und enthält in der Mitte eine Schraubenspindel c, deren Gewinde auf eine Mutter wirken, die im Bohrkopf b angebracht ist. Die Bohrspindel a reicht bis an das Rad g, die Schraubenspindel c dagegen geht durch d e f g, hat jedoch auf dieser Strecke kein Gewinde. e ist ein unbewegliches, an das Gestell geschraubtes Rad. f ein kurbelartiger mit der Bohrspindel befestigter Arm. g ein mit der Schraubenspindel c verbundenes Rad. h und k zwei Räder, die an einer Axe befestigt sind, die sich in der Hülse i des Kurbelarmes f dreht. g und h, so wie e und k greifen in einander ein.

Wird die Axe a einmal herumgedreht, so macht der Kurbelarm f eine Umdrehung und rollt das Rad k auf dem fixen Rad e einmal herum, wobei es sich $\frac{e}{k}$ mal um seine Axe dreht, allein da h mit k verbunden ist, so dreht sich auch h, $\frac{e}{k}$ mal um seine Axe und geht einmal um das Rad g herum, wodurch bewirkt wird, dass g, $1 - \frac{e}{k}\frac{h}{g}$ mal gedreht wird. Die relative Drehung von c gegen a ist demnach $\frac{e}{k}\frac{h}{g}$, und wenn man ε die Höhe eines Schraubenganges der Spindel c nennt und x das Fortrücken des Bohrkopfes bei einer Umdrehung von a, so ist

$$x = \varepsilon \frac{e}{k} \frac{h}{g}$$

Parallel-Bewegungen.

Parallel-Bewegungen werden solche Mechanismen genannt, vermittelst welchen ein Körper so bewegt wird, dass alle seine Lagen zu einander parallel bleiben. Es ist hierzu nur nothwendig, dass zwei oder drei Punkte des Körpers identische Bewegungen zu machen gezwungen sind. Ist der Körper plattenförmig und soll seine Bewegung in der Ebene der Platte statt finden, so genügt es, wenn zwei Punkte der Platte identisch bewegt werden. Ist der Körper plattenförmig und soll die Bewegung nach einer auf die Ebene der Platte senkrechten Richtung erfolgen, so müssen wenigstens drei Punkte der Platte identisch bewegt werden.

Bewegungs-Mechanismen dieser Art kann man selbstverständlich sehr viele hervorbringen. Die nachfolgenden Beispiele werden die Sache erklären.

Das Parallel-Lineal,

Fig. 12, Tafel XXIII., welches früher bei den Reiszeugen gebraucht wurde, kann zuweilen auch bei Maschinen angewendet werden.

Linealbewegung mit Schnüren.

Fig. 13, Tafel XXIII. a ist ein Lineal mit vier kleinen Röllchen $c c_1$ $d d_1$. $b b_1$ $e e_1$ sind Fixpunkte. b c d e, b_1 c_1 d_1 e_1 sind gespannte

Schnüre. Die erstere verhindert eine Rechtsdrehung des Lineals, die letztere eine Linksdrehung. Als Linealbewegung kann dieser Mechanismus zum Zeichnen auf grossen Wandtafeln angewendet werden. Er dient aber auch bei der *Mule-Jenny*-Spinnmaschine zur Führung des Spindelwagens.

Schützenaufzug mit Schaltwerk.

Fig. 14, Tafel XXIII. a ist der Schützen. Er ist an Ketten b b gehängt, die sich auf zwei Walzen c c aufwickeln. Die Axe d d ist mit einem Schaltrad e versehen und dieses wird vermittelst eines in der Zeichnung nicht angedeuteten Schalthebels bewegt. Ein Sperrhaken verhindert das Niedersinken des Schützens.

Schützenaufzug mit Zahnstangen.

Fig. 15, Tafel XXIII. a ist der Schützen. b b zwei Zahnstangen. c c zwei in dieselben eingreifende Getriebe. d eine Axe, die durch eine Kurbel e gedreht wird. Bei schweren Schützen werden noch Räderübersetzungen angewendet.

Schützenaufzug mit Schrauben.

Fig. 16, Tafel XXIII. a ist der Schützen. b b zwei Schraubenstangen. c c zwei Zahnräder, deren Hülsen mit Schraubenmuttern versehen sind. d d zwei in c c eingreifende Räder. e eine mit einer Kurbel versehene Axe, deren Richtung die Richtungen der Axen von b und b nicht schneidet. Die Räder c d, c d sind deshalb nicht gewöhnliche konische, sondern haben eine hyperbolische Grundform und schräg geschnittene Zähne.

Abstellung und Einkehrung.

Diese sogenannten Abstellungen und Einkehrungen sind Vorrichtungen, durch welche die Verbindung zweier Maschinenbestandtheile aufgehoben und wieder hergestellt werden kann. Einige von den Mechanismen, deren Beschreibung nun folgen wird, sind nicht blose Abstellungen, sondern sie dienen auch dazu, um gewisse Maschinentheile nach einer oder nach entgegengesetzter Richtung in Gang zu bringen, können daher auch gebraucht werden, um continuirlich drehende Bewegungen in drehend hin- und hergehende zu verwandeln.

Die Leerrolle.

Fig. 17, Tafel XXIII. a ist die Triebaxe einer Arbeitsmaschine. b eine mit a fest verbundene Rolle. c eine auf a frei drehbare Rolle (Leerrolle). d eine Transmissionswelle, von welcher aus die Arbeitsmaschine bewegt wird. e eine mit d fest verbundene Rolle. Wenn a im Gang ist, werden die Rollen e und b von einem Riemen umfasst. Wenn a abgestellt werden soll, wird der Riemen entweder von Hand oder durch einen Riemenleiter *f* auf die Rolle c hinübergeleitet. Soll die Maschine, nachdem sie längere Zeit abgestellt war, wiederum in Gang gebracht werden, so wird der Riemen wieder von c auf b gebracht. Diese Vorrichtung ist von sehr grossem praktischen Werth, indem vermittelst derselben nicht nur die Abstellung, sondern auch die Ingangsetzung einer Maschine ohne Stoss bewerkstelligt werden kann.

Abstellung und Einkehrung mit drei Rollen.

Fig. 18, Tafel XXIII. a ist eine Axe, die entweder abgestellt oder nach einer oder nach entgegengesetzter Richtung in Gang gebracht werden soll. b eine mit der Axe a verbundene Riemenrolle. c eine Leerrolle, d. h. eine um die Axe a frei drehbare Rolle. d eine zweite um die Axe a frei drehbare Rolle. e ein mit der Hülse von d fest verbundenes Kegelrad. f ein mit der Axe a fest verbundenes Rad. g ein um einen besonderen Zapfen h drehbares in e und f eingreifendes konisches Zwischenrad.

Leitet man einen Riemen von einer Transmission her auf die Leerrolle c, so ist die Axe a abgestellt. Leitet man diesen Riemen auf die Rolle b hinüber, so wird die Axe a direkt getrieben und die Räder f g e, so wie die Rolle d laufen zwecklos herum. Leitet man den Riemen auf die Rolle d, so wird durch Vermittlung der Räder e g f die Axe a gedreht, aber nach einer Richtung, die entgegengesetzt ist jener, welche eintrat, als der Riemen die Rolle b bewegte. Die Drehungsgeschwindigkeit der Axe a ist jedoch in beiden Bewegungen gleich gross.

Fig. 1, Tafel XXIV. Diese Anordnung unterscheidet sich von der vorhergehenden dadurch, dass hier die Räder e und f ungleich gross sind, und dass an dem Zapfen h zwei mit einander fest verbundene Räder g_1 und g_2 von ungleicher Grösse vorkommen.

g_1 greift in e, g_1 greift in f ein. Dies hat zur Folge, dass die Bewegungsgeschwindigkeit der Axe a grösser ist, wenn der Riemen auf b, als wenn er auf d geführt wird, denn die Halbmesser von e und g_1 sind gleich gross, jener von g_1 ist aber kleiner als der von f.

Abstellung mit drei Rollen.

Fig. 2, Tafel XXIV. a ist die Axe, welche abgestellt oder in Gang gebracht werden soll. b eine Leerrolle. c eine mit a fest verbundene Rolle. d eine um a frei drehbare Rolle mit einer inneren Verzahnung. e ein mit der Axe a verbundenes Getriebe. f ein um den Zapfen g drehbares Zwischenrad, das in e und in die innere Verzahnung von d eingreift.

Wird ein Triebriemen auf b geleitet, so ist a abgestellt. Wird der Riemen auf c geleitet, so wird die Axe a direkt getrieben. Wird der Riemen auf d geleitet, so wird die Axe a durch Vermittlung der Verzahnung getrieben. Die Bewegungsrichtung von a ist, wenn d getrieben wird, entgegengesetzt jener, wenn c getrieben wird. Die Drehungsgeschwindigkeit von a ist, wenn d getrieben wird, viel schneller, als wenn c getrieben wird, und zwar im Verhältniss der Halbmesser der inneren Verzahnung und des Getriebes e. Im Modell ist dieses Verhältniss gleich 3; die Bewegung von a ist also, wenn d getrieben wird, dreimal so schnell, als wenn c getrieben wird.

Abstellung mit Zwischenrad.

Fig. 3, Tafel XXIV. a und b sind zwei parallele Axen, die in oder ausser Verbindung gesetzt werden sollen. A und B zwei mit diesen Axen verbundene Räder. C ein Zwischenrad, das sich um einen Zapfen c dreht, der an einen Hebel D befestigt ist, welcher um b drehbar ist. C greift beständig in B ein und wird von b aus fortwährend gedreht. Je nachdem der Hebel in die Stellung $D_1 C_1$ oder in die Stellung D C gebracht wird, ist die Axe a im ersten Falle abgestellt, im letzteren in Gang gesetzt.

Radauskehrung mit Schraube.

Fig. 4, Tafel XXIV. Die Auskehrung geschieht hier, indem eines von zwei in einander greifenden Rädern längs seiner Axe verschoben wird.

Das Rad b ist mit der Axe a durch einen Mitnehmerkeil so in Verbindung gebracht, dass es sich mit der Axe drehen muss, aber längs derselben um etwas mehr, als die Zahnbreite beträgt, verschoben werden kann. d ist ein auf die Axe a passendes, aussen mit einem flachkantigen Schraubengewinde versehenes, gegen den Radkörper b geschraubtes Rohr. e eine aussen sechsseitige, innen mit einem Muttergewinde versehene Hülse, die vermittelst des Deckels g und eines Wellenansatzes mit a so verbunden ist, dass sie um die Axe gedreht, aber längs derselben nicht verschoben werden kann.

Wird diese Hülse vermittelst eines Schlüssels gedreht, so wird die Rohr-Spindel d und wird folglich auch das Rad b längs der Axe verschoben, was die Ein- und Auskehrung bewirkt. Diese kann jedoch nur im Stillstand der Maschine geschehen.

Abstellung und Einkehrung mit Friktionskegeln.

Fig. 5, Tafel XXIV. a die abzustellende Axe. b eine um die Axe a frei drehbare im Innern mit einem Konus versehene Riemenrolle. d ein zweiter mit einer Hülse versehener Konus, der sich mit der Axe a dreht, aber längs derselben etwas verschoben werden kann, so zwar, dass die innere Fläche von d mit c in oder ausser Berührung gebracht werden kann. f ein mit Tastern versehener Hebel, der durch eine Schraubenaxe g etwas gedreht werden kann.

Indem man den Hebel f vermittelst g nach einer oder nach der andern Richtung dreht, wird der Konus d fest auf c geschoben oder von c weggezogen. Im ersteren Falle wird die Verbindung von b mit a hergestellt, im letzteren aufgehoben.

Aus- und Einkehrung mit Konus und Klaue.

Fig. 6, Tafel XXIV. a ist eine Axe, die beständig gedreht wird. b ein Rad, das sich mit a oder frei auf a dreht, je nachdem die übrigen Theile des Mechanismus gestellt werden. Im ersteren Falle überträgt es die Bewegung auf eine zweite Axe, im letzteren nicht. Mit diesem Rad ist eine Zahnklaue c und ein Konus d verbunden. e ist ein zweiter Konus, der über den ersten, nämlich über d geschoben werden kann. An e ist eine Hülse f mit zwei eingedrehten Hälsen. Dieselbe ist mit a so verbunden, dass sie sich mit a drehen muss, aber auf a verschoben werden kann. g ist eine zweite

Zahnklaue mit einer Hülse, die sich ebenfalls mit a dreht, aber auf a verschiebbar ist. Die Hülsen sind durch zwei die Hälse umfassende Zäume h und i und durch zwei Stängelchen k und l verbunden. m ist ein Hebel, der mit zwei Zapfen in den äussern Ring der Konushülse eingreift.

Bewegt man den Griff des Hebels etwas nach rechts hin, so hört die Berührung zwischen d und e auf, und die Verbindung der Theile c b d mit a ist dann ganz aufgehoben, das Rad b kann also nicht mehr treibend wirken. Schiebt man den Hebel nach links, so fasst der Konus e den Konus d durch Reibung und hierdurch wird b mit a verbunden, jedoch nicht ganz sicher. Schiebt man aber den Hebel, nachdem das Rad b die Geschwindigkeit von a angenommen hat, rasch nach rechts hinüber, so lässt der Konus e aus und treten dagegen die Zähne der Klauen g und c in Eingriff und bringen eine ganz sichere Verbindung des Rades b mit a hervor. Durch eine geschickte Handhabung dieser Einkehrung kann die Ingangsetzung des Rades b ganz allmählig und ohne harte Stösse bewirkt werden.

Aus- und Einkehrung mit Bremse und Klaue.

Fig. 7, Tafel XXIV. a ist eine beständig in Bewegung befindliche Welle. b eine zweite, die nach Belieben mit a in Verbindung oder ausser Verbindung gebracht werden soll. c und d sind zwei Rollen, erstere ist mit b verbunden, letztere dreht sich frei um a. Um diese Rollen ist ein Bremsband e angelegt, und durch Schrauben so angezogen, dass es die Rollen c und d durch Reibung auf angemessene Weise anfasst. Mit d ist eine Zahnklaue f verbunden. g ist eine zweite Klauenhülse, die sich mit a dreht, aber längs a verschiebbar ist. Diese Verschiebung geschieht vermittelst des Hebels h. In der in Fig. 7 dargestellten Stellung ist die Axe b abgestellt. Schiebt man aber, während a in Bewegung ist, die Hülse g nach links hinüber, so fassen ihre Zähne jene der Hülse f, diese muss also nun mitrotiren, und nimmt durch Reibung das Band e mit, welches dann c und mithin b in Bewegung setzt. Auch hier kann die Ingangsetzung der Axe b mit allmählig zunehmender Geschwindigkeit geschehen.

Aus- und Einkehrung mit Klauen.

Fig. 8, Tafel XXIV. a ist eine beständig in rotirender Bewegung befindliche Axe. b ist eine zweite Axe, die nach Belieben abgestellt oder rechts wie links in Gang gebracht werden soll. c und d sind zwei gleich grosse auf a frei drehbare konische Räder. An die Körper derselben sind die Klauenhülsen e und f geschraubt. Zwischen denselben befindet sich eine mit Klauen g h versehene Hülse, die sich mit der Axe a dreht, aber längs derselben hin und her verschiebbar ist. Um diese Verschiebung zu bewirken, dient der Hebel i, der mit zwei Zapfen in den mittleren Hals der Hülse eingreift. k ist ein mit b verbundenes Kegelrad, dessen (nicht gezeichnete) Zähne in die Zähne von c und d eingreifen. Wenn die Hülse so steht, wie in Fig. 8 dargestellt ist, greifen ihre Zähne weder in e noch in f ein, wird also weder c noch d gedreht, ist mithin die Axe b abgestellt; wird hingegen die Hülse verschoben, so dass entweder h in f oder g in e eingreift, so wird die Axe b im ersteren Falle durch d und k, im letzteren Falle durch c und k in drehende Bewegung versetzt. Die Drehungsrichtungen von b sind aber in diesen zwei Fällen entgegengesetzt.

Abstellung mit Bremse und Differenzialräderwerk.

Fig. 9, Tafel XXIV. a ist eine Axe, die beständig im Gang ist. b ein Stirnrad, das in ein in der Zeichnung nicht dargestelltes Räderwerk einer Maschine eingreift. Diese Maschine wird demnach abgestellt oder in Bewegung befindlich sein, je nachdem b nicht getrieben oder getrieben wird. c ein mit a fest verbundenes Kegelrad. d eine um a frei drehbare Röhre, mit welcher ein Kegelrad e und das Stirnrad b verbunden ist. f und g zwei mit ihren Zähnen in e und c eingreifende Kegelräder, die sich um Axen drehen, welche in dem Körper einer Rolle h gelagert sind. Diese Rolle h dreht sich frei um a und ihr Umfang wird von einem Bremsband umfasst, das durch einen Hebel i angezogen oder schlaff gelassen werden kann.

Wird das Bremsband vermittelst i angezogen, so hält es die Rolle h fest und diese verrichtet dann nur die Dienste eines Lagerkörpers für die Axen der Räder f und g. f und g sind also in diesem Falle Zwischenräder, durch welche die Bewegung, von a und c auf e d b übertragen wird. Das Rad b und die damit in Verbindung stehende Maschine gerathen also in Bewegung wenn die Rolle h durch das Bremsband festgehalten wird. Wird dagegen das Bremsband nicht angezogen, also die Rolle frei gelassen, so bleiben die Räder b und e durch den Widerstand, den die zu betreibende Maschine verursacht, stehen, und die Räder f und g rollen auf dem

Rad c herum, wobei gleichzeitig die Rolle h um die Axe a herum geführt wird. Die Maschine ist demnach abgestellt, so wie die Rolle h nicht festgehalten wird.

Abstellung und Einkehrung mit Bremse und Planetenrad.

Fig. 10, Tafel XXIV. a ist eine beständig im Gang befindliche Axe. b ein mit derselben verbundenes Rädchen. c eine um a frei drehbare Bremsrolle, die von einem Bremsband umfasst ist, welches vermittelst eines Hebels d angezogen werden kann. e ein mit dem Körper von c verbundener Zapfen, auf welchem sich ein Rädchen f dreht. g eine Riemenrolle, die sich frei um a dreht und am inneren Umfang mit einer Verzahnung h versehen ist. Die Zähne des Zwischenrades f greifen einerseits in h, anderseits in b ein.

Ist a in Bewegung und wird c durch die Bremse festgehalten, so verrichtet c nur den Dienst, dass es den Zapfen e festhält, und dann wird die Bewegung von a aus vermittelst b und f nach h und g übertragen, die Rolle g wirkt also dann treibend auf den sie umfassenden Riemen. Wird dagegen die Rolle c freigelassen, so bleibt g stehen und das Getriebe f rollt in der Verzahnung h herum, indem es gleichzeitig die Bremsrolle c und die Axe a herumführt.

Kraftmaschinenkupplung.

Wenn zwei sehr verschiedenartige Kraftmaschinen, z. B. eine Turbine und eine Dampfmaschine gemeinschaftlich auf eine Transmissionswelle einzuwirken haben, ist es zweckmässig, die Einrichtung in der Art zu treffen, dass die Turbine die Dampfmaschine und dass die Dampfmaschine die Turbine nicht forçiren kann. Eine solche Kraftmaschinenverkupplung ist Fig. 11, Tafel XXIV. dargestellt. a stelle die Axe der Turbine, b die Axe der Damfmaschine vor. c sei die Axe, auf welche die Kraft beider Maschinen übertragen werden soll. d und e sind zwei Zwischenwellen, die vermittelst der Räder h f g mit c in Verbindung stehen. i und k sind zwei mit d und e verbundene Schalträder. l und m zwei mit b und a verbundene kurbelartige Arme. Dieselben sind mit Zapfen versehen, an welchen Schalthaken n und p angebracht sind, die durch Stahlfedern gegen die Verzahnung gedrückt werden.

Die Wirkungen dieser Einrichtung sind folgende:

1. Erfolgt die Drehung der Axe a und b mit gleicher Geschwindigkeit nach den Richtungen, welche die Pfeile andeuten, so

stemmen sich die Haken n und p gegen die Zähne der Schalträder und nehmen diese mit herum, was zur Folge hat, dass die Kraft beider Maschinen auf die Welle c übertragen wird.

2. Sind anfänglich beide Maschinen abgestellt und bringt man sie gleichzeitig in Gang, lässt also gleichzeitig den Dampf auf die Dampfmaschine und das Wasser auf die Turbine wirken, so beginnen sie gemeinschaftlich auf die Axe c treibend einzuwirken.

3. Sind die Maschinen anfänglich abgestellt, und setzt man die eine, z. B. die Turbine in Gang, die Dampfmaschine aber noch nicht, sondern erst später, so kann es geschehen, dass die Turbine allein langsam zu treiben anfängt, und dann wird die Dampfmaschine, wenn sie später in Gang gesetzt wird, der Turbine nacheilen, bis der Sperrhaken der Dampfmaschine ebenfalls anfasst.

4. Sind beide Maschinen längere Zeit im regelmässigen Gang, und fängt eine derselben, z. B. die Dampfmaschine plötzlich an, kräftiger als bis daher zu wirken, so nimmt die Geschwindigkeit der Welle c zu. Das Schaltrad der Turbine entfernt sich vom Schalthaken, die Turbine hat nun nichts zu treiben und wird sich beeilen, mit ihrem Schalthaken das Schaltrad einzuholen.

Hieraus sieht man, dass diese Maschinenverkupplung von praktischem Nutzen ist.