Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1862

Zweiter Abschnitt. Die Maschinenbestandtheile

urn:nbn:de:bsz:31-270970

ZWEITER ABSCHNITT.

Die Maschinenbestandtheile.

(Längeneinheit: Ein Centimeter. Gewichtseinheit: Ein Kilogramm.)

Allgemeine Grundsätze. Die allgemeinen Grundsätze, welche bei der Construktion der Maschinenbestandtheile beachtet werden müssen, sind bereits in den „Prinzipien des Maschinenbaues", Seite 303 bis 312, ausführlich erklärt worden; wir haben es daher in diesem Abschnitte nur mit dem speziellen Studium der einzelnen Bestandtheile zu thun. Die Regeln, welche wir in diesem Abschnitt aufstellen, werden vorzugsweise durch die im ersten Abschnitt behandelte Lehre von der Festigkeit und Elastizität der Materialien begründet, sie erhalten jedoch durch die Seite 309 der „Prinzipien des Maschinenbaues" erklärte Methode der Verhältnisszahlen eine besondere Gestaltung, wodurch ihre Anwendung in hohem Grade erleichtert wird. Die wesentlichsten Ergebnisse der Untersuchungen dieses Abschnittes findet man in den Resultaten für den Maschinenbau von Seite 38 bis 92 zusammengestellt und für den praktischen Gebrauch erklärt.

Das Construktions-Material. Wir haben im ersten Abschnitte die Lehre von der Festigkeit und Elastizität der Materialien unter der Voraussetzung entwickelt, dass das Material in jedem Punkt des Körpers von gleicher Beschaffenheit sei und dass es den Raum mit Stetigkeit erfüllt.

Diese Eigenschaft besitzen die Constructions-Materialien zwar annähernd, aber nie vollkommen, und es entsteht daher die Frage, welchen Einfluss unter verschiedenen Umständen die Unvollkommenheit der Materialien auf die Festigkeit und Elastizität ausübt? Um diese Frage zu beantworten, müssen wir zweierlei Material-Unvollkommenheiten unterscheiden. 1) Ungleiche Festigkeit des Materials an einzelnen Stellen des Körpers; 2) unganze Stellen, d. h. Lücken, Poren, Flächenrisse, Linienrisse. Der Einfluss dieser Material-Unvollkommenheiten auf die Festigkeit richtet sich nach ihrer Ausdehnung, Form, Richtung und insbesondere nach dem Ort, wo dieselben vorkommen. Befindet sich die in irgend einer Hinsicht schadhafte Stelle in der Nähe der Neutralfaser, so wird dadurch die Festigkeit des Körpers nur sehr wenig geschwächt, weil überhaupt das in der Nähe der Neutralfaser befindliche Material zur Festigkeit nur sehr wenig beiträgt. Am bedenklichsten ist es dagegen, wenn diese schadhaften Stellen da vorkommen, wo das Material am stärksten angestrengt wird, d. h. wo die Maximalspannungen eintreten.

Die Lage der Form des unganzen oder schadhaften Materials hat ebenfalls einen sehr grossen Einfluss auf die Festigkeit. Bei Körpern, welche auf rückwirkende Festigkeit in Anspruch genommen sind, können Längenrisse ein Bersten veranlassen, sind dagegen Querrisse nicht bedenklich. Bei allen übrigen Festigkeitsarten sind dagegen Längenrisse ungefährlich, Querrisse dagegen höchst bedenklich, insbesondere wenn sie an Stellen vorkommen, wo die Maximalspannungen eintreten. Einige spezielle Beispiele werden geeignet sein, diese allgemeinen Regeln zu erklären.

1) Wenn in einem Stabe, der auf absolute Festigkeit in Anspruch genommen ist, Längenrisse vorkommen, so wird dadurch seine Festigkeit nicht im mindesten geschwächt, kommen dagegen Flächenrisse vor, die nach der Quere gerichtet sind, so ist der Zustand bedenklich.

2) Wird ein Stab gebogen und kommen in demselben Längenrisse vor, so wird dadurch seine Festigkeit nur wenig geschwächt. Kommen im Innern, in der Nähe der Neutralfaser, oder überhaupt an Stellen, wo die Spannungen am kleinsten sind, oder wo Pressungen eintreten, Querrisse vor, so wird dadurch das Tragungsvermögen nur wenig geschwächt. Querrisse an den am stärksten gespannten Stellen sind jedoch sehr gefährlich. Ist ein Stab der Zusammendrückung ausgesetzt, so sind Längenrisse bedenklich, Querrisse dagegen unbedenklich.

3) Ist ein Stab der Torsion ausgesetzt, so sind nur Querrisse an der Oberfläche oder in grösserer Entfernung von der Axe gefährlich, Längenrisse vermögen dagegen die Torsionsfestigkeit nicht merklich zu schwächen.

4) In den Wandungen cylindrischer Gefässe sind in der Regel Längenrisse gefährlich, nach dem Umfang gerichtete Risse schwächen dagegen die Festigkeit eines Gefässes nur wenig.

Damit solche gefährliche Risse oder unganze Stellen nicht eintreten, müssen bei der Herstellung der Körper geeignete Prozeduren beobachtet werden.

Bei Holzconstruktionen kommt es auf die Wahl des Materials an. Gesunde Fasern und wenig Aststellen geben Festigkeit. Wenn hölzerne Balken, die Aststellen zeigen, zum Tragen gebraucht werden, ist es zweckmässig, sie so zu legen, dass die Aststellen gerade oder nahe in die neutrale Schicht und nicht in die Schicht zu liegen kommen, wo die stärkste Spannung stattfindet.

Bei gusseisernen Körpern, welche grosse Querschnittsdimensionen erhalten müssen, muss man Querschnittsformen wählen, in welchen keine grösseren Dicken vorkommen. Ein dicker Cylinder z. B. von Gusseisen wird in der Regel im Innern Lücken oder sonst unganze Stellen enthalten. Die Ursache hiervon liegt in dem Umstande, dass die Erstarrung des Eisens an der Oberfläche beginnt und erst später im Innern eintritt. Zuerst entsteht eine starre Rinde, während das Innere noch flüssig ist. Erstarrt später der Inhalt, so zieht sich dabei das Material zusammen und füllt den Raum innerhalb der Rinde nicht mehr aus. Die Entstehung von unganzen Stellen ist daher unvermeidlich. Wichtig ist es ferner beim Giessen, dass an den höchsten Stellen der Form Luftlöcher gemacht werden, damit die Luft und die Gase entweichen können, denn bleiben diese eingeschlossen, so verursachen sie an der Oberfläche des Körpers Poren und Blasenräume, die die Festigkeit schwächen.

Insbesondere bei Herstellung von grösseren Körpern aus Schmiedeeisen kommt es auf geeignete Prozeduren an. Werden solche Körper unmittelbar aus grösseren Eisenklumpen geschmiedet, so sind unganze Stellen nicht zu vermeiden, denn solche Eisenmassen enthalten im Innern immer schlackige Substanzen, die durch das Schmieden eines voluminösen Klumpens nicht ausgetrieben werden. Grössere Körper können aus Schmiedeeisen nur dadurch fehlerfrei hergestellt werden, indem man sie aus dünneren Stangen oder Platten, die keine schlackigen Stellen enthalten können, zusammenschweisst; dabei hat man zu sorgen, dass die Flächen, in welchen sich die zusammenzuschweissenden Körper berühren, nach der Schweissung selbst dann keine gefährlichen unganzen Stellen verursachen, wenn die Schweissung unvollkommen erfolgen sollte.

In der Regel soll die Berührungsfläche der zusammenzuschweissenden Körper der Längenrichtung und nicht der Querrichtung des Körpers parallel sein. Folgende Beispiele werden diese Regel erklären.

1) Wenn eine dicke Stange hergestellt werden soll, die auf absolute Festigkeit in Anspruch genommen wird, erhält man ein gutes Resultat, wenn man aus mehreren dünnen Stangen ein Bündel bildet und dasselbe zusammenschweisst. Geht die Schweissung nicht voll-

kommen vor sich, so wird dadurch die absolute Festigkeit nicht geschwächt.

2) Körper, die auf Bruchfestigkeit in Anspruch genommen werden, werden am sichersten hergestellt, wenn man sie aus Platten zusammenschweisst, deren Ebenen sowohl der Längenrichtung als auch der Richtung der biegenden Kraft parallel sind.

3) Torsionswellen aus Schmiedeeisen werden am besten hergestellt, wenn man aus langen Stangen Bündel bildet und sie zusammenschweisst. Im vorhergehenden wie im vorliegenden Falle kann eine unvollkommene Durchführung der Schweissung unmöglich einen erheblichen Nachtheil veranlassen.

4) Cylindrische Gefässe dürfen nicht aus einem cylindrischen Bündel von Stäben zusammengeschweisst werden, sondern man muss lange Stäbe nach Schraubenwindungen zusammenbiegen und zuletzt zusammenschweissen. Auf diese Art werden z. B. schmiedeeiserne Flintenläufe (Drathläufe), wie Kanonenläufe ganz gut hergestellt.

Stahl-Federn.

Schicht-Federn.

Cylindrische oder konische Schraubenfedern werden zum Tragen von Lasten in der Regel nur in solchen Fällen angewendet, wenn die Federn nur einen sehr beschränkten Raum einnehmen sollen. Ist man im Raum nicht beschränkt, so werden meistens Schicht-Federn, d. h. solche Federn gebraucht, die durch eine Aufeinanderschichtung von schwach gekrümmten Stahlschienen von gleicher Breite und geringer Dicke entstehen. Insbesondere bei den Eisenbahnfahrzeugen sind derlei Federn im Gebrauch.

Zur Entwickelung der Theorie dieser Federwerke gehen wir von einer Anordnung aus, welcher folgende Eigenschaften zukommen:

1) Der Querschnitt jeder einzelnen Schiene sei ein Rechteck.
2) Alle Schienen haben einerlei Breite aber ungleiche Dicken.
3) Im natürlichen unbelasteten Zustand seien alle Schienen nach einem und demselben jedoch ziemlich grossen Halbmesser kreisbogenförmig gekrümmt.
4) In der Mitte und an den Enden sei jede Schiene etwas dicker als in den übrigen Stellen, so zwar, dass sich die Schienen, wenn sie aufeinandergeschichtet werden, nur in der Mitte und an den Enden, in den zwischenliegenden Stellen aber nicht berühren. Es sei Fig. 3, Tafel V., ein solches Federwerk.

Nennen wir P_1 die Kraft, welche auf jedes Ende der obersten Schiene einwirkt, P_2 P_3 P_4 . . . . die Pressungen der ersten Schiene gegen das Ende der zweiten, der zweiten Schiene gegen das Ende der dritten und so fort,

l_1 l_2 l_3 . . l_n die Abstände der Schinenenden von der Ebene $O\,Y$ der Fassung, welche die Schienen zusammenhält,

n die Anzahl der Schienen,

δ_1 δ_2 δ_3 . . . . δ_n die Metalldicken der Schienen an den Stellen, wo sie sich nicht berühren,

b die gemeinschaftliche Breite aller Schienen,

$x_1 = O\,p$ $y_1 = m_1\,p$ die Coordinaten eines beliebigen Punktes m_1 der Schwerpunktslinie der obersten Schiene in Bezug auf das Coordinatensystem $Y\,O\,X$,

x_2 y_2 . . x_3 y_3, ... die Coordinaten von beliebigen Punkten der Schwerpunktslinien der folgenden Schienen,

R den Halbmesser, nach welchem im natürlichen Zustande alle Schienen gekrümmt sind,

ϱ_1 ϱ_2 ϱ_3 . . . . die Krümmungshalbmesser, welche im belasteten Zustande des Schienenwerkes den Punkten entsprechen, deren Coordinaten x_1 y_1, x_2 y_2, x_3 y_3, . . sind,

ε den Modulus der Elastizität des Schienen-Stahles.

Legen wir durch das Schienenwerk in einem Abstand x eine zur Axe $O\,Y$ parallele Ebene, und betrachten die Spannungszustände und Krümmungen in den Punkten m_1 m_2 m_3 . . ., in welchen alle Schwerpunktslinien der Schienen von dieser Ebene geschnitten werden, so sind:

$$\left.\begin{array}{l}
P_1\,(l_1 - x) - P_2\,(l_2 - x) = P_1\,l_1 - P_2\,l_2 - (P_1 - P_2)\,x \\
P_2\,(l_2 - x) - P_3\,(l_3 - x) = P_2\,l_2 - P_3\,l_3 - (P_2 - P_3)\,x \\
P_3\,(l_3 - x) - P_4\,(l_4 - x) = P_3\,l_3 - P_4\,l_4 - (P_3 - P_4)\,x \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
P_{n-1}\,(l_{n-1} - x) - P_n\,(l_n - x) = P_{n-1}\,l_{n-1} - P_n\,l_n - (P_n - P_{n-1})\,x \\
\qquad P_n\,(l_n - x) = P_n\,(l_n - x)
\end{array}\right\} \quad (1)$$

die Momente der äusseren Kräfte, welche die Spannungen und Pressungen in den Querschnitten bei m_1 m_2 . . . . hervorrufen. Diese Ausdrücke gelten jedoch nur für solche Punkte, die nicht den Endstücken der Schienen angehören.

Die Momente der in den Querschnitten bei m_1 m_2 . . . . herrschenden Spannungen und Pressungen sind aber nach Gleichung (4), Seite 50

$$-\varepsilon\,\mu_1\left(\frac{1}{\varrho_1}-\frac{1}{R}\right),\quad -\varepsilon\,\mu_2\left(\frac{1}{\varrho_2}-\frac{1}{R}\right),\quad -\varepsilon\,\mu_3\left(\frac{1}{\varrho_2}-\frac{1}{R}\right),\quad \ldots$$

wobei die Zeichen — genommen sind, weil durch die Belastung die Krümmung der Schienen abnimmt. Wir erhalten daher für den Gleichgewichtszustand folgende Ausdrücke:

$$\left.\begin{aligned}
P_1 l_1 - P_2 l_2 - (P_1 - P_2)\,x &= \varepsilon\,\mu_1\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{\varrho_1}\right)\\
P_2 l_2 - P_3 l_3 - (P_2 - P_3)\,x &= \varepsilon\,\mu_2\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{\varrho_2}\right)\\
P_3 l_3 - P_4 l_4 - (P_3 - P_4)\,x &= \varepsilon\,\mu_3\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{\varrho_3}\right)\\
\ldots\ldots\ldots\ldots&\ldots\ldots\ldots\ldots\\
P_{n-1} l_{n-1} - P_n l_n - (P_n - P_{n-1})\,x &= \varepsilon\,\mu_1\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{\varrho_{n-1}}\right)\\
P_n l_n - P_n\,x &= \varepsilon\,\mu_n\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{\varrho_n}\right)
\end{aligned}\right\}\quad \ldots \quad (2)$$

In diesen Ausdrücken bedeuten $\mu_1\ \mu_2\ \mu_3 \ldots$ die Trägheitsmomente der Querschnitte der einzelnen Schienen. Da die Querschnitte der Voraussetzung zufolge Rechtecke sind, so hat man:

$$\mu_1 = \frac{1}{12}\,b\,\delta_1^{\,3} \qquad \mu_2 = \frac{1}{12}\,b\,\delta_2^{\,3} \qquad \mu_2 = \frac{1}{12}\,b\,\delta_3^{\,3} \quad \ldots \quad (3)$$

Zur Berechnung der in den Querschnitten an der Befestigungs-Ebene O Y herrschenden Spannungen $\mathfrak{S}_1\ \mathfrak{S}_2\ \mathfrak{S}_3 \ldots$ haben wir noch folgende Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned}
P_1 l_1 - P_2 l_2 &= \frac{1}{6}\,\mathfrak{S}_1\,b\,\delta_1^{\,2}\\
P_2 l_2 - P_3 l_3 &= \frac{1}{6}\,\mathfrak{S}_2\,b\,\delta_2^{\,2}\\
\ldots\ldots\ldots&\ldots\ldots\ldots\\
P_{n-1} l_{n-1} - P_n l_n &= \frac{1}{6}\,\mathfrak{S}_{n-1}\,b\,\delta_{n-1}^{\,2}
\end{aligned}\right\}\quad \ldots \quad (4)$$

Vermitttelst dieser Gleichungen können die Bedingungen ausfindig gemacht werden, die die Federwerke erfüllen sollen, um den praktischen Zwecken gute Dienste leisten zu können. In dieser Hinsicht stellen wir die Forderungen:

1) dass alle Schienen gleich stark in Anspruch genommen sein sollen, so dass die Wahrscheinlichkeit eines Bruches für jede Schiene gleich gross ist;
2) dass die Krümmungen der Schienen im belasteten Zustand des Federwerkes vollkommen übereinstimmende Linien sind, was zur Folge hat, dass sich im belasteten Zustand je zwei unmittelbar auf einander folgende Schienen continuirlich berühren, wenn die Verdickungen in der Mitte und an den Enden der Schienen beseitiget werden.

Auf diese Weise erhält man gleich feste und nicht klaffende Schienen.

Diesen beiden Bedingungen wird entsprochen 1) wenn alle Spannungen $\mathfrak{S}_1\ \mathfrak{S}_2\ \mathfrak{S}_3 \dots$ gleich gross sind, 2) wenn alle Krümmungshalbmesser $\varrho_1\ \varrho_2\ \varrho_3 \dots$ für jeden bestimmten Werth von x übereinstimmen.

Vermöge der Gleichungen (4) haben alle Spannungen gleiche Werthe, wenn:

$$\frac{6}{\delta_1^2}(P_1 l_1 - P_2 l_2) = \frac{6}{\delta_2^2}(P_2 l_2 - P_3 l_3) = \frac{6}{\delta_3^2}(P_3 l_3 - P_4 l_4) \quad . \ (5)$$

und vermöge der Gleichungen (2) stimmen alle Krümmungshalbmesser überein, wenn:

$$\frac{12}{b\,\delta_1^3}(P_1 l_1 - P_2 l_2) = \frac{12}{b\,\delta_2^3}(P_2 l_2 - P_3 l_3) = \frac{12}{b\,\delta_3^3}(P_3 l_3 - P_4 l_4) \quad . \ (6)$$

und

$$\frac{12}{b\,\delta_1^3}(P_1 - P_2) = \frac{12}{b\,\delta_2^3}(P_2 - P_3) = \frac{12}{b\,\delta_3^3}(P_3 - P_4) \quad . \ . \ (7)$$

Hieraus folgt:

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 \quad . \ . \ . \ . \ . \ = \delta_n \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (8)$$

$$(P_1 - P_2) = (P_2 - P_3) = (P_3 - P_4) \ . \ . \ . \ . \ . \ = p \ . \ . \ (9)$$

$$P_1 l_1 - P_2 l_2 = P_2 l_2 - P_3 l_3 = P_3 l_3 - P_4 l_4 \ . \ . \ . \ = \frac{1}{6}\mathfrak{S}_1\, b\, \delta_1^2 \ (10)$$

wobei in der Gleichung (9) durch p irgend eine constante Pressung bezeichnet ist.

Addirt man alle n-Gleichungen (10), so findet man:

$$P_1 l_1 = \frac{n}{6}\mathfrak{S}_1\, b\, \delta_1^2 \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (11)$$

Addirt man aber von diesen n-Gleichungen nicht alle, sondern nur $k-1$-Gleichungen, so findet man:

$$P_1 l_1 - P_k l_k = (k-1) \frac{1}{6} \mathfrak{S}_1 b \delta_1^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Addirt man $k-1$ von den Gleichungen (9), so findet man:

$$P_1 - P_k = (k-1) p$$

oder:

$$P_k = P_1 - (k-1) p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Setzt man in (12) für $\mathfrak{S}_1$ den Werth, welcher aus (11) folgt, und für P_k den Werth, welchen die Gleichung (13) darbietet, so erhält man eine Gleichung, aus welcher folgt:

$$l_k = l_1 \frac{1 - \frac{k-1}{n}}{1 - (k-1) \frac{p}{P_1}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

hierdurch ist die Länge der k^{ten}-Schiene berechnet.

Die Grösse p ist innerhalb gewisser Grenzen willkürlich. p kann nie negativ werden, der kleinste Werth von p oder von $\frac{p}{P_1}$ ist also gleich Null. $\frac{p}{P_1}$ kann aber wegen (14) nie grösser werden, als $\frac{1}{n}$, weil keine Schiene länger als die oberste werden soll. Setzen wir:

$$p = \frac{1}{\gamma} \frac{P_1}{n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

wobei γ jede beliebige ganze oder unganze Zahl bezeichnet, die jedoch nie kleiner als die Einheit genommen werden darf, so haben wir einen Ausdruck, der den Werth von p in seine zulässigen Grenzen einschränkt. Vermittelst dieses Werthes von $\frac{p}{P_1} = \frac{1}{\gamma n}$ wird der Ausdruck (14):

$$l_k = l_1 \frac{1 - \frac{k-1}{n}}{1 - \frac{k-1}{n} \frac{1}{\gamma}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

Rechteckfederwerke.

Nehmen wir $\gamma = 1$ (d. h. den kleinsten von den erlaubten Werthen), so wird $l_k = l_1$, d. h. wir erhalten dann ein Federwerk, in welchem alle Schienen einerlei Länge haben. Solche Federn wollen wir „Rechteckfedern" nennen, Fig. 4, Tafel V., weil die Grundform eines solchen Federwerkes ein Rechteck ist, wenn man die Schienen im ungebogenen Zustande aufeinanderlegt. Im belasteten Zustande sind die Schienen eines Rechteckfederwerkes nach gewissen elastischen Kurven gekrümmt, daher sind diese Schienen in verschiedenen Entfernungen von der Befestigungsstelle ungleich stark und an der Befestigungsstelle selbst am stärksten in Anspruch genommen, weil dort der Krümmungshalbmesser am kleinsten ausfällt. Aus (15) folgt, dass für $\gamma = 1$ $p = \frac{P_1}{n}$ wird, d. h. bei diesen Rechteckfedern ist der Unterschied der Pressungen je zweier unmittelbar auf einander folgenden Federn constant und gleich dem n-ten Theil der Last, die am Ende der obersten Schiene wirkt.

Trapezfederwerke.

Gehen wir an die andere von den erlaubten Grenzen, indem wir $\gamma = \infty$ setzen, dann wird vermöge (16):

$$l_k = l_1 \left(1 - \frac{k-1}{n}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

Setzen wir statt k k + 1, so erhalten wir:

$$l_{k+1} = l_1 \left(1 - \frac{k}{n}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

demnach:

$$l_k - l_{k+1} = \frac{l_1}{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

d. h. wir erhalten ein Federwerk, bei welchem der Längenunterschied zweier unmittelbar auf einander folgenden Schienen einen constanten Werth hat, der gleich ist dem n-ten Theil von der Länge der obersten Schiene. Legt man die nach dieser Regel angeordneten Schienen im ungebogenen Zustand aufeinander, so erhalten wir ein Federwerk, dessen Grundform ein Trapez ist, das wir desshalb ein „Trapezfederwerk" nennen wollen, Fig. 5, Tafel V. Für $\gamma = \infty$ wird $p = 0$, d. h. bei einem Trapezfederwerk presst die erste Schiene die zweite so stark, wie die zweite die dritte, wie diese die vierte . . . . . Da $p = P_1 - P_2 = P_2 - P_3$ . . . . . so verschwinden diese Differenzen, wenn $p = 0$ ist, allein dann verschwinden in den Gleichungen (2) alle von x abhängenden Glieder, werden also die Krümmungshalbmesser unabhängig von x und werden für die verschiedenen

Schienen gleich gross. Daraus folgt, dass bei Trapezfederwerken die Schienen im belasteten Zustande kreisbogenförmig gekrümmt sind. Sind nun die Schienen im unbelasteten Zustande ebenfalls kreisbogenförmig gekrümmt, so entsteht in jedem Punkte jeder Schiene eine und dieselbe Krümmungsänderung, was zur Folge hat, dass die Spannungsintensität in jedem Punkte jeder Schiene einen und denselben Werth erhält. Diese Trapezfederwerke haben also die wichtige Eigenschaft, dass sie in allen Theilen gleich stark in Anspruch genommen oder Anordnungen von durchaus gleicher Festigkeit sind.

Hyperbelfederwerke.

Die Federwerke, welche sich ergeben, wenn man für γ einen zwischen 1 und ∞ liegenden Werth nimmt, nähern sich einem Rechteckfederwerk, wenn der angenommene Werth von γ nicht viel grösser als die Einheit ist, nähern sich dagegen einem Trapezfederwerk, wenn der Werth von γ beträchtlich grösser als die Einheit ist. Im Allgemeinen haben alle Federwerke, für welche γ zwischen 1 und unendlich liegt, die Eigenschaft, dass nach dem durch die Gleichung (16) ausgedrückten Gesetz die Endpunkte der Schienen in Hyperbeln liegen, wenn man die Schienen gerade ausstreckt und aufeinander schichtet. Daher wollen wir diese Federwerke „Hyperbelfedern“ nennen, Fig. 6, Tafel V. Im belasteten Zustande bilden die Schwerpunktslinien der Schienen elastische Kurven, und die Spannungsintensitäten wachsen in jeder einzelnen Schiene gegen die Befestigungsstelle hin. Diese Hyperbelfederwerke gewähren daher nicht in allen Theilen durchaus gleiche Festigkeit, sind also minder gut als die Trapezfederwerke.

Die Durchbiegung. Wir haben bisher nur die Festigkeitsverhältnisse der Federwerke betrachtet, für die praktischen Zwecke kommt aber auch ihre Biegsamkeit in Betrachtung. Wir wollen daher berechnen, um wie viel sich die Endpunkte der obersten Schiene unter der Einwirkung der Belastung senken und nennen diese Senkung die „Durchbiegung“.

Für den Gleichgewichtszustand der obersten Schiene haben wir vermöge der ersten der Gleichungen (2):

$$P_1\, l_1 - P_2\, l_2 - (P_1 - P_2)\, x = \varepsilon\, \mu_1 \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{\varrho_1}\right)$$

Es ist aber:

$$P_1\, l_1 - P_2\, l_2 = \frac{\mathfrak{S}_1}{6}\, b\, \delta^2,\ P_1 - P_2 = p = \frac{1}{\gamma}\, \frac{P_1}{n},\ \mu = \frac{1}{12}\, b\, \delta_1{}^3$$

daher wird diese Gleichung:

$$\frac{1}{6}\,\mathfrak{S}_1\,b\,\delta_1^{\,2} - \frac{1}{\gamma}\,\frac{P_1}{n}\,x = \frac{\varepsilon}{12}\,b\,\delta_1^{\,3}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{\varrho_1}\right)$$

Vorausgesetzt, dass die initiale so wie auch die Krümmung im belasteten Zustand unbedeutend ist, kann man setzen:

$$\varrho_1 = + \frac{d\,x^2}{d^2\,y}$$

und dann wird die vorhergehende Gleichung:

$$\frac{d^2\,y}{d\,x^2} = \frac{1}{R} - \frac{2\,\mathfrak{S}_1}{\varepsilon\,\delta_1} + \frac{12\,P_1}{\varepsilon\,b\,\delta_1^{\,3}\,n\,\gamma}\,x \;.\;.\;.\;.\;. \quad (20)$$

Streng genommen, gilt diese Gleichung nur für das Mittelstück, (nur für $x \leqq l_2$) allein da bei allen Federwerken das Endstück $l_1 - l_2$ sehr kurz ist, so begeht man keinen merklichen Fehler, wenn man diese Gleichung für die ganze Länge l_1 gelten lässt. Das erste Integrale ist:

$$\frac{d\,y}{d\,x} = \left(\frac{1}{R} - \frac{2\,\mathfrak{S}_1}{\varepsilon\,\delta_1}\right)x + \frac{12\,P_1}{\varepsilon\,b\,\delta_1^{\,3}\,n\,\gamma}\,\frac{x^2}{2} \;.\;.\;.\;. \quad (21)$$

und es ist keine Constante hinzuzufügen, weil für $x = o$ auch $\frac{d\,y}{d\,x}$ verschwindet.

Das Integrale der Gleichung (21) gibt:

$$y = \left(\frac{1}{R} - \frac{2\,\mathfrak{S}_1}{\varepsilon\,\delta_1}\right)\frac{x^2}{2} + \frac{12\,P_1}{\varepsilon\,b\,\delta_1^{\,3}\,n\,\gamma}\,\frac{x^3}{6} + \text{Const}$$

Nennt man a die Ordinate des Anfangspunktes der elastischen Linie, so ist für $x = o$ $y = a$, demnach $\text{Const} = a$ und:

$$y = \left(\frac{1}{R} - \frac{2\,\mathfrak{S}_1}{\varepsilon\,\delta_1}\right)\frac{x^2}{2} + \frac{2\,P_1}{\varepsilon\,b\,\delta_1^{\,3}\,n\,\gamma}\,x^3 + a$$

Nennt man Y die Ordinate des Endpunktes der Schiene, so ist für $x = l_1$ $y = Y$, daher erhält man:

$$Y = \left(\frac{1}{R} - \frac{2\,\mathfrak{S}_1}{\varepsilon\,\delta_1}\right)\frac{l_1^{\,2}}{2} + \frac{2\,P_1}{\varepsilon\,b\,\delta_1^{\,3}\,n\,\gamma}\,l_1^{\,3} + a$$

und:

$$Y - a = \left(\frac{1}{R} - \frac{2\,\mathfrak{S}_1}{\varepsilon\,\delta_1}\right)\frac{l_1^2}{2} + \frac{2\,P_1}{\varepsilon\,b\,\delta_1^3\,n\,\gamma}\,l_1^3$$

Für die unbelastete Schiene ist $P_1 = 0$ und $\mathfrak{S}_1 = 0$ wird daher:

$$(Y - a)_0 = \frac{l_1^2}{2\,R}$$

Nun ist aber $(Y - a)_0 - (Y - a)$ die Durchbiegung. Bezeichnen wir diese mit f, so erhalten wir:

$$f = \frac{2\,\mathfrak{S}_1}{\varepsilon\,\delta_1}\,\frac{l_1^2}{2} - \frac{2\,P_1}{\varepsilon\,b\,\delta_1^3\,n\,\gamma}\,l_1^3 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (22)$$

oder wenn man P_1 vermittelst (11) eliminirt:

$$f = \frac{\mathfrak{S}_1\,l_1^2}{\varepsilon\,\delta_1}\left(1 - \frac{1}{3\,\gamma}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (23)$$

Resultate der Untersuchung. Wenn es sich um die Construktion eines Federwerkes handelt, wird in der Regel gegeben sein:

1) die Belastung P_1, welche auf das Ende der oberen Schiene wirkt,
2) die Entfernung l_1 des Endpunktes der oberen Schiene von der Befestigungsebene an der Fassung,
3) die Spannungsintensität $\mathfrak{S}_1$, welche an der Befestigungsebene eintreten darf,
4) die Durchbiegung f, welche die Last hervorbringen darf,
5) die Breite b jeder Schiene.

Die zu suchenden Grössen sind dann:

1) die Dicke δ_1 jeder einzelnen Schiene,
2) die Anzahl n der Schienen,
3) die Länge l_k jeder Schiene, mit Ausnahme der obersten.

Zur Bestimmung dieser drei Grössen haben wir vermittelst unserer Theorie folgende Ausdrücke.

Die Gleichung (23) gibt:

$$\delta_1 = \frac{\mathfrak{S}_1\,l_1^2}{\varepsilon\,f}\left(1 - \frac{1}{3\,\gamma}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (24)$$

die Gleichung (11) gibt, wenn einmal δ_1 bekannt ist:

$$n = \frac{6\,P_1\,l_1}{\mathfrak{S}_1\,b\,\delta_1^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (25)$$

die Gleichung (16) gibt endlich;

$$l_k = l_1 \frac{1 - \frac{k-1}{n}}{1 - \frac{k-1}{n} \frac{1}{\gamma}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (26)$$

und in dieser Formel ist γ eine Grösse, welche gleich oder grösser als die Einheit und selbst unendlich gross genommen werden kann. Nimmt man für γ einen zwischen Eins und Unendlich liegenden Werth, so führen diese Gleichungen zu einem Hyperbelfederwerk.

Nimmt man $\gamma = 1$, so ergibt sich ein Rechteckfederwerk und für dieses wird:

$$\left.\begin{aligned} \delta_1 &= \frac{2}{3} \frac{\mathfrak{S}_1 l_1^2}{\varepsilon f} \\ n &= \frac{6 P_1 l_1}{\mathfrak{S}_1 b \delta_1^2} \\ l_k &= l_1 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (27)$$

Nimmt man $\gamma = \infty$, so ergibt sich ein Trapezfederwerk von durchaus gleicher Festigkeit und für dieses wird:

$$\left.\begin{aligned} \delta_1 &= \frac{\mathfrak{S}_1 l_1^2}{\varepsilon f} \\ n &= \frac{6 P_1 l_1}{\mathfrak{S}_1 b \delta_1^2} \\ l_k &= l_1 \left(1 - \frac{k-1}{n}\right) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (28)$$

Die Werthe von $\mathfrak{S}_1$, ε und f. Die Federn werden gegenwärtig fast immer aus Gussstahl hergestellt. Drückt man alle Längen in Centimetern, alle Flächen in Quadratcentimetern, alle Pressungen in Kilogrammen aus, so ist der Mittelwerth von ε für guten Gussstahl:

$$\varepsilon = 2\,000\,000$$

Nach vielfachen Rechnungen über die Lokomotivfedern beträgt bei denselben die Spannungsintensität $\mathfrak{S}_1 = 4400$ Kilogramme, während die Spannungsintensität an der Elastizitätsgrenze 8000 und der Bruchcoeffizient in der Regel grösser als 14000 ist. Wir setzen daher:

$$\mathfrak{S}_1 = 4400$$

Für die Durchbiegung darf man bei Eisenbahnwagen setzen: für Lastwagen- und Personenzuglokomotive

$$f = 4 \text{ bis } 5 \text{ Centimeter}$$

für Güterzug-Lokomotive

$$f = 3 \text{ bis } 4 \text{ Centimeter}$$

Nimmt man f klein, so wird [vermöge (24)] δ_1 gross und [vermöge (25)] n klein. Starre Federwerke erhalten daher dicke aber wenige Schienen.

Nimmt man f gross, so wird δ_1 klein und n gross. Leicht biegsame Federwerke erhalten daher dünne und viele Schienen.

Ausführlicheres über Federwerke findet man in meinem Werke über den Lokomotivbau.

Cylindrische Schraube als Tragfeder.

Eine cylindrisch schraubenförmig zusammengewundene Stahlfeder liege auf einer Unterlage und werde oben belastet, Fig. 7, 8, Tafel V. Das obere Ende der Schraube sei nach der Axe hereingebogen und die Last wirke auf dieses Ende genau nach der Richtung der Axe des Cylinders.

Ziehen wir durch einen beliebigen Punkt M der Schraubenlinie, in welchem die Schwerpunkte aller Querschnitte des schraubenförmig gebogenen Stabes liegen, eine Berührungslinie L an die Schraubenlinie und einen auf die Axe der Schraube senkrechten Halbmesser r und legen durch diese beiden Linien eine Ebene, so ist dieselbe die Krümmungsebene und ist die Länge des Halbmessers r der Krümmungshalbmesser der Schraubenlinie. Vergleichen wir den vorliegenden Fall mit unserer allgemeinen Theorie, Seite 87, so ist die Verlängerung von r die Axe der x, die Linie L die Axe der y und eine auf r und L senkrechte in der Ebene des Querschnittes des Schraubenstabes liegende Gerade die Axe der z. Wenn wir das Gewicht der Schraube vernachlässigen, so ist P die einzige äussere Kraft und es ist $X = o$ $Y = -P \sin m$ $Z = -P \cos m$, wenn m den Neigungswinkel der Schraubenlinie gegen den Horizont bedeutet. Ferner sind die Coordinaten des Angriffspunktes der Kraft P $x = -r$, $y = h \sin m$, $z = h \cos m$, wenn r der Halbmesser des Cylinders der Schraubenlinie und h die Höhe des Angriffspunktes der Kraft P über dem Punkt M bezeichnet. Wir haben daher:

$$\Sigma\,(Y z - Z y) = -\,P \sin m \times h \cos m + P \cos m \times h \sin m = o$$

$$\Sigma\,(Y x - X y) = +\,P r \sin m$$

$$\Sigma\,(X z - Z x) = +\,P r \cos m$$

oder auch sehr annähernd, weil in allen Fällen der Anwendung m ein äusserst kleiner Winkel ist:

$$\Sigma\,(Y z - Z y) = o \qquad \Sigma\,(Y x - X y) = o$$

$$\Sigma\,(X z - Z x) = P r$$

Den Bedingungs-Gleichungen (8) wird daher sehr nahe ein Genüge geleistet, wenn man setzt: $\beta = o$ $\varrho = \varrho_0$, d. h. durch die Zusammendrückung ändert sich der Halbmesser des Cylinders fast gar nicht. Die letzte der Gleichungen (8), Seite 91, wird:

$$P r = G \left(\frac{m}{y}\right) \frac{d\,\Theta}{d\,s} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

und durch diese wird die Zusammendrückung der Federn bestimmt. Heissen wir $d\,u$ die unendlich kleine Senkung, welche im Angriffspunkt von P dadurch eintritt, indem der Schraubenstab auf eine Länge $d\,s$ um $d\,\Theta$ verwunden wird, so ist $d\,u = r\,d\,\Theta$. Legen wir durch die Endpunkte des Bogenelementes $d\,s$ zwei Ebenen durch die Axe des Schraubencylinders und heissen $d\,\varphi$ den unendlich kleinen Winkel, den dieselben miteinander bilden, so ist, weil m sehr klein angenommen wurde, nahezu $d\,s = r\,d\,\varphi$. Die obige Gleichung wird daher:

$$P r = G \left(\frac{m}{y}\right) \frac{d\,u}{r\,r\,d\,\varphi}$$

und hieraus folgt durch Integration:

$$u = \frac{P r^3}{G \left(\frac{m}{y}\right)}\,\varphi$$

Nennt man n die Anzahl der Umwindungen, welche in der Schraube vorkommen, so ist für die ganze Schraube:

$$\varphi = n\,2\,\pi$$

demnach wird:

$$u = \frac{P r^3}{G \left(\frac{m}{y}\right)}\,2\,\pi\,n \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Nennt man T die Intensität der Verschiebungskraft, welche in demjenigen Punkt des Querschnittes herrscht, welcher vom Schwerpunkt am weitesten entfernt ist und k diese Entfernung, so ist nach der Torsions-Theorie, Gleichung (3), Seite 57:

$$P r = \frac{T \left(\frac{m}{y}\right)}{k} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (3)$$

Für einen Stab mit rundem Querschnitt von einem Durchmesser d ist:

$$\left(\frac{m}{y}\right) = \frac{\pi\, d^4}{32}, \quad k = \frac{d}{2}$$

demnach findet man:

$$u = 64 \frac{P r^3 n}{G d^4} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; , \; . \; . \; . \; (4)$$

$$P = \frac{T \pi}{16} \frac{d^3}{r} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (5)$$

Ist der Querschnitt ein Rechteck und sind b und h dessen Seiten, so ist:

$$\left(\frac{m}{y}\right) = \frac{1}{12} (b^2 + h^2)\, b\, h, \quad k = \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + h^2}$$

und es wird:

$$u = 24\, \pi \frac{P r^3 n}{G (b^2 + h^2)\, b\, h} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (7)$$

$$P = \frac{1}{6} \frac{T}{r} \sqrt{b^2 + h^2}\, b\, h \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (8)$$

Der Werth von G und der Bruchwerth von T sind zu finden in der Tabelle Seite 95.

Konische Schraubenfeder.

Für eine konische Schraube, Fig. 9, Tafel V., finden wir ganz ähnlich, wie bei einer cylindrischen Schraube:

$$\Sigma (Y z - Z y) = o \qquad \Sigma (Y x - X y) = o$$

$$\Sigma (X z - Z x) = P r$$

$$P r = G \left(\frac{m}{y}\right) \frac{d \Theta}{d s} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (1)$$

wobei r die Entfernung irgend eines Punktes der konischen Schraubenlinie von der Axe bezeichnet. Angenommen, die Schraube sei so gebildet, dass in ihrer Horizontalprojektion die Gewinde gleich weit und zwar um Δ abstehen, so darf man setzen $r\,d\,\Theta = d\,u$ $d\,s = r\,d\,\varphi$ $r = \frac{\Delta}{2\,\pi}\,\varphi$ und dann wird die Gleichung (1):

$$d\,u = \frac{P}{G\left(\frac{m}{y}\right)}\left(\frac{\Delta}{2\,\pi}\right)^3 \varphi^3\,d\,\varphi$$

Hieraus folgt:

$$u = \frac{P}{G\left(\frac{m}{y}\right)}\left(\frac{\Delta}{2\,\pi}\right)^3 \frac{\varphi^4}{4} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Nennt man n die Anzahl der Umwindungen, welche in der Schraube vorkommen, R den grössten Halbmesser derselben, Fig. 9, so ist $n\,\Delta = R$, $\varphi = n \times 2\,\pi$ und dann wird:

$$u = \frac{\pi}{2}\frac{P}{G\left(\frac{m}{y}\right)} R^3\,n \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Auch ist:

$$P = \frac{T}{R}\,\frac{\left(\frac{m}{y}\right)}{k} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Für einen runden Querschnitt ist:

$$\left(\frac{m}{y}\right) = \frac{\pi\,d^4}{32}, \quad k = \frac{d}{2}$$

und man findet:

$$\left.\begin{aligned} u &= 16\,\frac{P}{G}\,\frac{R^3\,n}{d^4} \\ P &= \frac{\pi\,T}{16}\,\frac{d^3}{R} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Für einen Rechteckquerschnitt ist:

$$\left(\frac{m}{y}\right) = \frac{1}{12}\,b\,h\,(h^2 + b^2) \quad k = \frac{1}{2}\sqrt{b^2 + h^2}$$

und dann findet man:

$$\left.\begin{aligned} u &= 6\,\pi\,\frac{P\,R^3\,n}{G\,b\,h\,(b^2 + h^2)} \\ P &= \frac{T}{6}\,\frac{b\,h\sqrt{b^2 + h^2}}{R} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

Die ebene Spiralfeder für Schwungradhemmungen.

Eine ebene Spiralfeder, Fig. 10, Tafel V., sei bei A gehalten, ihr inneres Ende sei bei O an einer Axe befestigt. Diese Axe werde durch ein Kräftepaar $\frac{1}{2}$ P und $\frac{1}{2}$ P gedreht, bis ein Gleichgewichtszustand eintritt.

Um unsere allgemeine Theorie, Seite 87, auf den vorliegenden Fall anzuwenden, müssen wir das innere Ende der Feder frei machen, indem wir Kräfte anbringen, die den Zwangszustand zu ersetzen vermögen. Die Axe der Feder wird gegen die Lager, welche sie halten, gewisse Pressungen ausüben. Nehmen wir diese Lager weg und bringen dafür an die Axe zwei Kräfte $\mathfrak{Y}$ und $\mathfrak{Z}$ an, die der Richtung und Grösse nach gleich sind den Pressungen, welche das Lager, bevor es weggenommen wurde, gegen die Axe ausübt, so wird der Gleichgewichtszustand nicht gestört und wird demnach das innere Ende frei.

Nehmen wir irgend einen Punkt M an in der Axenlinie der Spirale, zeichnen die Tangente M y und die Normale M z, so fällt die Richtung der letzteren sehr nahe mit der Richtung von O M zusammen, vorausgesetzt, dass die Distanz zweier unmittelbar aufeinander folgenden Windungen sehr klein ist.

Vergleichen wir die Figur 10 mit unserer Figur 2, Tafel V., welche der allgemeinen Theorie zu Grunde gelegt wurde, so sehen wir, dass alle x und alle X verschwinden, dass also $x = o$ und $X = o$ ist. Es ist daher $\Sigma\,(Y x - X y) = o \quad \Sigma\,(X z - Z x) = o$. Die dritte und vierte der Gleichungen (8), Seite 91, geben daher:

$$o = \varepsilon \left[\left(\frac{\cos\,\beta}{\varrho} - \frac{1}{\varrho_0} \right) \left(\frac{m}{\xi\,\zeta} \right) + \frac{\sin\beta}{\varrho} \left(\frac{m}{\xi} \right) \right] \quad \ldots \quad (1)$$

$$o = G \left(\frac{m}{y} \right) \cdot \frac{d\,\Theta}{d\,s} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

und diesen Gleichungen wird ein Genüge geleistet wenn man nimmt:

$$\left(\frac{m}{\xi\,\zeta} \right) = o, \quad \beta = o, \quad \frac{d\,\Theta}{d\,s} = o \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

d. h. wenn der Querschnitt der Feder so beschaffen ist, dass derselbe durch die Biegungsebene (die mit der Ebene der Figur zusammenfällt) in zwei congruente Hälften getheilt wird, entsteht nur allein eine Biegung um die Axe der x. Wegen $\frac{d\,\Theta}{d\,s} = o$ findet keine Torsion statt, Resultate, die auch ohne Rechnungen eingesehen werden können. Die zweite der Gleichungen (8) wird wegen $\beta = o$:

$$\Sigma (Y z - Z y) = \varepsilon \left(\frac{1}{\varrho} - \frac{1}{\varrho_0} \right) \left(\frac{m}{\zeta} \right)$$

oder wenn man das Trägheitsmoment $\left(\frac{m}{\zeta} \right)$ des Federquerschnittes in Bezug auf die durch M gehende auf der Ebene der Figur senkrechte Axe mit μ bezeichnet, d. h. $\left(\frac{m}{\zeta} \right) = \mu$ setzt:

$$\Sigma (Y z - Z y) = \varepsilon \mu \left(\frac{1}{\varrho} - \frac{1}{\varrho_0} \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Nun ist aber $\Sigma (Y z - Z y)$ die Summe aller statischen Momente aller äusseren Kräfte, die auf das bei M beginnende Federstück einwirken, in Bezug auf die durch M gehende auf der Ebene der Figur senkrechte Axe; es ist demnach:

$$\Sigma (Y z - Z y) = P R + (\mathfrak{Z} y_1 - \mathfrak{Y} z_1)$$

wobei $y_1 = O p \quad z_1 = M p$ die Coordinaten des Punktes M in Bezug auf das Coordinatensystem bezeichnen, auf welches sich die Richtungen der Kräfte $\mathfrak{Y}$ und $\mathfrak{Z}$ beziehen.

Die Gleichung (4) wird demnach:

$$P R + \mathfrak{Z} y_1 - \mathfrak{Y} z_1 = \varepsilon \mu \left(\frac{1}{\varrho} - \frac{1}{\varrho_0} \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Multiplizirt man diese Gleichung mit dem Bogenelement $d s_1$ der Spirale und integrirt hierauf, dehnt aber das Integrale auf die ganze Spirale aus, so findet man:

$$\int P R \, ds_1 + \int \mathfrak{Z} y_1 \, d s_1 - \int \mathfrak{Y} z_1 \, ds_1 = \int \varepsilon \mu \left(\frac{1}{\varrho} - \frac{1}{\varrho_0} \right) ds_1$$

oder weil $P \; R \quad \mathfrak{Z} \; \mathfrak{Y} \quad \varepsilon \; \mu$ für diese Integrationen constante Grössen sind:

$$P R \int ds_1 + \mathfrak{Z} \int y_1 \, ds_1 - \mathfrak{Y} \int z_1 \, ds_1 = \varepsilon \mu \int \left(\frac{ds_1}{\varrho} - \frac{ds_1}{\varrho_0} \right) \quad . \quad . \quad (6)$$

Nennt man l die ganze Länge der Spirale, $\mathfrak{y} \; \mathfrak{z}$ die Coordinaten des Schwerpunktes der ganzen Spirallinie, in Bezug auf das durch o gelegte Coordinatensystem, so ist bekanntlich:

$$\left.\begin{aligned}\int ds_1 &= l \\ \int y_1\, ds_1 &= l\, \mathfrak{y} \\ \int z_1\, ds_1 &= l\, \mathfrak{z}\end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

daher wird die Gleichung (6):

$$P\,R\,l + (\mathfrak{Z}\,\mathfrak{y} - \mathfrak{Y}\,\mathfrak{z})\,l = \varepsilon\,\mu \int\left(\frac{ds_1}{\varrho} - \frac{ds_1}{\varrho_0}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

Wenn wir von der Ausdehnung, welche in der Axenfaser durch Σy entstehen kann, ganz absehen, so ist $\frac{ds_1}{\varrho}$ und $\frac{ds_1}{\varrho_0}$ der unendlich kleine Winkel, welchen die Normalen bilden, welche durch die Endpunkte des Bogenelementes ds_1 gehen, und zwar bezieht sich $\frac{ds_1}{\varrho_0}$ auf den natürlichen Zustand der Feder, $\frac{ds_1}{\varrho}$ auf den deformirten Zustand; setzen wir:

$$\frac{ds_1}{\varrho} = d\,\varphi \qquad \frac{ds_1}{\varrho_0} = d\,\varphi_0$$

so erhalten wir:

$$\int\left(\frac{ds_1}{\varrho} - \frac{ds_1}{\varrho_0}\right) = \int\left(d\,\varphi - d\,\varphi_0\right) = \Theta \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

Wenn wir durch Θ den Winkel bezeichnen, um welchen die Spirale durch das Kräftepaar $\frac{1}{2}$ P, $\frac{1}{2}$ P zusammen gewunden wurde, d. h. Θ ist der Winkel, welchen der Hebelarm, an welchem das Kräftepaar wirkt, zurücklegt, bis der Gleichgewichtszustand eintritt, oder endlich Θ ist der zu berechnende Drehungswinkel. Wir erhalten nunmehr aus (8) wegen (9):

$$[P\,R + (\mathfrak{Z}\,\mathfrak{y} - \mathfrak{Y}\,\mathfrak{z})]\,l = \varepsilon\,\mu\,\Theta \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (10)$$

Für den Fall, dass $\mathfrak{Z}\,\mathfrak{y} - \mathfrak{Y}\,\mathfrak{z} = o$ wäre, ergäbe sich:

$$P\,R\,l = \varepsilon\,\mu\,\Theta \qquad \Theta = \frac{P\,R\,l}{\varepsilon\,\mu} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (11)$$

d. h. wenn $\mathfrak{Z}\,\mathfrak{y} - \mathfrak{Y}\,\mathfrak{z} = o$ ist, wird der Drehungswinkel Θ dem Torsionsmoment der äusseren Kraft proportional. $\mathfrak{Z}\,\mathfrak{y} - \mathfrak{Y}\,\mathfrak{z}$ wird in zwei Fällen gleich Null:

1) wenn die Pressungen der Axe gegen die Axenlager verschwinden, d. h. wenn $\mathfrak{Z} = o \quad \mathfrak{Y} = o$,

2) wenn $\mathfrak{y}$ und $\mathfrak{z}$ verschwinden, d. h. wenn die Feder in der Weise geformt wird, dass der Schwerpunkt der Axenlinie in die Drehungsaxe fällt. Dies ist äusserst nahe bei einer Feder mit sehr vielen, aber äusserst engen Umwindungen der Fall.

Es ist für die Anwendung solcher Federn für Uhren mit Schwungradhemmungen sehr wichtig, dass der Drehungswinkel dem Drehungsmoment genau proportional ausfällt, weil nur in diesem Falle es möglich ist, dass die Schwingungszeiten der Unruhe (des Schwungrades) bei kleinen wie bei grossen Schwingungswinkeln den gleichen Werth erhalten, was für den gleichförmigen Gang einer Uhr unerlässlich ist.

Für die gewöhnlichen Anwendungen der Spiralfedern in der Technik kann man immer annehmen, dass der Schwerpunkt der Spirale so nahe am Drehungspunkt liegt, dass man keinen merklichen Fehler begeht, wenn man das Glied $\mathfrak{Z}\mathfrak{y} - \mathfrak{Y}\mathfrak{z}$ ganz vernachlässiget, also die Gleichung (11) gelten lässt.

Für eine Feder mit rundem Querschnitt ist . . $\mu = \frac{\pi}{64} d^4$

(d der Durchmesser.)

Für eine Feder mit rechteckigem Querschnitt . $\mu = \frac{1}{12} b h^3$

(b die mit der Drehungsaxe parallele Dimension des Querschnittes, h die radiale Dicke der Feder.)

Man erhält daher:

für Federn mit rundem Querschnitt:

$$\Theta = \frac{64}{\pi \varepsilon} \frac{P R l}{d^4} \quad \text{. . . . .} \quad (12)$$

für Federn mit rechteckigem Querschnitt:

$$\Theta = \frac{12}{\varepsilon} \frac{P R l}{b h^3} \quad \text{. . . . .} \quad (13)$$

Vernachlässigt man die Spannung, welche durch die Kräfte ΣY entsteht, so ist die Maximalspannung $\mathfrak{S}$, welche in Folge der Zusammenwindung an jedem Punkt der äusseren Fläche eintritt:

$$\mathfrak{S} = \frac{P R}{E}$$

Für einen runden Querschnitt ist . . . . . $E = \frac{\pi}{32} d^3$

Für einen rechteckigen Querschnitt ist . . . $E = \frac{1}{6} b h^2$

demnach:

$$\mathfrak{S} = \frac{32}{\pi}\,\frac{P\,R}{d^3} \qquad P\,R = \frac{\mathfrak{S}\,\pi}{32}\,d^3$$
$$\mathfrak{S} = 6\,\frac{P\,R}{b\,h^2} \qquad P\,R = \frac{\mathfrak{S}}{6}\,b\,h^2 \quad \ldots\ldots (14)$$

Verwindung der cylindrisch schraubenförmigen Feder.

Wir betrachten nun eine schraubenförmige Feder, Fig. 11, 12, Tafel V. Das Ende A ist festgehalten, das Ende B ist in einen Hebel eingehängt, der sich um eine Axe dreht, die mit der geometrischen Axe des Schraubencylinders zusammenfällt. Der Hebel wird durch ein Kräftepaar $\frac{P}{2}$, $\frac{P}{2}$ um seine Axe gedreht. Fig. 12, Tafel V., ist die Projektion der Schraube auf eine Ebene, die auf der Axe der Schraube senkrecht steht. Um die Punkte der Schwerpunktslinie der Querschnitte der Feder zu bestimmen, nehmen wir ein rechtwinkeliges Coordinatensystem $O\,x_1\,y_1\,z_1$ an, lassen die Axe $O\,x_1$ mit der geometrischen Axe des Schraubencylinders zusammenfallen, $O\,y_1$ parallel mit der Richtung des Hebels, an welchem das Kräftepaar $\frac{1}{2}$ P und $\frac{1}{2}$ P wirkt, $O\,z_1$ senkrecht auf der Ebene der Axen $O\,x_1$ und $O\,y_1$. Es seien $x_1\ y_1\ z_1$ die Coordinaten eines beliebigen Punktes M der Linie, in welcher die Schwerpunkte aller Normalquerschnitte der schraubenförmigen Feder liegen. Die Einwirkung des Hebels auf das Ende B der Schraubenwindung reduzirt sich auf die Kräfte $-\mathfrak{Z}-\mathfrak{Y}+\mathfrak{X}$ deren Richtungen mit den Axen $O\,z_1$ $O\,y_1$ $O\,x_1$ parallel sind, allein der Einfluss von $\mathfrak{X}$ kann vernachlässigt werden, wenn man voraussetzt, dass die Steigung der Schraubenlinie gegen eine auf $O\,x_1$ senkrechte Ebene sehr klein ist. Unter der gleichen Voraussetzung darf man annehmem, dass jede Querschnittsebene des Schraubengewindes in die geometrische Axe $O\,x_1$ der Schraube fällt und dass die Krümmungsebene des bei M befindlichen Elementes der Schraubenlinie senkrecht steht auf der Axe der Schraube, dass endlich M y (die Tangente zum Punkt M der Schraubenlinie) und M z (die Durchschnittslinie der Querschnittsebene des Gewindstabes und der Krümmungsebene des Elementes) in einer auf die Axe der Schraube senkrechten Ebene liegen.

Vergleichen wir unsere Figur mit derjenigen, welche zur allgemeinen Theorie gedient hat, so erhalten wir:

$$\left.\begin{array}{l} \Sigma\,(Y\,z - Z\,y) = \mathfrak{Z}\,(r - y_1) + \mathfrak{Y}\,z_1 = \mathfrak{Z}\,r + (\mathfrak{Y}\,z_1 - \mathfrak{Z}\,y_1) \\ \Sigma\,(Y\,x - X\,y) = 0 \\ \Sigma\,(X\,z - Z\,x) = 0 \end{array}\right\} \ . \ (1)$$

wobei $r = \overline{OB}$ die Entfernung des Punktes B von der Axe bedeutet. Nennt man aber R die Länge der Hebelarme, an welchen die Kräfte $\frac{1}{2}$ P und $\frac{1}{2}$ P wirken, so ist:

$$\frac{1}{2} P R + \frac{1}{2} P R = \mathfrak{Z}\, r \text{ oder } \mathfrak{Z}\, r = P R$$

daher wird:

$$\Sigma (Y z - Z y) = P R + (\mathfrak{Y} z_1 - \mathfrak{Z} y_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad , \quad (2)$$

Den Bedingungen, welche die zweite und dritte der Gleichungen (1) aussprechen, wird wiederum ein Genüge geleistet, wenn man in (8), Seite 91, setzt:

$$\left(\frac{m}{\xi \zeta}\right) = o \quad \beta = o \quad \frac{d\,\Theta}{d\,s} = o$$

Wegen $\beta = o$ und der obigen Gleichung (2) wird die zweite der Gleichungen (8), Seite 91:

$$P R + \mathfrak{Y} z_1 - \mathfrak{Z} y_1 = \varepsilon\, \mu \left(\frac{1}{\varrho} - \frac{1}{\varrho_0}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

wobei $\left(\frac{m}{\zeta}\right) = \mu$ gesetzt wurde und μ das Trägheitsmoment eines Querschnittes des Schraubengewindes in Bezug auf eine durch M gehende, zu $O x_1$ parallele Axe ausdrückt.

Multipliziren wir diese Gleichung (3) mit dem Bogenelement ds_1 der Schraubenlinie, integriren hierauf und dehnen das Integrale über die ganze Länge der Schraube (von A bis B) aus, so erhalten wir:

$$\int P R\, ds_1 + \mathfrak{Y} \int z_1\, ds_1 - \mathfrak{Z} \int y_1\, ds_1 = \varepsilon\, \mu \int \left(\frac{ds_1}{\varrho} - \frac{ds_1}{\varrho_0}\right)$$

Nennen wir l die ganze Länge der Schraubenlinie, $\mathfrak{z}\,\mathfrak{y}$ die Coordinaten des Schwerpunktes der ganzen Schraubenlinie und Θ den Winkel, um welchen die Axe $O x_1$ gedreht werden muss, bis das Kräftepaar mit den inneren Kräften ins Gleichgewicht kommt, so ist, wie früher gezeigt wurde:

$$\int ds_1 = l, \quad \int z_1\, ds_1 = \mathfrak{z}\, l, \quad \int y_1\, ds_1 = \mathfrak{y}\, l, \quad \int \frac{ds_1}{\varrho} - \frac{ds_1}{\varrho_0} = \Theta$$

und wir erhalten daher:

$$[P R + (\mathfrak{Y} \mathfrak{z} - \mathfrak{Z} \mathfrak{y})]\, l = \varepsilon\, \mu\, \Theta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Das Moment $\mathfrak{Y}\mathfrak{z} - \mathfrak{Z}\mathfrak{y}$ verschwindet, wenn $\mathfrak{z}$ und $\mathfrak{y}$ gleich Null werden, d. h. wenn der Schwerpunkt der Schraube in die geometrische Drehungsaxe fällt. Dies wäre genau nur dann der Fall, wenn die Punkte A und B während der Zusammenwindung der Schraube stets in der Oberfläche des Schraubencylinders verbleiben würden. Die Punkte A und B müssten also durch einen geeigneten Mechanismus nach radialer Richtung einwärts bewegt werden, wenn sich die Schraube zusammenzieht und in einen Cylinder von kleinerem Durchmesser übergeht, dagegen nach radialer Richtung hinaus, wenn sich die Schraube aufwindet. Diese Bemerkung ist von Werth, wenn es sich um eine Anwendung solcher Schraubenfedern zu Uhren mit Schwungradhemmungen handelt, denn wie schon früher Seite 117 erwähnt wurde, können die Schwingungen einer Unruhe nur dann von gleicher Dauer werden, wenn der Drehungswinkel Θ dem Drehungsmoment $P R$ proportional wird. Hat die Schraube sehr viele Gewinde und ist die Aenderung des Halbmessers der Schraube nicht gross, so fällt der Schwerpunkt der Schraubenlinie jederzeit so nahe in die Axe, dass $\mathfrak{Y}\mathfrak{z} - \mathfrak{Z}\mathfrak{y}$ gegen $P R$ vernachlässiget werden kann, und dann erhalten wir:

$$P R l = \varepsilon \mu \Theta$$

$$P R = \varepsilon \mu \frac{\Theta}{l}, \quad \Theta = \frac{P R l}{\varepsilon \mu} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Diese Gleichungen in Verbindung mit (3) geben:

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{1}{\varrho_0} + \frac{\Theta}{l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Diese Gleichung gibt den Halbmesser ϱ der zusammengewundenen Feder. Auch findet man:

$$\varrho_0 - \varrho = \varrho_0 \frac{\frac{\Theta}{l}}{\frac{1}{\varrho_0} + \frac{\Theta}{l}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Nennt man $\mathfrak{S}$ die Spannungsintensität an der äusseren Fläche der zusammengewundenen Schraube, so ist:

$$P R = \mathfrak{S} E \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

wobei E die bekannte Funktion der Querschnittsdimensionen bezeichnet.

Für einen runden Stab ist:

$$E = \frac{\pi}{32} d^3, \quad \mu = \frac{\pi}{64} d^4$$

Für einen rechteckigen Querschnitt ist:

$$E = \frac{1}{6} b h^2, \quad \mu = \frac{1}{12} b h^3$$

(b die mit der Axe der Schraube parallele Dimension des Querschnittes, h die radiale Dicke des Querschnittes)

und man findet nun:

a) Für eine Schraube mit rundem Querschnitt:

$$P R = \frac{\pi}{64} \varepsilon \frac{d^4}{l} \Theta = \frac{\pi}{32} \mathfrak{S} d^3 \quad \ldots\ldots \quad (9)$$

b) Wenn der Querschnitt des Gewindes ein Rechteck ist:

$$P R = \frac{\varepsilon}{12} b h^3 \frac{\Theta}{l} = \frac{\mathfrak{S}}{6} b h^2 \quad \ldots\ldots \quad (10)$$

c) Es ist aber für jede beliebige Querschnittsform:

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{1}{\varrho_0} + \frac{\Theta}{l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

Seile.

Hanfseile.

Anfertigung. Die Hanfseile werden bekanntlich zu sehr mannigfaltigen Zwecken, insbesondere aber bei den Hebewerken gebraucht. Ihre Anfertigung geschieht gewöhnlich auf folgende Art: Es werden zuerst aus Hanf Schnüre gesponnen, hierauf werden mehrere derselben (in der Regel 6) nebeneinander aufgehängt und zusammengezwirnt, wodurch eine Leine entsteht. Endlich werden mehrere, in der Regel 6 solcher Leinen nebeneinander aufgehängt und abermals zusammengezwirnt, worauf das Seil fertig ist. Die Anfertigung der Seile vermittelst Maschinen und complizirteren Einrichtungen haben wir hier nicht zu besprechen.

Festigkeit. Die Festigkeit eines solchen Hanfseiles hängt von sehr mannigfaltigen Verhältnissen ab. Dieselbe richtet sich 1) nach der Festigkeit der Elementarfaser des Hanfes, 2) nach der Anzahl der

Elementarfasern, die in einem Querschnitt des Seiles vorkommen, 3) nach der mehr oder weniger sorgfältigen Anfertigung des Seiles. Die Festigkeit der Elementarfaser ist aber wiederum abhängig von der ursprünglichen Qualität des Hanfes und von den Veränderungen, welche durch Abnützung und Einwirkung der Nässe, Feuchtigkeit und Atmosphäre hervorgerufen werden. Ein neues, aus gutem Hanf sorgfältig gefertigtes Seil hat daher selbstverständlich eine beträchtlich grössere Festigkeit, als ein durch Gebrauch schadhaftes und durch atmosphärische Einwirkungen mehr oder weniger morsch gewordenes Seil. Von einer exakten Formel oder Regel zur Berechnung der Seile kann natürlich nicht die Rede sein und ist auch kein praktisches Bedürfniss, sondern es genügt, wenn man diese Festigkeit für solche Seile kennt, die sich noch in ganz brauchbarem Zustand befinden.

Für solche Seile ist die Festigkeit auf den Quadratcentimeter bezogen 510 Kilogramm.

Durchmesser der Seile. Für die meisten Benutzungen der Seile darf man annehmen, dass dieselben bis auf den fünften Theil ihrer absoluten Festigkeit in Anspruch genommen werden dürfen, dass also jeder Quadratcentimeter mit $\frac{510}{5} = 102$ Kilogrammen gespannt werden darf. Unter dieser Voraussetzung hat man zur Bestimmung des Durchmessers d eines Seiles, das eine Spannung P auszuhalten hat, folgende Gleichung:

$$\frac{d^2 \pi}{4} 102 = P$$

woraus folgt:

$$d = 0 \cdot 113 \sqrt{P}$$

(Resultate Seite 38.)

Dauerhaftigkeit der Seile. Diese richtet sich nach dem Zweck, welchem das Seil zu dienen hat. An trockenen Orten dauern die Seile lange, z. B. mehrere Jahre. In der Nässe gehen sie schnell zu Grunde. Insbesondere bei Schachtförderungsmaschinen gehen die Seile sehr schnell zu Grunde, dauern in der Regel nur 4 bis 6 Monate und vermehren dadurch die Förderungskosten um ein Merkliches. Dies ist der Grund, weshalb gegenwärtig für Schachtförderungen meistens Drahtseile statt Hanfseile verwendet werden.

Flache Seile. Runde Seile von starkem Durchmesser verursachen einen nicht geringen Biegungswiderstand und erfordern desshalb, wenn sie sich aufwickeln sollen, sehr grosse Trommeln oder Rollen, daher werden oftmals bandförmige Seile angewendet, die durch mehrere neben einander gelegte und mit einander verbundene Leinen gebildet werden.

Drahtseile.

Beschreibung. Die geringe Dauerhaftigkeit der Hanfseile, insbesondere bei den Schachtförderungen, hat die Drahtseile hervorgerufen. Diese Drahtseile werden aus Eisendraht in ganz ähnlicher Weise angefertigt, wie die Hanfseile aus Hanfschnüren. Jedes Drahtseil besteht nämlich aus mehreren, in der Regel aus sechs Drahtleinen, und jede solche Leine aus mehreren, gewöhnlich aus sechs Drähten. Jede Leine des Seiles, so wie auch das Seil selbst erhält aber noch eine aus getheertem Hanf gebildete Seele, durch welche die Zwischenräume zwischen dem Drahte stetig ausgefüllt und ein abnützendes Aneinanderreiben und Rosten der Drähte verhindert wird.

Fig. 1, Tafel VI., zeigt eine äussere Ansicht, Fig. 2 einen Querschnitt eines Drahtseiles.

Festigkeit. Die Festigkeit eines Drahtseiles richtet sich selbstverständlich nach der Festigkeit des Drahtmaterials und nach der Summe der Querschnitte aller im Seil vorhandenen Drähte. Die Hanfseele kommt dabei nicht in Anschlag.

Nennt man:

P die Spannung, welche ein Drahtseil auszuhalten hat,
δ den Durchmesser eines Drahtes,
d den Durchmesser des Kreises, der dem Seilkörper umschrieben werden kann, oder den Durchmesser des Seiles,
$\mathfrak{A}$ die Spannungsintensität, welche im Drahtmaterial eintreten darf,
i die Anzahl der Drähte, aus welchen das Seil besteht,
so hat man:

$$P = i \frac{\delta^2 \pi}{4} \mathfrak{A} \quad \text{demnach:} \quad \delta = \sqrt{\frac{4 P}{i \pi \mathfrak{A}}}$$

Die absolute Festigkeit des Eisendrahtes beträgt 7000 Kilogramme und bei Drahtseilen darf man sich wohl erlauben, das Material bis auf $\frac{1}{5}$ seiner absoluten Festigkeit in Anspruch zu nehmen. Jn den meisten Fällen werden ferner 36 Drähte zu einem Seile vereinigt. Setzt man also in obige Formel $i = 36$, $\mathfrak{A} = \frac{7000}{5} = 1400$, so findet man:

$$\delta = \frac{1}{200} \sqrt{P}$$

Der Durchmesser des den Seilkörper umschreibenden Kreises ist zehnmal so gross, als der des Drahtes; daher hat man auch:

$$d = 10\,\delta = \frac{1}{20}\sqrt{P} = 0{\cdot}0142\sqrt{P}\ \text{Joll}$$

Vergleicht man diesen Ausdruck mit jenem Seite 122 für Hanfseile, so sieht man, dass die Durchmesser der Drahtseile halb so gross sind, als jene der Hanfseile.

(Resultate Seite 39.)

Ketten.

Ketten ohne Aussteifungen.

Wir behandeln hier nur die Ketten mit ellyptischen Ringen, welche zum Aufziehen grösserer Lasten statt der Seile gebraucht werden. Wenn an eine solche Kette eine Last gehängt wird, tritt in jedem ihrer Ringe eine Formänderung ein. Jeder Ring wird nach der Richtung der Kette verlängert und nach einer darauf senkrechten Richtung verschmälert und es treten überhaupt in allen Punkten Krümmungsänderungen ein. Wir werden den in einem ellyptischen Quadranten $\overline{AB}$ herrschenden Gleichgewichtszustand nicht stören, wenn wir einen Ring, Fig. 4, Tafel VI., bei A einklemmen und bei B entzweischneiden, aber daselbst nicht nur eine spannende Kraft anbringen, welche halb so gross ist, als die an der Kette hängende Last P, sondern auch noch ein Kräftemoment M_1 wirken lassen, das die im Querschnitt bei B wirkenden Spannungen und Pressungen zu ersetzen vermag. Der Kettenring ist nämlich im gespannten Zustande bis B nicht nur gedehnt, sondern auch gebogen und dieser Biegung entspricht eine gewisse Momentensumme, die ersetzt werden muss, wenn durch das Entzweischneiden des Ringes bei B der im ellyptischen Quadranten herrschende Gleichgewichtszustand nicht gestört werden soll.

Es sei Fig. 3, Tafel VI., ein in einem grösseren Maassstabe gezeichneter Kettenring-Quadrant:

$A\,m_0\,B_0$ die Axenlinie des ellyptischen Quadranten im natürlichen Zustande des Ringes,

$A\,m\,B$ die Axenlinie des ellyptischen Quadranten eines Kettenringes im deformirten Zustande,

$AC = a \quad CB = b$ die Halbaxen der ellyptischen Axenlinie des deformirten Ringes,

$x_0\, y_0$ die Coordinaten eines beliebigen Atoms m_0 der ursprünglichen Axenlinie,

$\left.\begin{array}{l}\overline{An} = x \\ \overline{mn} = y\end{array}\right\}$ die Coordinaten des gleichen Atoms m der Axenlinie des deformirten Ringes,

ϱ_0 und ϱ die Krümmungshalbmesser im natürlichen und im gebogenen Zustande des Ringes desjenigen Bogenelementes der Axenlinie, das sich im gebogenen Zustande des Ringes bei m befindet,

φ_0 und φ die Winkel, welche die zu m_0 und m gezogenen Berührungslinien mit der Abscissenaxe bilden,

μ das Trägheitsmoment irgend eines Querschnittes des Ketteneisens in Bezug auf eine Axe, die durch den Schwerpunkt des Querschnittes geht und deren Richtung auf der Ebene der Figur senkrecht steht,

P die an der Kette hängende Last, mithin $\frac{1}{2}P$ der bei B wirkende Zug (das Gewicht der Kette nicht in Anschlag gebracht),

S die im Punkt m der Axenlinie herrschende Spannungsintensität,

M_1 die Summe der statischen Momente aller im Querschnitt bei B im nicht zerschnittenen aber belasteten Zustande des Ringes vorkommenden Spannungen und Pressungen. Diese Momentensumme ist es, die ersetzt werden muss, wenn durch das Zerschneiden des Ringes bei B der Gleichgewichtszustand des ellyptischen Quadranten nicht gestört werden soll,

M die Summe der statischen Momente aller im Querschnitt bei m vorkommenden Spannungen und Pressungen,

σ die Spannungsintensität in einem Punkt p des Querschnittes bei m der in der Ebene der Figur liegt und von der Axenlinie um $\overline{mp} = \zeta$ entfernt ist,

$\mathfrak{S}$ die Spannungsintensität in dem vom Punkte m entferntesten Punkte q desselben Querschnittes,

$z = mq$ die Entfernung der Punkte, in welchen die Spannungsintensitäten S und $\mathfrak{S}$ vorhanden sind,

Ω der Querschnitt des Ketteneisens.

Dies vorausgesetzt, hat man nach Seite 51 der Theorie der Biegung eines im natürlichen Zustande gekrümmten Stabes:

$$\mathfrak{S} = \frac{1}{2}\,\frac{P}{\Omega}\cos\varphi \pm \frac{M}{\mu}\,z \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

$$\sigma = \frac{1}{2}\,\frac{P}{\Omega}\cos\varphi \pm \frac{M}{\mu}\,\zeta \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

$$M = \varepsilon\,\mu\left(\frac{1}{\varrho} - \frac{1}{\varrho_0}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

wobei von dem Doppelzeichen dasjenige zu wählen ist, welches einen positiven Werth des zweiten Gliedes hervorbringt.

In unserem vorliegenden Fall ist aber auch:

$$M = M_1 + \frac{P}{2} (b - y) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Nun handelt es sich um die Bestimmung von M_1, denn ist einmal M_1 bekannt, so geben uns die Gleichungen (1) und (2) die verschiedenen Spannungsintensitäten, nach welchen die Festigkeit eines Kettenringes bestimmt wird. Die Bestimmung des Werthes von M_1 erfordert eine besondere Betrachtung.

Nennen wir $d s_0$ $d s$ die natürliche Länge eines Faserstückes bei m_0 und die Länge des gleichen Faserstückes im deformirten Zustande des Ringes, dann haben wir $d s_0 = \varrho_0 \, d \varphi_0$ $d s = \varrho \, d \varphi$, demnach:

$$\frac{1}{\varrho} - \frac{1}{\varrho_0} = \frac{d \varphi}{d s} - \frac{d \varphi_0}{d s_0}$$

Vernachlässigen wir hier die Ausdehnung der Axenlinie und setzen also $d s_0 = d s$, so wird:

$$\frac{1}{\varrho} - \frac{1}{\varrho_0} = \frac{d \varphi - d \varphi_0}{d s}$$

und hieraus folgt:

$$\varphi - \varphi_0 = \int \left(\frac{1}{\varrho} - \frac{1}{\varrho_0} \right) d s$$

und wenn wir für $\frac{1}{\varrho} - \frac{1}{\varrho_0}$ den Werth setzen, der aus (3) und (4) folgt:

$$\varphi - \varphi_0 = \frac{1}{\varepsilon \, \mu} \int \left[M_1 + \frac{P}{2} (b - y) \right] d s \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Für die Punkte B und B_0 ist aber $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$, demnach: $\varphi - \varphi_0 = 0$. Dehnen wir das Integrale über den ellyptischen Quadranten aus, so muss hiemit ein Werth gleich Null heraus kommen. Wir erhalten daher:

$$0 = \int_0^l \left[M_1 + \frac{P}{2} (b - y) \right] d s \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

wobei l die Länge des ellyptischen Quadranten bedeutet.

Hieraus folgt:

$$M_1 = -\frac{\frac{P}{2}\int\limits_0^l (b-y)\,ds}{l} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

und hiermit ist M_1 bestimmt.

Da bei den Ringen einer Kette die Axen a und b nicht viel verschieden sind, so kann man sich zur Berechnung der Integrale $\int y\,ds$ und $\int ds$ erlauben statt der Ellypse einen Kreisquadranten vom Halbmesser $\frac{1}{2}(a+b)$ in Rechnung zu bringen. Dann ist aber:

$$\int\limits_0^l y\,ds = \frac{(a+b)^2}{4} \qquad \int\limits_0^l ds = (a+b)\,\frac{\pi}{4}$$

Wir erhalten daher für M_1 folgenden Annäherungsausdruck:

$$M_1 = -\frac{P}{2}\,\frac{b\,(a+b)\,\frac{\pi}{4} - \frac{(a+b)^2}{4}}{(a+b)\,\frac{\pi}{4}}$$

oder:

$$M_1 = -\frac{P}{2}\left[b - (a+b)\,\frac{1}{\pi}\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Setzt man diesen Werth von M_1 in den Ausdruck (4), so wird:

$$M = -\frac{P}{2}\left[b - (a+b)\,\frac{1}{\pi}\right] + \frac{P}{2}\,b - \frac{P}{2}\,y$$

oder:

$$M = \frac{P}{2}\left[(a+b)\,\frac{1}{\pi} - y\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

und nun wird vermöge (1):

$$\mathfrak{S} = \frac{1}{2}\,\frac{P}{\Omega}\cos\varphi \pm \frac{P\,z}{2\,\mu}\left[(a+b)\,\frac{1}{\pi} - y\right] \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Nennt man d den Durchmesser des Ketteneisens, so ist:

$$\Omega = \frac{d^2\,\pi}{4}, \qquad \frac{\mu}{z} = \frac{\pi}{32}\,d^3$$

und dann wird:

$$\mathfrak{S} = \left\{\frac{2}{\pi}\cos\varphi \pm \frac{16}{\pi}\left[\left(\frac{a}{d} + \frac{b}{d}\right)\frac{1}{\pi} - \frac{y}{d}\right]\right\}\frac{P}{d^2} \quad . \quad . \quad (11)$$

Um vermittelst dieser Gleichung die Stelle und die Grösse der Maximalspannung zu bestimmen, ist es am passendsten, eine Verzeichnung der Axenlinie des Kettenringes zu Hilfe zu nehmen. Wir werden uns später überzeugen, dass es angemessen ist, für die Axenlinie eine Ellypse zu wählen, deren Halbaxen a und b folgende Werthe haben: $a = 1{\cdot}80\,d$, $b = 1{\cdot}25\,d$. Verzeichnet man diese Ellypse, nimmt in der Peripherie mehrere Punkte an, bestimmt die diesen Punkten entsprechenden Werthe von $\cos\varphi$ und $\frac{y}{d}$, so findet man vermittelst obiger Gleichung (11) folgende Resultate:

für					
$\varphi =$	90°	50°	27°	17°	0°
$\cos\varphi =$	0·0000	0·6428	0·8910	0·9563	1·0000
$\frac{y}{d} =$	0 0000	0 6500	1·0000	1 2000	1·2500
$\mathfrak{S}\frac{d^2}{P} =$	4·9390	2·0385	0 7138	1.7798	2·0622

Bei dieser Berechnung wird $\left(\frac{a}{d}+\frac{b}{d}\right)\frac{1}{\pi}-\frac{y}{d}$ positiv für φ gleich 90° und 50°, dagegen negativ für φ gleich 27°, 17°, 0°, daher für 90° und 50° das Zeichen +, für 27°, 17°, 0° das Zeichen — zu nehmen ist.

Diese Tabelle zeigt 1) dass die Maximalspannung für $\varphi = 90°$, d. h. im Punkt A eintritt, 2) dass zwischen $\varphi = 90°$ und $\varphi = 0°$ eine Maximalspannung vorkommt, die ungefähr bei $\varphi = 28°$ eintritt.

Für $\varphi = 90°$ und $\frac{y}{d} = 0$ folgt aus (11):

$$d = \sqrt{\frac{16}{\pi^2\,\mathfrak{S}}\left(\frac{a}{d}+\frac{b}{d}\right)}\sqrt{P} \quad . \; . \; . \; . \; . \; , \; . \; . \quad (12)$$

Hieraus sieht man (was auch ohne Rechnung eingesehen werden kann), dass es vortheilhaft ist, wenn die Ringe der Kette möglichst, d. h. so enge gemacht werden, dass eine Verklemmung je zweier in einander hängender Ringe nicht eintreten kann. Aber selbst dann, wenn man $\frac{a}{d}$ und $\frac{b}{d}$ möglichst klein nimmt, fallen nach dieser Formel die Durchmesser d sehr stark aus, man muss sich daher erlauben, das Material aufs Aeusserste, d. h. bis an die Elastizitätsgrenze in Anspruch zu nehmen. Nun ist die absolute Festigkeit für bestes Schmiedeeisen in dünnen Stäben 7000 Kilogramme, ist ferner die der Elastizitätsgrenze entsprechende Spannungsintensität = 0·4, Die entsprechende Spannung ist 4420·9 Pfd pro 1□''.

der absoluten Festigkeit oder $0{\cdot}4 \times 7000 = 2800$. Wir setzen daher in (12) $\mathfrak{S} = 2800$, $\frac{a}{d} = 1{\cdot}80$, $\frac{b}{d} = 1{\cdot}25$ und dann folgt:

$$d = 0{\cdot}042 \sqrt{P} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

$= 0{\cdot}012 . \sqrt{P}$ in W. Pfden und Zollen?

Berechnet man vermittelst der letzten Horizontalreihe der vorhergehenden Tabelle die Werthe, welche an verschiedenen Stellen die Durchmesser der Ketteneisen erhalten müssen, damit die Spannungsintensität in jedem Querschnitt gleich 2800 Kilogramme wird, so findet man:

für $\varphi =$	90°	50°	27°	17°	0°
$\frac{d}{\sqrt{P}} =$	0·042	0·027	0·016	0·025	0·027

Die Gleichung (9) zeigt, dass das Biegungsmoment M positiv null oder negativ ausfällt, wenn:

$$y < \frac{1}{\pi}(a+b) \qquad y = \frac{1}{\pi}(a+b) \qquad y > \frac{1}{\pi}(a+b)$$

Für $y = \frac{1}{\pi}(a+b)$ wird $\varphi = 28°$. Vom Scheitel A an bis an die Stelle wo $\varphi = 28°$ ist, wird also die Krümmung des Ringes durch die Einwirkung der Kraft verstärkt, von $\varphi = 28°$ an bis zum Punkt B hin wird dagegen die Krümmung durch die gleiche Ursache geschwächt. Bei $\varphi = 28°$ findet nur eine gleichförmige Ausdehnung und keine Krümmungsänderung statt.

In den Resultaten für den Maschinenbau findet man Seite 39 Regeln zur Bestimmung der Dimensionen der Kettenglieder aufgestellt. Diese Regeln beruhen auf der Voraussetzung, dass die Tragkraft der Ketten nach ihrer absoluten Festigkeit genommen werden darf.

Schlieper in Grüne bei *Iserlohn* geben die Dimensionen und die Tragkraft von Ketten an, welche sie in ihrer Werkstätte verfertigen. Nach dieser Angabe ergibt sich folgende Regel:

Stimmt mit Reuleaux's Angaben überein.

$$d = 0{\cdot}032 \sqrt{P} = 0{\cdot}0091 \sqrt{P} \text{ in W. Pfd \& Zoll}$$

Dabei ist vierfache Sicherheit garantirt. Nach unserer Theorie ist diese Garantie zu hoch gestellt.

In den Resultaten ist $d = 0{\cdot}028 \sqrt{P}$ Centm $= 0{\cdot}008 \sqrt{P}$ Pfd & Zoll angegeben.

einer einfachen und einer doppelten Vernietung verhalten, wenn in beiden Vernietungen gleich viel Nietbolzen angewendet werden.

Bezeichnen wir für die doppelte Vernietung mit d_1 e_1 f_1 die analogen Grössen, die bei der einfachen Vernietung mit d e f bezeichnet werden, so haben wir vermöge (2) und (4):

$$\frac{e}{\delta} = \frac{d}{\delta} + \frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 \quad \ldots \ldots \quad (10)$$

$$f = 1 + \frac{4}{\pi}\left(\frac{\delta}{d}\right) \quad \ldots \ldots \quad (11)$$

und vermöge (6) und (7):

$$\frac{e_1}{\delta} = \frac{d_1}{\delta} + \frac{\pi}{2}\left(\frac{d_1}{\delta}\right)^2 \quad \ldots \ldots \quad (12)$$

$$f_1 = 1 + \frac{2}{\pi}\left(\frac{\delta}{d_1}\right) \quad \ldots \ldots \quad (13)$$

Die Anzahl der Nieten, welche auf einen Meter oder 100 Centimeter Länge der Vernietungen vorkommen, sind für die einfache Vernietung $\frac{100}{e}$, für die doppelte Vernietung dagegen $2\,\frac{100}{e_1}$.

Beide Vernietungen haben daher gleich viel Nieten, wenn:

$$\frac{100}{e} = 2 \cdot \frac{100}{e_1}$$

oder wenn:

$$e_1 = 2\,e \quad \ldots \ldots \quad (14)$$

ist. Führen wir diesen Werth von e_1 in (12) ein und suchen hierauf $\frac{d_1}{\delta}$, so findet man mit Berücksichtigung von (10):

$$\frac{d_1}{\delta} = -\frac{1}{\pi} + \sqrt{\left(\frac{1}{\pi}\right)^2 + \frac{4}{\pi}\left(\frac{d}{\delta}\right) + \left(\frac{d}{\delta}\right)^2} \quad \ldots \quad (15)$$

Durch diese Gleichung wird der Durchmesser eines Bolzens der doppelten Vernietung bestimmt, hat man denselben berechnet; so findet man aus (11) und (13):

$$\frac{f_1}{f} = \frac{\pi + 2\left(\frac{\delta}{d_1}\right)}{\pi + 4\left(\frac{\delta}{d}\right)} \quad \ldots \ldots \quad (16)$$

$$\int_0^{\psi} d\,s = \int_0^{\psi} r\,d\,\psi = r\,\psi, \qquad \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\,s = r\,\frac{\pi}{2}$$

$$\int y\,d\,s = \int_0^{\psi} r^2 \cos\psi\,d\,\psi = r^2\,(1-\cos\psi), \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} y\,d\,s = r^2$$

$$\int x\,d\,s = \int_0^{\psi} r^2\,(1-\cos\psi)\,d\,\psi = r^2\,(\psi - \sin\psi), \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} y\,d\,s = r^2\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$$

Wir erhalten daher:

$$\varepsilon\,\mu\,(\varphi-\varphi_0) = \left(M_1 + \frac{P}{2}\,b - Y\,a\right) r\,\psi - \frac{P}{2}\,r^2\,(1-\cos\psi) + Y\,r^2\,(\psi - \sin\psi) \quad (5)$$

Dehnt man dieses Integrale auf den ganzen Quadranten aus, setzt also $\psi = \frac{\pi}{2}$, so wird $\varphi - \varphi_0 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = o$, demnach wird:

$$o = \left(M_1 + \frac{P}{2}\,b - Y\,a\right) r\,\frac{\pi}{2} - \frac{P}{2}\,r^2 + Y\,r^2\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$$

oder:

$$o = \left(M_1 + \frac{P}{2}\,b - Y\,a\right) \frac{\pi}{2} - \frac{P}{2}\,r + Y\,r\left(\frac{\pi}{2}-1\right) \quad . \quad (6)$$

Führt man den allgemeinen Werth von $\varphi - \varphi_0$, welchen die Gleichung (5) darbietet, in die zweite der Gleichungen (3) ein, so findet man:

$$d\,y - d\,y_0 =$$

$$\frac{1}{\varepsilon\,\mu}\left[\left(M_1 + \frac{P}{2}\,b - Y\,a\right) r\,\psi - \frac{P}{2}\,r^2\,(1-\cos\psi) + Y\,r^2\,(\psi-\sin\psi)\right] r\,\sin\psi\,d\,\psi$$

Hieraus folgt:

$$y - y_0 = \frac{1}{\varepsilon\,\mu}\left\{\begin{array}{l} \left(M_1 + \frac{P}{2}\,b - Y\,a\right) r^2 \int \psi\,\sin\psi\,d\,\psi \\ -\frac{P}{2}\,r^3 \int \sin\psi\,(1-\cos\psi)\,d\,\psi \\ +Y\,r^3 \int \sin\psi\,(\psi - \sin\psi)\,d\,\psi \end{array}\right\} \quad . \; . \; . \quad (7)$$

Nun ist:

$$\int_0^{\psi} \psi \sin\psi \, d\psi = -\psi\cos\psi + \sin\psi, \qquad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \psi \sin\psi \, d\psi = 1$$

$$\int_0^{\psi} \sin\psi\,(1-\cos\psi)\, d\psi = -\cos\psi + \frac{1}{2}\cos^2\psi + \frac{1}{2}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\psi\,(1-\cos\psi)\, d\psi = +\frac{1}{2}$$

$$\int_0^{\psi} \sin\psi\,(\psi-\sin\psi)\, d\psi = -\psi\cos\psi + \sin\psi + \frac{1}{4}\sin 2\psi - \frac{1}{2}\psi$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\psi\,(\psi-\sin\psi)\, d\psi = 1 - \frac{\pi}{4}$$

Dehnt man die Integrale bis $\psi = \frac{\pi}{2}$ aus, so muss $y - y_0$ verschwinden, denn die Aussteifung des Kettengliedes bewirkt, dass es sich in horizontalem Sinne nicht zusammenziehen kann. Man erhält daher mit Berücksichtigung der gefundenen Integralwerthe:

$$o = \left(M_1 + \frac{P}{2}b - Ya\right) - \frac{P}{4}r + Yr\left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Die Gleichungen (6) und (8) geben nun die unbekannten Werthe von M_1 und Y um deren Bestimmung es sich zunächst handelt.

Man findet:

$$Y = P\,\frac{\frac{1}{\pi} - \frac{1}{4}}{\frac{\pi}{4} - \frac{2}{\pi}} = 0{\cdot}457\,P \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

$$M_1 = \frac{P}{4}r - Yr\left(1 - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{P}{2}b + Ya$$

oder wenn man für Y seinen durch P ausgedrückten Werth setzt und reduzirt:

$$M_1 = P\left(0.1513\,r - \frac{b}{2} + 0{\cdot}457\,a\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Und nun findet man wegen (1), wenn man Y und M_1 einführt und $r = \frac{1}{2}(a+b)$ setzt:

$$M = P\left[0{\cdot}0756\,(a+b) - \frac{y}{2} + 0{\cdot}457\,x\right] \quad . \; . \; . \; . \quad (11)$$

Nun ist die Spannungsintensität $\mathfrak{S}$ am äussersten Punkt q des Querschnittes bei m:

$$\mathfrak{S} = \frac{1}{2}\,\frac{P\cos\varphi}{\Omega} \pm \frac{z}{\mu}\,M$$

demnach, wenn man für M seinen Werth aus (11) einführt:

$$\mathfrak{S} = \frac{1}{2}\,\frac{P\cos\varphi}{\Omega} \pm \frac{P\,z}{\mu}\left[0{\cdot}0756\,(a+b) - \frac{y}{2} + 0{\cdot}457\,x\right] \quad . \quad (12)$$

Setzt man auch hier, wie früher geschehen ist:

$$\Omega = \frac{d^2\,\pi}{4}, \qquad \frac{\mu}{z} = \frac{\pi}{32}\,d^3, \qquad \frac{a}{d} = 1{\cdot}8, \qquad \frac{b}{d} = 1{\cdot}25$$

so findet man:

$$\mathfrak{S} = \left[\frac{2}{\pi}\cos\varphi \pm \frac{16}{\pi}\left(0{\cdot}4612 - \frac{y}{d} + 0{\cdot}914\,\frac{x}{d}\right)\right]\frac{P}{d^2} \quad . \quad (13)$$

Verzeichnet man auch hier die Axenlinie des Ringes mit den normalen Verhältnissen $\left(\frac{a}{d} = 1{\cdot}80,\ \frac{b}{d} = 1{\cdot}25\right)$ nimmt in der Zeichnung mehrere Punkte an und sucht die denselben entsprechenden Werthe von φ, $\frac{y}{d}$, $\frac{x}{d}$, so findet man vermittelst (13) folgende Resultate:

für					
$\varphi =$	90°	50°	27°	17°	0°
$\frac{\mathfrak{S}\,d^2}{P} =$	2·348	0·5644	1·147	2·664	4·998

Hieraus sieht man, dass bei diesen Kettenringen mit Aussteifungen das Maximum der Spannungsintensität nicht im Punkt A, sondern im Punkt B eintritt, dass ferner das Minimum der Spannungsintensität zwischen A und B fällt und in einem Punkt eintritt, für welchen φ ungefähr gleich 50° ist. Da die Dicke des Ketteneisens nach der Maximalspannung zu bestimmen ist, so erhalten wir:

$$\frac{\mathfrak{S}\,d^2}{P} = 4{\cdot}998$$

und wenn wir auch hier wie früher $\mathfrak{S} = 2800$ setzen, so folgt:

$$d = \sqrt{\frac{4{\cdot}998}{2800}} \sqrt{P} = 0{\cdot}042 \sqrt{P}$$

Wir finden also für die Dicke des Ketteneisens genau denselben Werth, wie in dem Fall, wenn die Kettenglieder *nicht* ausgesteift sind. Nach unserer Theorie gewährt also diese Aussteifung bei ellyptischen Ringen keinen Vortheil.

Rhombische und gestreckte Kettenglieder. Aus den vorhergehenden Untersuchungen geht hervor, dass die ellyptischen Kettenringe eine zu grosse Formänderung zulassen, daher beträchtlich schwächer sind, als die dem Querschnitt des Ringes entsprechende Zugfestigkeit. Die besten Formen der Kettenglieder sind offenbar diejenigen, welche beinahe nur Ausdehnungen, aber keine merkliche Formänderung gestatten. Diese Eigenschaft besitzen beinahe vollkommen die rhombischen und gestreckten Kettenglieder. Fig. 10, Tafel VI. ist ein rhombisches Kettenglied, die Theile $a\ a_1$ sind kreisbogenförmig, der Halbmesser der inneren Rundungen ist etwas grösser als jener des Ketteneisens, die Theile $a\,b\quad a_1\,b_1$ sind geradlinig, die Theile $b\,b\quad b_1\,b_1$ sind nach einem ziemlich grossen Halbmesser abgerundet, c ist ein aussteifender Steg, der bei dieser rhombischen Form nicht fehlen darf.

Fig. 11, Tafel VI. ist eine Form, welche man die gestreckte nennen kann. Die Theile $a\,a_1\quad b\,b_1$ sind halbkreisförmig, die Halbmesser der inneren Rundungen dieser Theile sind nur wenig grösser als die Halbmesser des Ketteneisens, die Theile $a\,b\quad a_1\,b_1$ sind ganz geradlinig. Ein aussteifender Zwischensteg ist hier nicht nothwendig.

Zur Anfertigung solcher Kettenglieder ist eine Gesenk-Presse erforderlich, in welche jedes Glied im glühenden Zustande eingelegt und in die Form, welche es erhalten soll, gepresst wird.

Versuche über die Festigkeit dieser Kettenglieder sind nicht bekannt, es darf jedoch erwartet werden, dass das Tragungsvermögen derselben nach ihrer absoluten Festigkeit beurtheilt werden kann. Erlaubt man sich die Spannungsintensität von 800 Kilogrammen pro Quadratcentimeter in Rechnung zu bringen, so hat man zur Bestimmung des Durchmessers d des Ketteneisens:

$$2\,\frac{d^2\pi}{4}\,800 = P$$

$$d = 0{\cdot}028 \sqrt{P}$$

Diese Regel stimmt mit jener der Resultate für den Maschinenbau, Seite 39, überein.

Seil- und Kettenhaken.

Die Seil- und Kettenhaken werden gewöhnlich in der Mitte ihrer Krümmung zu schwach gemacht, was zur Folge hat, dass sie sich unter der Einwirkung einer Last aufbiegen oder gar brechen. Wir stellen uns nun die Aufgabe, derlei Haken so zu formen, dass dieselben in allen Querschnitten gleich stark angestrengt werden.

Es sei Fig. 6, Tafel VI. die theoretische Form eines solchen Hakens von gleicher Festigkeit. Die innere Krümmung A G D B sei ein Kreisbogen. Alle Normalschnitte des Hakeneisens seien Kreise. A H E B ist die Mittelpunktslinie aller Normalschnitte.

Nennen wir:

$r = \overline{CD}$ den Halbmesser der innern Hakenkrümmung,

$\widehat{FCB} = \varphi$ den Winkel, welchen irgend ein Normalschnitt $\overline{CF}$ mit der Richtung $\overline{BC}$ der Last bildet,

$\overline{FD} = y$ den Durchmesser des Hakeneisens bei D F,

Q die an dem Haken hängende Last,

$\mathfrak{S}$ die Spannungsintensität im Punkt D.

Dies vorausgesetzt, hat man vermöge der Gleichung (5), Seite 51, zur Bestimmung von $\mathfrak{S}$ folgenden Ausdruck:

$$\mathfrak{S} = \frac{Q \sin \varphi}{y^2 \frac{\pi}{4}} + \frac{Q\left(r + \frac{y}{2}\right) \sin \varphi}{\frac{\pi}{32} y^3} \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

und hieraus folgt:

$$\sin \varphi = \frac{\mathfrak{S}\, \pi}{16\, Q} \frac{y^3}{2\, r + 1{\cdot}25\, y} \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

Betrachtet man $\mathfrak{S}$ als eine constante Grösse, so bestimmt diese Gleichung eine Hakenform, bei welcher in allen Punkten der innern Rundung einerlei Spannung herrscht. Man erhält diese Form, indem man für y eine Reihe von Werthen annimmt, und vermittelst (2) die correspondirenden Werthe von $\sin \varphi$ oder von φ berechnet. Zeichnet man den innern Kreis vom Halbmesser r, trägt sodann die berechneten Winkel φ auf und die angenommenen Werthe von y, so ergibt sich die Hakenform.

Die Gleichung (2) kann auch geschrieben werden, wie folgt:

$$\sin \varphi = \frac{\mathfrak{S} \pi}{16} \frac{r^3}{Q} \frac{\left(\frac{y}{r}\right)^3}{2 + 1{\cdot}25\left(\frac{y}{r}\right)} \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

Nimmt man $\frac{r^2}{Q}$ constant, so werden alle Haken, es mag r gross oder klein sein, geometrisch-ähnliche Gebilde, und wenn einmal eine solche Hakenform richtig bestimmt worden ist, so braucht man diese in jedem folgenden Falle nur geometrisch-ähnlich nachzubilden, um abermals eine richtige Form zu erhalten.

Wir wollen daher für alle Haken der gleichen Art $\frac{r^2}{Q}$ constant annehmen.

Für Seilhaken ist es angemessen, die innere Weite $2\,r$ zwei mal so gross zu nehmen, als der Durchmesser des Seiles ist. Nach unserer Regel (Resultate für den Maschinenbau, Seite 38) ist der Durchmesser eines Seiles, das eine Last Q zu tragen hat, gleich $0{\cdot}113\sqrt{Q}$, wir nehmen daher:

$$\text{für Seilhaken} \left\{ \begin{array}{l} 2\,r = 2 \times 0{\cdot}113\sqrt{Q} \\ \quad r = 0{\cdot}113\sqrt{Q} \end{array} \right. \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

Für einfache Kettenhaken kann man den Durchmesser $2\,r$ der innern Höhlung drei mal so gross machen, als den Durchmesser eines Ketteneisens. Dieses ist aber nach der Seite 129 aufgestellten Regel gleich $= 0{\cdot}042\sqrt{Q}$, daher setzen wir:

$$\text{für einfache Kettenhaken} \left\{ \begin{array}{l} 2\,r = 3 \times 0{\cdot}042\sqrt{Q} \\ \quad r = 0{\cdot}063\sqrt{Q} \end{array} \right. \quad \ldots \quad (5)$$

Bei doppelten Kettenhaken hängt an jedem der beiden Haken die Hälfte der ganzen Last, kann daher genommen werden:

$$r = 0{\cdot}063\sqrt{\frac{Q}{2}} = 0{\cdot}0445\sqrt{Q} \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

Wir erhalten daher:

$$\left. \begin{array}{lll} \text{für Seilhaken} \;\ldots & \frac{r^2}{Q} = (0{\cdot}113)^2 = \frac{1}{81} \\ \text{für einfache Kettenhaken} & \frac{r^2}{Q} = (0{\cdot}063)^2 = \frac{1}{256} \\ \text{für doppelte Kettenhaken} & \frac{r^2}{Q} = (0{\cdot}0445)^2 = \frac{1}{512} \end{array} \right\} \quad \ldots \quad (7)$$

Damit diese Haken eben so stark in Anspruch genommen werden wie die Ketten und wie die Seile, wollen wir setzen:

$$\left.\begin{array}{ll}\text{für Kettenhaken} & \mathfrak{S} = 0{\cdot}4 \times 7000 = 2800 \\ \text{für Seilhaken} & \mathfrak{S} = \frac{1}{5} \times 7000 = 1400\end{array}\right\} \quad . \; . \; . \; (7)$$

Dann wird vermöge (3):

$$\text{für Seilhaken} \;\; . \; . \; . \;\; \sin\varphi = 3{\cdot}40 \, \frac{\left(\frac{y}{r}\right)^3}{2 + 1{\cdot}25 \left(\frac{y}{r}\right)}$$

$$\text{für einfache Kettenhaken} \; \sin\varphi = 2{\cdot}15 \, \frac{\left(\frac{y}{r}\right)^3}{2 + 1{\cdot}25 \left(\frac{y}{r}\right)}$$

$$\text{für Doppelkettenhaken} \;\; \sin\varphi = 1{\cdot}07 \, \frac{\left(\frac{y}{r}\right)^3}{2 + 1{\cdot}25 \left(\frac{y}{r}\right)}$$

Vermittelst dieser Ausdrücke können die Hakenformen berechnet werden. Wir beschränken uns aber auf die Bestimmung der grössten Dicke des Hakeneisens bei J G.

Nennen wir $\overline{JG} = \varDelta$, so muss für $\frac{y}{r} = \frac{\varDelta}{r}$, $\sin\varphi = 1$ werden. Man findet:

$$\text{für Seilhaken} \; . \; . \; . \; . \;\; \varDelta = 0{\cdot}982 \; r = 0{\cdot}111 \; \sqrt{Q}$$

$$\text{für einfache Kettenhaken} \;\; \varDelta = 1{\cdot}160 \; r = 0{\cdot}073 \; \sqrt{Q}$$

$$\text{für Doppelkettenhaken} \;\; \varDelta = 1{\cdot}540 \; r = 0{\cdot}0685 \; \sqrt{Q}$$

Die in der folgenden Tabelle zusammengestellten Abmessungen sind unter folgenden Voraussetzungen berechnet. Für Seilhaken: $\mathfrak{S} = 1400$, Durchmesser (2 r) der innern Krümmung gleich 1·5 Seildurchmesser.

Für Kettenhaken: $\mathfrak{S} = 2800$, Durchmesser (2 r) der innern Höhlung gleich zwei mal so gross als der Durchmesser des Ketteneisens der Kette, die in den Haken eingehängt wird.

Objekt.	Einheiten.	Halbmesser der innern Krümmung r.	Grösste Dicke des Hakeneisens Δ.	Durchmesser der Säule D.
Seilhaken	Seildurchmesser.	0·75	0·91	0·50
Einfacher Kettenhaken	Durchmesser des Ketteneisens.	1·00	1·61	1·00
Doppelter Kettenhaken	Durchmesser des Ketteneisens	0·71	1·49	1·00

Schrauben zur Verbindung von Körpern.

Erklärungen. Um zwei Körper zweckmässig zu verbinden, muss man die Kräfte beachten, welche auf die Körper einwirken; ob sie dieselben entweder gegen einander pressen, oder von einander zu entfernen suchen, oder endlich gegen einander verschieben wollen. Im ersteren Falle ist eine eigentliche Verbindung nur nothwendig, damit nicht etwa durch zufällig einwirkende störende Kräfte eine Aenderung in der relativen Lage der Körper veranlasst wird. Zuweilen genügt in diesem Falle die durch den wechselseitigen Druck der Körper gegen einander entstehende Reibung. Im zweiten Fall werden gewöhnlich Nieten oder Schrauben angewendet. Im dritten Fall kann wohl auch zuweilen die Verbindung der Körper vermittelst Nieten und Schrauben genügen; wenn jedoch die auf Verschiebung wirkenden Kräfte eine grosse Intensität haben, so ist es besser, die beiden Körper noch überdies ineinandergreifend zu bilden, so dass die Schrauben und Nieten eigentlich nur zusammenhalten, während das Ineinandergreifen gegen die Verschiebung schützt.

Wir sprechen nun zunächst von der Verbindung zweier Körper vermittelst Schrauben, und setzen dabei voraus, dass die auf die Körper einwirkenden Kräfte eine Trennung der Körper nach einer auf die Berührungsfläche senkrechten Richtung hervorzubringen streben.

Es seien z. B. A und B Fig. 7, Tafel VI. zwei durch eine Schraube zu verbindende Platten, die durch zwei Kräfte P und P von einander gezogen werden. Die Dimensionen einer solchen Schraubenverbin-

 T. d. i. 1239 Pfd pro 1 qa.

dung können nicht alle auf rationellem Wege, sondern müssen theilweise durch Erfahrung bestimmt werden.

Die Länge des Bolzen c wird vorzugsweise durch die Summe der Dicken der beiden Platten bestimmt. Der Bolzenquerschnitt muss natürlich der Kraft P und der Bolzendurchmesser d der Quadratwurzel aus dieser Kraft proportional genommen werden.

Durch eine Vergleichung der Dimensionen und Anzahl der Deckelschrauben von Dampfcylindern habe ich gefunden, dass jeder Quadratcentimenter des Querschnittes einer solchen Schraube mit nur 100 Kilogramm gespannt, also ungefähr nur auf den $\frac{4000}{100} =$ 40sten Theil der absoluten Festigkeit in Anspruch genommen ist, und ungefähr das Gleiche habe ich auch bei andern Schraubenverbindungen gefunden. Wir dürfen uns also erlauben, für gewöhnliche Schraubenverbindungen die Regel aufzustellen, dass die Spannungsintensität eines Schraubenbolzen 100 Kilogramm betragen darf, dann ist zu setzen:

$$\frac{d^2 \pi}{4} 100 = P, \text{ demnach } d = \frac{1}{9} \sqrt{P} = 0{\cdot}0315 \sqrt{P} \quad (1) \text{ Zoll}$$

Alle übrigen Dimensionen der Schraubenverbindung, namentlich die Dimensionen des Bolzenkopfs, der Gewinde und der Mutter müssen durch Erfahrung ermittelt werden.

Was zunächst die Gewinde betrifft, so dürfen diese nicht bei grossen und kleinen Bolzen geometrisch ähnlich gemacht werden. Man denke sich, dass man einen Bolzen von 2 Centimeter Durchmesser mit ganz angemessenen Gewinden versehe. Würde man diese Schraube geometrisch ähnlich einmal vier mal kleiner, das andere mal vier mal grösser ausführen, so ist leicht zu erkennen, dass die Gewinde im ersteren Falle zu fein im letzteren Falle zu gross ausfielen, woraus zu ersehen ist, dass bei kleinen Schrauben die Gewinde verhältnissmässig zum Bolzendurchmesser grösser genommen werden müssen, als bei grossen Schraubenbolzen, und dies ist auch in der That bei den Gewinden der Fall, die man bei gut construirten Maschinen anwendet. *Whitworth* war es, der zuerst bestimmte empirische Regeln für die Bestimmung der Gewinde aufgestellt hat. Ich habe diese Regeln für Schrauben einer Prüfung unterworfen, und habe dabei mancherlei Unregelmässigkeiten gefunden, was mich veranlasste, die Whitworth'schen Gewinddimensionen nicht unmittelbar als Regel anzunehmen, sondern vielmehr die Regel empirisch aufzusuchen, welche den Whitworth'schen Schrauben entspricht. Auf diesem Wege haben sich folgende Resultate ergeben.

Nennt man Fig. 8 und 9, Tafel VI.:

P die Kraft in Kilogrammen, welche den Schraubenbolzen abzureissen strebt,
d den Durchmesser des Schraubenbolzens,
d_1 den inneren Gewinddurchmesser,
D_1 die Schlüsselweite oder den Durchmesser des Kreises, welcher dem sechsseitigen Grundriss der Schraubenmutter eingeschrieben werden kann,
h die Höhe der Mutter,
n die Anzahl der Gewinde, welche auf einer Länge gleich dem Durchmesser d vorkommen sollen,

so geben die nachstehenden Formeln Dimensionen, welche denen von *Whitworth* gewählten sehr nahe kommen.

a) für Schrauben mit scharfen Gewinden, Fig. 8:

$$d = \frac{1}{9}\sqrt{P}$$

$$n = \sqrt[3]{48 + 168\,d}$$

$$d_1 = \frac{n-2}{n}\,d$$

$$D_1 = 0{\cdot}5 + 1{\cdot}4\,d$$

$$h = \frac{2}{3}\,D_1$$

b) für Schrauben mit flachen Gewinden, Fig. 9:

$$d = \frac{1}{9}\sqrt{P}$$

$$n = \frac{1}{2}\sqrt[3]{48 + 168\,d}$$

$$d_1 = \frac{n-1}{n}\,d$$

$$D_1 = 0{\cdot}5 + 1{\cdot}4\,d$$

$$h = D_1$$

Die Dimensionen, welche diese Formeln geben, sind in der Tabelle Seite 42 der Resultate für den Maschinenbau, vierte Auflage, zusammen gestellt.

Für eine Maschinenwerkstätte ist es das Beste, wenn sie sich weder der Formeln noch der Tabelle bedient, sondern alle Schrauben in Naturgrösse nach diesen oder ähnlichen Regeln verzeichnet und in allen Arbeitszeichnungen genaue Copien macht.

Zur Verzeichnung der Schrauben im kleineren Maassstabe kann man die nachstehenden mittleren Werthe annehmen:

n Anzahl der Gewinde auf den Durchmesser . . . . $= 8$

d_1 innerer Gewinddurchmesser . . . . $= \frac{3}{4}\, d$

h Höhe der Schraubenmutter . . . , ... $=\; d$

D_1 Schlüsselweite . . . . $= \frac{3}{2}\, d$

Halbmesser der oberen kugelförmigen Wölbung des Mutterkörpers . . . . $= 3\, d$

Halbmesser der Abrundungen am sechsseitigen Prisma $= \frac{3}{2}\, d$

Beispiele über die Verbindung vermittelst Schrauben. Um die mannigfaltigen Anwendungen der Schrauben zur Verbindung von Körpern zu erklären, mögen folgende Beispiele dienen. (Tafel VII. der Resultate für den Maschinenbau):

Fig. 2. Schraubenverbindung mit eingeankertem Bolzen. Der unten ankerförmige Bolzen ist in einen gusseisernen Körper eingelegt und die Platte wird vermittelst der Mutter mit dem Körper verbunden.

Fig. 3. Verbindung dreier Körper a b c vermittelst einer Schraube. Der Bolzen ist an beiden Enden mit Gewinden versehen und mit einem mittleren Bolzenkopf, der in den mittleren Körper zu liegen kommt. Durch die untere Schraubenmutter werden die Körper b und c, durch die obere Schraubenmutter die Körper a und b verbunden. Diese Verbindung kann z. B. gebraucht werden, um den Körper eines Zapfenlagers mit der Lagerplatte und zugleich den Lagerdeckel gegen den Lagerkörper zu verbinden, so dass die Schrauben, vermittelst welcher bei gewöhnlichen Zapfenlagern die Lagerkörper mit den Lagerplatten verbunden werden, ganz wegfallen können, was dann zur Folge hat, dass die Lagerplatte in der Richtung ihrer Länge hin nur eine geringe Ausdehnung erhält. Dies ist, wenn man im Raum beengt ist, zweckmässig.

Fig. 4. Schraubenbolzen, der an einen Zapfen gesteckt ist. Diese Verbindung wird zuweilen bei Stopfbüchsen angewendet, um den Deckel gegen den Körper der Stopfbüchse zu schrauben.

Fig. 5. Mit einem Keile eingelegter Schraubenbolzen. Diese Anordnung wird z. B. angewendet, um eine eiserne Säule mit einer

Grundplatte oder um ein eisernes Gebälk mit einer eisernen Säule zu verbinden. Der Körper a mag z. B. das obere Ende der Säule, der Körper b das Gebälk vorstellen. Der Bolzen ist in der ausgebohrten Säule herabgesteckt und mit derselben vermittelst eines quer durch gesteckten Keiles c mit der Säule verbunden. Das Gebälk b wird vermittelst der Schraubenmutter mit der Säule verbunden.

Fig. 6. Schraube mit viereckigem Bolzen. Derlei Schrauben werden angewendet, damit sich der Bolzen beim Anziehen der Mutter nicht mitdrehen kann.

Fig. 7. Schraube mit einem Bolzen, der mit einem Gewinde in den einen der zu verbindenden Körper eingeschraubt wird. Zuweilen ist es nicht möglich, den Bolzen mit einem Kopf zu versehen. Man schraubt in diesem Fall den Bolzen selbst in einen der Körper hinein. Um dabei den Bolzen mit einem Schlüssel anfassen zu können, werden an demselben zwei parallele ebene Flächen angefeilt.

Fig. 8. Bolzen mit einem versenkten Kopfe. Diese Bolzen werden angewendet, wenn über die Fläche des einen der zu verbindenden Körper nichts hervorragen darf. Allein diese Verbindung macht ziemlich viel Arbeit, weil der Bolzenkopf konisch abgedreht und der eine Körper konisch ausgerieben werden muss.

Fig. 9. Bolzen mit einer Nase, welche die Drehung desselben verhindert, während die Mutter angezogen wird.

Fig. 10. Schraube zur Verbindung eines eisernen Körpers mit einem Fundamentsteine. Wenn der Bolzen durch den Stein nicht ganz durchgehen kann oder nicht ganz durchgehen soll, wird er mit dem Stein in folgender Weise verbunden: Der Theil des Bolzen, welcher in den Stein eingesenkt wird, wird viereckig pyramidal geformt, die Kanten eingehackt; sodann in eine in den Stein gemeiselte pyramidale Vertiefung eingesenkt und durch vier Eisenstäbe verkeilt, worauf noch die leeren Räume zwischen dem Bolzen und dem Steine mit Blei ausgegossen werden können. Ist auf diese Weise der Schraubenbolzen mit dem Steine verbunden, so kann der Eisenkörper leicht angeschraubt werden.

Fig. 1. Fundament-Schraube. Bei kräftigen Maschinen werden häufig die Gestelle oder andere Maschinentheile gegen Steinfundamente geschraubt und muss dies in solcher Weise geschehen, dass die Verbindung nicht bloss mit der obersten Steinlage, sondern mit der ganzen Steinmasse des Fundamentes eintritt. Eine solche Verbindung wird namentlich bei Kurbellagern und überhaupt in allen den Fällen nothwendig, wenn auf die mit dem Fundament zu verbindenden Körper nach vertikaler Richtung aufwärts sehr mächtige Kräfte K

einwirken. Unter solchen Umständen ist eine solide Befestigung nur dadurch möglich, indem man die Fundamentsteine beträchtlich schwerer macht, als die Kraft K ist, und dann den Körper mit dem ganzen Fundament und nicht bloss mit dem obersten Stein verbindet. Man muss also durch das ganze Fundament hinab Bolzenlöcher bohren, die Bolzenstangen hinabsenken, unten wie oben Platten anbringen und dieselben unten mit Keilen, oben mit Schrauben mit dem Fundament verbinden. Oder mit anderen Worten: es ist die ganze Steinmasse des Fundamentes durch Bolzen, welche dasselbe durchdringen, zwischen zwei Eisenplatten zu schrauben, und dann kann der mit dem Fundament zu befestigende Körper gegen die obere der beiden Platten geschraubt werden.

Verbindung gußeiserner, plattenförmiger Körper vermittelst Schrauben.
(Tafel VIII. der Resultate für den Maschinenbau.)

Bei den Verbindungen gusseiserner plattenförmiger Körper müssen, wenn eine grössere Genauigkeit und Solidität gefordert wird, drei Bedingungen erfüllt werden: 1) müssen die Flächen, in welchen sich die Körper zu berühren haben, sorgfältig auf der Drehbank oder Hobelmaschine glatt bearbeitet werden; 2) müssen die Bolzenlöcher gebildet werden, indem man die glatt bearbeiteten Theile der Platten aufeinanderlegt und den Bohrer durch beide Platten arbeiten lässt; 3) müssen die Platten ineinandergreifend eingerichtet und nicht bloss zusammen geschraubt werden, wenn dieselben einer Gegeneinander-Verschiebung ausgesetzt sind.

Beispiele solcher Verbindungen sind folgende:

Fig. 1. Einfache Ueberplattung. Die Berührungsflächen der beiden Platten haben glatt gehobelte Säume, und an einer der beiden Seiten bilden die Platten eine continuirlich fortlaufende Ebene. Diese Verbindung ist genügend, wenn auf die Platten keine Kräfte einwirken, die eine Verschiebung derselben hervorbringen würden.

Fig. 3. Verbindung eines Radarmes mit einem Radringe. Das Ende des Armes ist zwischen zwei an den Radring angegossene Leisten eingelegt. Alle Flächen, in welchen sich die beiden Körper berühren, sind glatt gehobelt. Die Schrauben haben nur zusammen zu halten, die Leisten schützen gegen Verschiebung.

Fig. 2. Verbindung eines Radarmes a mit zwei aneinander stossenden Radsegmenten $b\ b_1$. An den Segmenten sind die Ansätze $c\ c_1$ angegossen und werden von dem Ende des Armes umfasst. Alle Flächen, in welchen sich die Körper berühren, sind glatt gearbeitet. Die Schrauben haben nur zusammenzuhalten, weil die Ansätze $c\ c_1$ von dem Arm umfasst werden.

Fig. 4. Verbindung mit Einlegscheiben. Diese Verbindung ist wohl die beste, die man überhaupt machen kann. Dieselbe wird auf folgende Weise ausgeführt: Zuerst werden die Platten an den Theilen, die in Berührung kommen sollen, glatt gehobelt. Sodann werden die Platten aufeinander gelegt und die Bolzenlöcher durchgebohrt. Hierauf werden die Platten wiederum auseinander gelegt und werden vermittelst einer Fräse die runden Vertiefungen, in welche die Einlegscheiben zu legen sind, ausgearbeitet. Dann werden die glatt zu bearbeitenden Einlegscheiben und Bolzen angefertigt. Ist dies alles geschehen, so werden in eine der beiden Platten die Einlegscheiben eingelegt, die zweite Platte darüber gelegt und werden endlich die Bolzen durchgesteckt und die Schraubenmutter angezogen. Diese Verbindung ist deshalb so vorzüglich, weil bei derselben keine Handarbeit, kein Meiselhieb oder Feilenstrich vorkommt.

Fig. 5 bis 8 zeigen Gefässwände-Bildungen aus gusseisernen Platten und zwar für solche Gefässe, die keinen stärkeren Krafteinwirkungen ausgesetzt sind, und nur gegen das Entweichen der Flüssigkeiten hinreichende Dichtigkeit gewähren sollen.

Vernietungen.

Nieten.

Allgemeine Erklärungen. Das Eisenblech spielt gegenwärtig im technischen Gebiete eine sehr ausgedehnte Rolle. Die mannigfaltigsten Gegenstände werden daraus gefertiget. Gefässe aller Art, kleine und grössere Röhren, Dampfbehälter, Gasbehälter, Wasserbehälter, Schiffe, ferner Tragbalken, Maschinengestelle, kleinere und grössere Brücken. Diese vielseitige Verwendung des Bleches für mannigfaltige Construktionen ist durch die Verbindungsweise der Bleche, ist durch die Vernietung möglich geworden; es ist daher wohl der Mühe werth, diese Verbindung auf das Genaueste zu studiren.

Die Verbindung zweier Bleche vermittelst Nieten geschieht auf folgende Weise: Die zu verbindenden Bleche werden längs ihren Rändern mit einer Reihe von äquidistanten Durchlochungen versehen, hierauf aufeinander gelegt und dann durch Nieten verbunden. Jede solche Niete wird in Gesenken geschmiedet, hierauf in glühendem Zustande durch zwei correspondirende Durchlochungen der Bleche getrieben, worauf dann vermittelst Hämmern aus dem in glühendem Zustande befindlichen, aus dem Blech hervorragenden Ende des Bolzens ein halbkugelförmiger oder konischer Kopf geschmiedet wird.

Fig. 1, Tafel VII. zeigt die durch die Bleche gesteckte Niete, Fig. 2 die fertige Niete. Um den Kopf c der Niete zu bilden, werden gewöhnlich Handhämmer, zuweilen auch Nietmaschinen gebraucht. Im ersten Falle wird das Blech auf eine feste Unterlage gelegt, oder es wird gegen den bereits vor dem Durchstecken des Bolzens durch die Bleche an dem Bolzen befindlichen Kopf a ein Hammer angedrückt und wird hierauf aus dem über die Bleche hervorragenden glühenden Theil des Bolzens durch geeignet geformte Hämmer der Kopf c allmählig gebildet. Zuletzt wird gewöhnlich noch ein Setzhammer angewendet, theils um die Form des Kopfes regelmässiger auszubilden, theils um den unteren Rand des Kopfes bei b fest in das Material des Bleches einzutreiben. Zuletzt, wenn auf diese Weise eine Reihe von Nieten angefertiget worden ist, wird noch das eine Blech bei d mit seinem Rande vermittelst Stemmeisen in das andere Blech hineingetrieben.

Die Bedingungen einer guten Vernietung sind: 1) Eine angemessene Entfernung der in den Reihen aufeinander folgenden Nieten. 2) Angemessene Dimension des Bolzens und der Bolzenköpfe im Verhältniss zur Blechdicke. 3) Genaues Aufeinanderpassen der Durchlochungen, durch welche ein Bolzen getrieben wird. 4) Genaues Einpassen der Bolzen in die Durchlochungen.

Was die Dimensionen der Nieten und ihre Entfernungen in der Vernietung anbelangt, so werden in Folgendem die geeigneten Untersuchungen hierüber folgen. Die Durchlochung der Bleche geschieht gewöhnlich vermittelst einer sogenannten Lochmaschine. Diese ist mit einem Stempel von Stahl versehen und drückt denselben durch das Blech. Für sehr wichtige Constructionen und wenn eine sehr vollkommene Verbindung gefordert wird, ist es jedoch das Beste, wenn die zu verbindenden Bleche mit ihren Rändern auf einander gelegt werden und wenn dann die Duchlochung durch einen Bohrer einer vertikalen Bohrmaschine geschieht. Nur auf diese Weise ist es möglich, ganz runde und genau aufeinander passende Durchlochungen mit ganz reinen, nicht aufgerissenen Rändern zu erhalten. Damit der Bolzen die Durchlochungen vollkommen ausfüllt, muss der Durchmesser desselben so gross sein, dass bereits einige Kraft nothwendig ist, wenn man den Bolzen im kalten Zustande durch die Löcher treiben will, so dass also ziemlich kräftige Hammerschläge nothwendig sind, um die glühend gemachten Bolzen durch die Löcher zu treiben.

 L Dampfbehältern

Was den Durchmesser der Bolzen und ihre Entfernung betrifft, so richten sich diese nach der Bestimmung des Gegenstandes, der durch die Vernietung entstehen soll. Es kann nämlich von der Vernietung 1) Festigkeit, 2) Dichtigkeit, oder 3) Festigkeit und Dichtigkeit gefordert werden. Das erstere ist der Fall bei Tragbalken, Tragröhren, Blechbrücken, und das zweite bei Gasbehältern L, das letzte endlich bei Dampfkesseln, Dampfschiffen etc.

Wir wollen nun die Festigkeitsverhältnisse verschiedener Vernietungsweisen untersuchen.

Einfache Vernietung zweier Bleche. Fig. 3 und 4, Tafel VII. Es seien U und O zwei durch eine einfache Nietreihe verbundene Bleche, die durch zwei Kräfte nach entgegengesetzten Richtungen gezogen werden.

Nennen wir: T das Nietenmittels

δ die Dicke der Bleche,

d den Durchmesser eines Nietbolzens,

e Fig. 4, die Entfernung der Mittelpunkte zweier unmittelbar aufeinander folgenden Nieten,

e_1 die Entfernung T ~~eines Bolzenrandes~~ vom Rand des Bleches,

f das Verhältniss zwischen der Festigkeit des Bleches und der Festigkeit der Vernietung.

Denkt man sich die verbundenen Bleche der Einwirkung der Kräfte ausgesetzt, so kann diese Verbindung möglicher Weise aufgehoben werden, 1) wenn die Blechstücke zwischen den Nieten abreissen; 2) wenn die Nietbolzen abgescheert werden; 3) wenn durch die Bolzen die Blechränder bei a b hinausreissen. Offenbar müssen wir von einer guten Vernietung fordern, dass keine dieser drei Möglichkeiten eher eintritt als die andere, und da wir den Abscheerungswiderstand der absoluten Festigkeit gleich setzen dürfen, so muss der Querschnitt $\delta\,(e-d)$ des Bleches zwischen zwei Nieten gleich gesetzt werden dem Querschnitt $\frac{d^2\pi}{4}$ eines Bolzens und gleich gesetzt werden dem Querschnitt $2\,e_1\,\delta$, der durch das Ausreissen eines Bolzens abgescheert werden müsste. Wir erhalten daher:

$$\delta\,(e-d) = \frac{d_2\,\pi}{4} = 2\,e_1\,\delta \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Hieraus findet man leicht folgende Beziehungen:

$$\frac{e}{\delta} = \frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 + \frac{d}{\delta} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

$$\frac{e_1}{\delta} = \frac{\pi}{8}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Dies sind nun die Bedingungen, die erfüllt werden müssen, damit die Vernietung in allen Theilen einerlei Festigkeit gewähren kann. Was nun die Grösse f betrifft, so wird diese offenbar durch das Verhältniss $\frac{e}{e-d}$ bestimmt. Man hat daher:

$$f = \frac{e}{e-d}$$

oder wenn man den Werth von e vermittelst (2) eliminirt:

$$f = 1 + \frac{4}{\pi}\left(\frac{\delta}{d}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

$$\frac{d}{\delta} = \frac{4}{\pi(f-1)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Die Gleichung (4) zeigt zunächst, dass die Vernietung immer schwächer ist, als das Blech selbst, denn f ist immer grösser als die Einheit. Auch zeigt diese Gleichung, dass es hinsichtlich der Festigkeit vortheilhaft ist, die Bolzendicke d im Verhältniss zur Blechdicke δ gross zu nehmen, denn wenn $\frac{d}{\delta}$ gross ist, fällt vermöge (4) f klein aus.

Die Gleichung (2) zeigt ferner, dass die Bolzendistanz mit dem Verhältniss $\frac{d}{\delta}$ wächst. Einer festen Vernietung (für welche $\frac{d}{\delta}$ gross sein muss), entsprechen demnach weit gestellte, einer schwachen Vernietung dagegen (für welche $\frac{d}{\delta}$ klein ist), eng gestellte Bolzen.

Hieraus ergibt sich, wie das Verhältniss $\frac{d}{\delta}$ unter verschiedenen Umständen gewählt werden soll.

Wenn nämlich eine Vernietung nur allein Festigkeit gewähren soll, ist es vortheilhaft, starke aber weit gestellte Bolzen zu nehmen. Handelt es sich dagegen nicht um Festigkeit, sondern nur allein um Dichtigkeit, so ist es vortheilhafter, kleine und eng gestellte Bolzen zu nehmen. Soll endlich die Vernietung sowohl Festigkeit als auch Dichtigkeit gewähren, so muss man eine Vernietung wählen mit Bolzen von mittlerer Dicke und mittlerer Entfernung.

Aus den aufgestellten Gleichungen folgt:

für $\frac{d}{\delta}$ =	1·0	1·5	2	2·5	3
f =	2·27	1·85	1·64	1.51	1·42
$\frac{e}{\delta}$ =	1·78	3·26	5·14	7·41	10·06
$\frac{e_1}{\delta}$ =	0·39	0·88	1·56	2·44	3·51

Eine Vergleichung der Zahlen dieser Tabelle mit verschiedenen Vernietungen an Dampfkesseln, Dampfschiffen, Gasometern und Brückenconstruktionen hat gezeigt, dass die Annahmen

$\frac{d}{\delta} = 2·5$ für Vernietungen, die nur Festigkeit erfordern,

$\frac{d}{\delta} = 1·5$ „ „ „ „ Dichtigkeit erfordern,

$\frac{d}{\delta} = 2·0$ „ „ „ Festigkeit und Dichtigkeit erfordern,

angemessen sind. Die Festigkeiten dieser drei Vernietungen sind 0·7, 0·61, 0·54 von der Festigkeit des Bleches.

In Bezug auf die Enfernung e_1 ist zu bemerken, dass dieselbe etwas grösser genommen werden kann, als die Rechnung gibt, denn diese bestimmt eigentlich nur die kleinsten Werthe von e_1; es ist jedoch andererseits nicht gut, e_1 zu gross zu nehmen, weil sich sonst die Blechwand nicht gut verstemmen lässt.

Doppelte und mehrfache Vernietung zweier Bleche. Fig. 5 und 6, Tafel VII. Damit eine Vernietung mit zwei Nietreihen, in allen Theilen einerlei Festigkeit gewährt, muss offenbar der Querschnitt $\delta\,(e-d)$ des Bleches zwischen zwei Bolzen einer Reihe gleich sein der Summe der Querschnitte zweier Bolzen oder gleich sein $2\,\frac{d^2\,\pi}{4}$, vorausgesetzt, dass die Festigkeit eines Materials gegen das Abscheeren gleich ist seiner absoluten Festigkeit. Man hat daher für eine solche doppelte Vernietung zu setzen:

$$\delta\,(e-d) = 2\,\frac{d^2\,\pi}{4}$$

woraus folgt:

$$\frac{e}{\delta} = \frac{d}{\delta} + \frac{\pi}{2}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 \quad \dots\dots\dots \quad (6)$$

Das Festigkeitsverhältniss ist hier wie früher $f = \frac{e}{e-d}$, oder, wenn man für e aus (6) seinen Werth setzt:

$$f = 1 + \frac{2}{\pi}\left(\frac{\delta}{d}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Dieser Werth von f ist für den gleichen Werth von $\left(\frac{d}{\delta}\right)$ kleiner, als derjenige (4), den wir früher für die einfache Vernietung gefunden haben, oder die Vernietung mit zwei Nietenreihen gewährt im Allgemeinen eine grössere Festigkeit, als die Vernietung mit einer Nietreihe. Aus den Gleichungen (6) und (7) folgt:

für $\frac{d}{\delta} =$	1·0	1·5	2·0	2·5	3·0
$\frac{e}{\delta} =$	2·6	5·0	8·3	11·3	14·1
$\frac{1}{f} =$	0·60	0·70	0·75	0·80	0·83

Wenn die Vernietung mit mehr als zwei, z. B. im Algemeinen mit i Nietreihen in allen Theilen einerlei Festigkeit gewähren soll, muss der Querschnitt $\delta\,(e - d)$ des Bleches zwischen zwei unmittelbar aufeinander folgenden Nieten einer Reihe gleich sein dem i-fachen Querschnitt eines Bolzens und man hat daher in diesem Falle zu setzen:

$$\delta\,(e - d) = i\,\frac{d^2\,\pi}{4}$$

$$f = \frac{e}{e - d}$$

und daraus findet man leicht:

$$\frac{e}{\delta} = \frac{d}{\delta} + i\,\frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

$$f = 1 + \frac{4}{i\,\pi}\left(\frac{\delta}{d}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Aus dieser Gleichung (9) sieht man, dass zwar die Festigkeit einer Vernietung mit der Anzahl der Nietreihen fort und fort wächst, dass jedoch, wie gross man auch i annehmen mag, niemals $f = 1$ werden kann, d. h. dass die Festigkeit jeder Vernietung kleiner ist, als die Blechfestigkeit.

Vergleichung einer einfachen Vernietung mit einer doppelten. Wir wollen uns die Frage zur Beantwortung vorlegen, wie sich die Festigkeiten einer einfachen und einer doppelten Vernietung verhalten, wenn in beiden Vernietungen gleich viel Nietbolzen angewendet werden.

Bezeichnen wir für die doppelte Vernietung mit d_1 e_1 f_1 die analogen Grössen, die bei der einfachen Vernietung mit d e f bezeichnet werden, so haben wir vermöge (2) und (4):

$$\frac{e}{\delta} = \frac{d}{\delta} + \frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

$$f = 1 + \frac{4}{\pi}\left(\frac{\delta}{d}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

und vermöge (6) und (7):

$$\frac{e_1}{\delta} = \frac{d_1}{\delta} + \frac{\pi}{2}\left(\frac{d_1}{\delta}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

$$f_1 = 1 + \frac{2}{\pi}\left(\frac{\delta}{d_1}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

Die Anzahl der Nieten, welche auf einen Meter oder 100 Centimeter Länge der Vernietungen vorkommen, sind für die einfache Vernietung $\frac{100}{e}$, für die doppelte Vernietung dagegen $2\,\frac{100}{e_1}$.

Beide Vernietungen haben daher gleich viel Nieten, wenn:

$$\frac{100}{e} = 2 \cdot \frac{100}{e_1}$$

oder wenn:

$$e_1 = 2\,e \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

ist. Führen wir diesen Werth von e_1 in (12) ein und suchen hierauf $\frac{d_1}{\delta}$, so findet man mit Berücksichtigung von (10):

$$\frac{d_1}{\delta} = -\frac{1}{\pi} + \sqrt{\left(\frac{1}{\pi}\right)^2 + \frac{4}{\pi}\left(\frac{d}{\delta}\right) + \left(\frac{d}{\delta}\right)^2} \quad \ldots \quad (15)$$

Durch diese Gleichung wird der Durchmesser eines Bolzens der doppelten Vernietung bestimmt, hat man denselben berechnet; so findet man aus (11) und (13):

$$\frac{f_1}{f} = \frac{\pi + 2\left(\frac{\delta}{d_1}\right)}{\pi + 4\left(\frac{\delta}{d}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

Es sei z. B. für die einfache Vernietung $\frac{d}{\delta} = 2$, so folgt aus der Gleichung (15):

$$\frac{d_1}{\delta} = -\frac{1}{3{\cdot}14} + \sqrt{\left(\frac{1}{3{\cdot}14}\right)^2 + \frac{4}{3{\cdot}14}\ 2 + 4} = 2{\cdot}26$$

und nun findet man aus (16):

$$\frac{f_1}{f} = 0{\cdot}82$$

Die doppelte Vernietung ist daher, wenn sie eben so viel Nieten erhält als die einfache und wenn ferner jede der beiden Vernietungen in allen Theilen einerlei Festigkeit gewährt, im Verhältniss $\frac{1}{0{\cdot}82} : 1 = 1{\cdot}22 : 1$ fester, als die einfache Vernietung; die doppelte Vernietung erfordert jedoch etwas stärkere Bolzen als die einfache, denn für die Annahme $\frac{d}{\delta} = 2$ haben wir gefunden $\frac{d_1}{\delta} = 2{\cdot}26$ und diese stärkeren Nieten verursachen etwas mehr Arbeit. Für wichtige Verbindungen verdient daher die doppelte Vernietung den Vorzug.

Die Bandvernietung. Fig. 7 und 8, Tafel VII. Bandvernietung wollen wir eine Vernietung nennen, bei welcher die Bleche stumpf an einander gestossen und mit einem längs der Stossfuge hinlaufenden Blechband vernietet werden. Bei dieser Vernietung bildet demnach die eine Seite der Verbindung eine continuirlich fortlaufende Ebene, was in vielen Fällen wünschenswerth oder nothwendig ist. Werden die beiden Bleche durch die auf sie einwirkenden Kräfte auseinander gezerrt, Fig. 7, so ist klar, dass jede der beiden Nietreihen nach der Regel construirt werden muss, welche wir für die einfache Vernietung aufgestellt haben, dass also im Ganzen diese Bandvernietung zwei mal so viel Nieten erfordert, als eine einfache Vernietung, daher nicht angewendet werden soll, ausgenommen dann, wenn die eine Seite der Verbindung eine fortlaufende Ebene darbieten soll.

Wenn dagegen die beiden Bleche durch die auf sie einwirkenden Kräfte nicht auseinander gezerrt, sondern wie in Fig. 8, Tafel VII., angedeutet ist, gegen einander gepresst werden, kann diese Bandvernietung allerdings sehr zweckmässig werden, weil in diesem Falle die Nieten durch die auf die Bleche einwirkenden Kräfte gar nicht affizirt werden; man kann daher in diesem Fall mit wenigen und schwachen Bolzen vollkommen ausreichen, und es genügt jedenfalls, wenn man die Bolzendistanz doppelt so gross nimmt, als bei einer einfachen Vernietung. Ich stelle daher für eine solche Bandvernietung, bei welcher die Bleche gegen einander gedrückt werden, die Regel auf:

Durchmesser eines Bolzens . . . . $= 1\cdot5\ \delta$

Entfernung zweier Bolzen in einer Bolzenreihe . . $= 10\ \delta$

Diese Bandvernietung wird unter anderen in den Wandconstruktionen der Dampfschiffe angewendet, was auch ganz angemessen ist, weil da die Bleche gegen einander gedrückt werden.

Die Kettenvernietung Fig. 9, Tafel VII. Kettenvernietung wollen wir eine Vernietung nennen, bei welcher die beiden Bleche stumpf aneinander gestossen und gegen zwei längs der Stossfuge herlaufende Blechbänder genietet werden. Jeder Bolzen widersteht hier mit zweien seiner Querschnitte gegen das Abscheeren, daher erhält man zur Bestimmung der Dimensionen dieser Vernietung dieselben Gleichungen, welche für die doppelte Vernietung aufgestellt wurden. Diese Kettenvernietung ist also eben so fest und braucht eben so viel (jedoch längere) Nieten, als die doppelte Vernietung, ist daher dieser letzteren (wegen der Bolzenlänge und vieler Durchlochungen) nicht vorzuziehen.

Für den Fall, dass die Kräfte die Bleche nicht auseinander zerren, sondern gegen einander drücken, ist der einfachen Bandvernietung der Vorzug zu geben.

Leichte Vernietungen. Leichte Vernietungen wollen wir solche nennen, bei welchen die Nieten nicht gegen eine Verschiebung zu schützen, sondern nur die zu verbindenden Theile zusammen zu halten haben. Oder mit anderen Worten solche Verbindungen, bei welchen die Nieten gar nicht oder nur sehr wenig dem Abscheeren ausgesetzt sind. Derlei Vernietungen kommen sehr viele vor. So z. B. bei den Blechträgern, von welchen später die Rede sein wird, die Verbindung der Winkeleisen mit dem Bleche. Bei diesen leichten Vernietungen können ziemlich dünne und weitgestellte Nieten angewendet werden. Durch eine Vergleichung von ausgeführten Vernietungen dieser Art habe ich gefunden, dass man für dieselben die Regel aufstellen darf:

Durchmesser eines Nietbolzens . . . . $d = 1\cdot5\ \delta$

Entfernung zweier unmittelbar auf einander folgenden Nieten $e = 10\ \delta$

Winkeleisen

werden gewalzte schmiedeeiserne Schienen von 3 bis 4 Meter Länge genannt, deren Querschnitt entweder rechtwinkelig, Fig. 10, Tafel VII., oder T-förmig, Fig. 11, ist.

Sie dienen zu den mannigfaltigsten Blechconstruktionen; zu Wandverstärkungen, Aussteifungen, Kanten- und Eckenbildungen etc. Die Querschnittsdimensionen dieser Winkeleisen richten sich im Allgemeinen nach der Dicke der Bleche, gegen welche sie genietet werden. Die Querschnitte der starken und leichten Winkeleisen sind jedoch nicht geometrisch ähnlich, sondern es ist immer die Schenkellänge h bei leichtem Eisen verhältnissmässig grösser als bei starkem.

Durch eine Vergleichung der Eisen, wie sie im Gebrauch sind, haben sich zur Bestimmung der Querschnittsdimensionen folgende empirische Regeln heraus gestellt:

1) $\varDelta$ Mittlere Dicke des Winkeleisens, Fig. 10, gleich der Dicke des Bleches, mit welchem das Eisen vernietet werden soll.
2) Kleinste Dicke des Eisens an den Enden der Schenkel $\frac{6}{7}\varDelta$.
3) Grösste Dicke des Eisens an den Winkelkanten gemessen $= \frac{8}{7}\varDelta$.
4) h Länge eines Winkelschenkels $h = 2{\cdot}4 + 4{\cdot}5\,\varDelta$ Centimeter.

für	$\varDelta = 0{\cdot}4$	0 5	0·6	0·7	0·8	0·9	1·0
wird	$h = 4{\cdot}2$	4·65	5·10	5·55	6·00	6·45	6·9

Beispiele über Vernietungen.

Tafel IX. der Resultate für den Maschinenbau.

a) Flächenerweiterungen:

Fig. 1. einfache Vernietung mit Ueberplattung,
Fig. 2. doppelte Vernietung mit Ueberplattung,
Fig. 3. Bandvernietung,
Fig. 12. Kettenvernietung,
Fig. 4. Flächenerweiterung mit drei Blechtafeln. Das mittlere Blech muss an den Ecken zugeschärft und etwas ausgebreitet werden, das obere Blech muss dagegen aufgebogen werden. Eine Niete geht durch alle drei Bleche, die übrigen Nieten nur durch zwei Bleche,

Fig. 5. Flächenerweiterung durch vier Blechtafeln. Man sieht im Grundriss die Uebereinanderlagerung der Bleche, m und m_1 liegen aneinander stossend auf dem untersten Blech u, o deckt die beiden Bleche m und m_1, die Nieten n und n_1 gehen durch drei Bleche, die übrigen Nieten nur durch zwei,

b) Wandverstärkungen:

Wandaussteifung durch Winkeleisen,

Zusammenhängung zweier Wände vermittelst eines durch dieselben geschraubten und vernieteten Bolzens,

Zusammenhängung zweier Wände vermittelst eines Schraubenbolzens und einer aussteifenden Röhre.

c) Kantenbildungen:

Fig. 6. Kantenbildung vermittelst eines Bleches mit umgebogenem Rande und einem zweiten ebenen Bleche,

Fig. 8. Kantenbildung vermittelst eines Bleches mit umgebogenem Rande und einem zweiten ebenen Bleche.

d) Eckenbildungen:

Fig. 9 und 10. Eckbildungen vermittelst Winkeleisen und Blechplatten.

Zapfen.

Bei den Zapfen ist zu beachten: 1) ihre Form, 2) die Dimensionen, welche eine genügende Festigkeit zu gewähren vermögen, 3) der Reibungswiderstand, 4) das Abnützen und Warmlaufen, das bei schneller Bewegung eintreten kann.

Die Form der Zapfen ist fast immer eine cylindrische und nur ausnahmsweise kugelförmig. Damit eine mit zwei cylindrischen Zapfen versehene Welle als Drehungsaxe für einen Körper dienen kann, müssen die beiden Zapfen so gebildet sein, dass die geometrischen Axen ihrer cylindrischen Formen in einer und derselben geraden Linie liegen; eine Bedingung, die man leicht erfüllen kann, wenn man die Welle zwischen die Spitzen einer Drehbank spannt und hierauf die Zapfen andreht.

Festigkeit. Ein Zapfen ist jederzeit auf relative Festigkeit und nie auf Torsion in Anspruch genommen. Dadurch unterscheidet er sich von einem Wellenhals, der ebenfalls eine cylindrische Form erhält, dagegen jederzeit auf Torsion in Anspruch genommen ist. Die Festigkeit eines Zapfens kann ohne Schwierigkeit richtig beurtheilt werden, wenn derselbe nur einem ruhig wirkenden constanten Druck ausgesetzt ist. Setzen wir dies voraus und nennen wir Fig. 12, Tafel VII.:

P den nach der Länge des Zapfens hin gleichförmig vertheilten Druck des Lagers gegen den Zapfen,

d den Durchmesser, l die Länge des Zapfens,

$\mathfrak{S}$ die grösste Spannungsintensität, welche im Zapfen an der Befestigungsstelle bei a vorkommt,

so ist $P \frac{l}{2}$ das statische Moment der Kraft, welche den Zapfen bei a abzubrechen strebt, andererseits ist aber $\mathfrak{S} \frac{\pi}{32} d^3$ die Summe der statischen Momente aller im Querschnitt bei a vorkommenden Spannungen und Pressungen. Man hat daher:

$$P \frac{l}{2} = \mathfrak{S} \frac{\pi}{32} d^3$$

und daraus folgt:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16}{\mathfrak{S}\pi}} \sqrt[3]{P\,l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

oder auch:

$$d = \sqrt[2]{\frac{16}{\mathfrak{S}\pi}\left(\frac{l}{d}\right)} \sqrt[2]{P} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Durch die erste dieser Gleichungen wird der Durchmesser des Zapfens bestimmt, wenn nebst dem Druck P auch die Länge des Zapfens von vornherein gegeben ist.

Durch die zweite dieser Gleichungen hingegen findet man den Zapfendurchmesser, wenn nebst dem Druck P das Verhältniss zwischen der Länge l und dem Durchmesser d gegeben ist. Durch die Gleichung (1) könnte man zu der Meinung veranlasst werden, dass der Zapfendurchmesser beliebig klein gemacht werden dürfte, wenn nur die Zapfenlänge sehr klein angenommen würde. Dies ist aber ein Irrthum. Wir verlangen, dass der Zapfen der Einwirkung der Kraft in jeder Hinsicht hinreichenden Widerstand entgegen setze, er darf also nicht nur nicht abbrechen (eine Bedingung, die durch die Gleichung (1) oder (2) ausgedrückt wird), sondern er darf auch durch die Kraft P an der Wurzel nicht abgescheert werden, und dies erfordert die Erfüllung einer Bedingung, die wir erst noch ausdrücken müssen.

Nennen wir $\mathfrak{S}_1$ die Intensität der Abschiebungskraft im Querschnitt bei a, so ist zu setzen:

$$\frac{d^2 \pi}{4} \mathfrak{S}_1 = P$$

demnach

$$d = \sqrt{\frac{4 P}{\pi \mathfrak{S}_1}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (3)$$

Damit also ein Zapfen sowohl dem Abbrechen als auch dem Abscheeren hinreichend Widerstand zu leisten vermag, muss man denselben gleich machen dem grössten der beiden Werthe, welche die Gleichungen (2) und (3) für d geben. Fallen die Werthe, welche diese beiden Gleichungen für d liefern, gleich gross aus, so bestimmen dieselben einen Zapfen, für welchen das Abbrechen und Abscheeren gleich wahrscheinlich ist. Dies ist also der Fall, wenn:

$$d = \sqrt[2]{\frac{16}{\mathfrak{S} \pi} \frac{1}{d}} \sqrt[2]{P} = \sqrt[2]{\frac{4 P}{\pi \mathfrak{S}_1}}$$

oder wenn

$$\frac{1}{d} = \frac{\mathfrak{S}}{4 \mathfrak{S}_1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (4)$$

Für Schmiedeeisen ist der Bruchcoeffizient von dem Abscheerungscoeffizienten beinahe nicht verschieden, kann also annähernd $\mathfrak{S} = \mathfrak{S}_1$ gesetzt werden, und dann folgt aus (4):

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{4}$$

Wenn also die Zapfenlänge nur den vierten Theil des Durchmessers beträgt, so ist ein solcher Zapfen gegen das Abbrechen so fest, wie gegen das Abscheeren. In allen Anwendungen muss aber die Zapfenlänge bedeutend grösser genommen werden, als $\frac{1}{4}$ d, werden also jederzeit Zapfen verlangt, die eher abgebrochen als abgescheert werden könnten, muss man daher die Zapfendurchmesser nach den Formeln (1) und (2) und nicht nach der Formel (3) bestimmen.

Allein diese Gleichung lässt das Verhältniss $\frac{1}{d}$ unbestimmt, und diese Unbestimmtheit kann nun benutzt werden, um den anderweitigen Bedingungen zu genügen, denen ein Zapfen entsprechen soll.

Für die Reibung ist es vortheilhaft, wenn der Zapfendurchmesser sehr klein ausfällt, für das Abnutzen und Warmlaufen ist dagegen ein grosser Durchmesser und eine grosse Länge günstig. Da sich diese Bedingungen widersprechen, so ist es wohl am zweckmässigsten, wenn man zur Bestimmung der Zapfendimensionen zweierlei Regeln aufstellt, nämlich 1) Regeln für Zapfen, bei welchen ein Warmlaufen nicht zu befürchten ist, die sich also nur mit mässiger Geschwindigkeit bewegen, und 2) Regeln für solche Zapfen, bei welchen eine rasche Abnutzung, so wie ein Warmlaufen leicht entstehen könnte, die sich also mit beträchtlicher Geschwindigkeit bewegen.

Praktische Regeln zur Bestimmung der Dimensionen gewöhnlicher Zapfen aus Gußeisen. Durch eine Vergleichung der Dimensionen von gewöhnlichen Gusseisenzapfen hat sich ergeben, dass bei denselben das Verhältniss $\frac{l}{d}$ zwischen Länge und Durchmesser nur wenig veränderlich ist. Es hat sich nämlich für diese Zapfen die empirische Regel heraus gestellt:

$$\frac{l}{d} = 1{\cdot}21 + \frac{0{\cdot}87}{d} \quad \dots\dots\dots \quad (5)$$

Ferner hat eine Untersuchung über gusseiserne Wasserradzapfen gezeigt, dass man

$$\sqrt[2]{\frac{16}{\mathfrak{S}\,\pi}\left(\frac{l}{d}\right)} = 0{\cdot}18 \quad \dots\dots\dots \quad (6)$$

demnach

$$d = 0{\cdot}18 \sqrt{P} = 0{\cdot}057\sqrt{P} \text{ [illegible]} \quad (7)$$

setzen dürfe. Eliminirt man aus (5) und (6) $\frac{l}{d}$ und sucht hiernach $\mathfrak{S}$ so findet man:

$$\mathfrak{S} = 190 + \frac{136}{d} \quad \dots\dots\dots \quad (8)$$

Die Gleichung (7) bestimmt den Durchmesser, die Gleichung (5) bestimmt hierauf die Länge und vermittelst (8) kann man die Spannungsintensität $\mathfrak{S}$ berechnen.

Für	$d =$	10	20	30
wird	$\mathfrak{S} =$	204	197	195

Da der Bruchcoeffizient für Gusseisen 3000 beträgt, so sind die nach dieser Regel bestimmten Zapfen nur auf den $\frac{3000}{200} = 15^{\text{ten}}$ Theil ihrer relativen Festigkeit in Anspruch genommen.

Praktische Regeln für gewöhnliche Schmiedeeisenzapfen. Durch eine ähnliche Vergleichung der gewöhnlichen Schmiedeeisenzapfen hat sich ergeben, dass man setzen dürfe:

$T\mathfrak{S} = 530 \cdot 6\, Kg$

$$\frac{l}{d} = 1{\cdot}21 + \frac{0{\cdot}87}{d} \quad \dots\dots\dots \quad (9)$$

$$\sqrt[2]{\frac{16}{\mathfrak{S}\,\pi}\,\frac{l}{d}} = 0{\cdot}12\ T \quad \dots\dots\dots \quad (10)$$

$$d = 0{\cdot}12\,\sqrt{P} = 0{\cdot}034\sqrt{P} \quad (11)$$

Aus (9) und (10) folgt durch Elimination von $\frac{l}{d}$:

$$\mathfrak{S} = 428 + \frac{308}{d} \quad \dots\dots\dots \quad (12$$

Für $d = 10$ findet man $\mathfrak{S} = 459$ und da der Bruchcoeffizient für gutes dünnes Schmiedeeisen 7000 ist, so sind diese Zapfen auf den $\frac{7000}{459} = 15^{ten}$ Theil ihrer relativen Festigkeit in Anspruch genommen.

Stahlzapfen. Ausnahmsweise werden Zapfen von Gussstahl angewendet, z. B. bei Lokomotiven. Für derlei Zapfen hat sich gezeigt, dass man nehmen darf:

$$\frac{l}{d} = \frac{5}{4} \quad \dots\dots\dots \quad (13)$$

$$\sqrt[2]{\frac{16}{\mathfrak{S}\,\pi}\,\frac{l}{d}} = 0{\cdot}09 \quad \dots\dots\dots \quad (14)$$

$$d = 0{\cdot}09\,\sqrt{P} \quad \dots\dots \quad (15)$$

Aus (13) und (14) folgt $\mathfrak{S} = 800$. Da der Bruchcoeffizient für Gussstahl durchschnittlich 16000 beträgt, so sind diese Zapfen auf den $\frac{16000}{800} = 20^{ten}$ Theil ihrer relativen Festigkeit in Anspruch genommen.

Regeln für schnell laufende Zapfen. Damit ein schnell laufender Zapfen im Gebrauch nicht merklich abgenutzt wird und sich auch nicht leicht warm läuft, darf die Intensität des Druckes zwischen Lager und Zapfen eine gewisse Grösse nicht überschreiten, und diese Grösse soll naturgemäss mit der Umfangsgeschwindigkeit des Zapfens abnehmen. Jene Intensität kann dem Quotienten $\frac{P}{d\,l}$ proportional gesetzt werden, und es scheint daher der Natur der Sache angemessen zu sein, wenn man setzt:

$$\frac{P}{d\,l} = \frac{1}{a + b\,n\,d} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

wobei a und b constante durch Erfahrung zu bestimmende Zahlen sind und n die Anzahl der Umdrehungen des Zapfens in einer Minute bedeutet. Diese Gleichung in Verbindung mit der früher aufgestellten (2) bestimmen zusammen sowohl den Durchmesser als auch die Länge des Zapfens in der Weise, dass sowohl der Bedingung wegen der Festigkeit, als auch der Bedingung wegen des Warmlaufens entsprochen wird. Man findet aus diesen Gleichungen:

$$d^3 = P \sqrt{\frac{16}{\mathfrak{S}\,\pi}\,(a + b\,n\,d)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

$$l = \frac{P}{d}\,(a + b\,n\,d) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

Für einen Zapfen, der sich nicht dreht, sondern nur eine Last trägt, ist $n = 0$ und darf man $l = d$ setzen. Für diese Annahmen folgt aus (17) und (18):

$$a = \frac{16}{\mathfrak{S}\,\pi}$$

Setzen wir $\mathfrak{S} = 300$, so wird:

$$a = \frac{16}{300 \times 3{\cdot}14} = 0{\cdot}017 \quad \ldots\ldots \quad (19)$$

Der Erfahrung zufolge dürfen wir ferner annehmen, dass ein Zapfen, der in einer Minute $n = 360$ Umdrehungen macht und mit $P = 2000$ Kilogramme belastet ist, zweimal so lang als dick gemacht werden darf oder dass für

$$n = 360 \text{ und } P = 2000, \quad \frac{l}{d} = 2$$

zu setzen ist. Für diese Annahmen folgt zunächst aus (2):

$$d = \sqrt{\frac{16 \times 2}{300 \times 3{\cdot}14}\,2000} = 8{\cdot}4$$

und dann folgt aus (18):

$$b = \frac{1}{n}\left(\frac{1}{P} - \frac{a}{d}\right) = \frac{1}{360}\left(\frac{16 \cdot 8}{2000} - \frac{0 \cdot 017}{8 \cdot 4}\right) = 0 \cdot 0000177 \quad . \ (20)$$

Hiermit sind nun für a und b angemessene Werthe erfahrungsgemäss bestimmt und man kann nun vermittelst (17) und 18) die Dimensionen eines schnell laufenden Zapfens bestimmen.

Es sei z. B. $P = 1000$, $n = 600$, $\mathfrak{S} = 300$, so gibt die Formel (17):

$$d^2 = 1000 \sqrt{\frac{16}{300 \times 3 \cdot 14}(0 \cdot 017 + 0 \cdot 0000177 \times 600 \times d)}$$

Hieraus findet man durch Annäherung $d = 6$, und nun gibt die Gleichung (18):

$$l = \frac{1000}{6}(0 \cdot 017 + 0 \cdot 0000177 \times 600 \times 6) = 13$$

Diese Rechnung ist allerdings ziemlich umständlich. Die Tabelle Seite 280 der Resultate gibt ohne Rechnung die Dimensionen der Zapfen.

Zapfen an vertikal stehenden Wellen. Vertikal stehende Wellen werden an ihrem untern Ende mit einem Zapfen versehen, Fig. 13, Tafel VII., der in einen Topf aus Rothgussmetall gestellt wird. Der Druck der Grundfläche eines solchen Zapfens gegen den Boden des Topfes ist gleich dem Gewicht der ganzen vertikalen Welle und aller mit derselben verbundenen Räder oder sonstigen Maschinenbestandtheile. Um auch in diesem Falle das Warmlaufen oder Aufrauhen zu verhüten, darf die Intensität des Druckes zwischen der Grundfläche des Zapfens und der Bodenfläche des Topfes eine gewisse von der Umfangsgeschwindigkeit des Zapfens abhängige Grenze nicht überschreiten. Versuchen wir auch auf diesen Fall die Grundsätze gelten zu lassen, nach welchen wir die Regeln für die Dimensionen von schnell laufenden liegenden Zapfen aufgestellt haben, so erhalten wir im vorliegenden Fall die Grundgleichung:

$$\frac{P}{d^2 \frac{\pi}{4}} = \frac{1}{a + b\,n\,d} \quad \ldots\ldots\ldots \ (1)$$

wobei P den Totaldruck des Zapfens gegen den Boden des Topfes, n die Anzahl der Umdrehungen der Welle in einer Minute, d den Durchmesser des Zapfens bedeutet und die Constanten a und b die Werthe haben:

$$a = 0{\cdot}017$$

$$b = 0{\cdot}0000177$$

Nach meinen Untersuchungen beträgt die Intensität des Druckes $\left(\frac{P}{d^2 \frac{\pi}{4}}\right)$ bei den vertikal gestellten grossen Transmissionswellen, die durchschnittlich in einer Minute 120 Umdrehungen machen, 20 Kilogramme auf 1 Quadratcentimeter, und der Zapfendurchmesser ist gewöhnlich 16 Centimeter. Diese Daten entsprechen in der That sehr nahe der Gleichung (1), denn für

$$n = 120 \qquad d = 16 \qquad a = 0{\cdot}017 \qquad b = 0\,0000177$$

folgt aus derselben

$$\frac{P}{d^2 \frac{\pi}{4}} = \frac{1}{0{\cdot}017 + 0{\cdot}0000177 \times 120 \times 16} = 20 \text{ Kilogramme}$$

Wir dürfen also annehmen, dass die Gleichung (1) der Natur der Sache entspricht. Aus dieser Gleichung folgt, wenn man zur Abkürzung

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \frac{2\,b}{\pi} = 0\,0000112 \\ \beta &= \frac{a\,\pi}{b^2} = 170490000 \\ d &= \alpha\, P\, n \left(1 + \sqrt{1 + \frac{\beta}{P\, n^2}}\right) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots, \quad (2)$$

setzt,

Für äusserst langsam gehende Zapfen ist n sehr klein und wird nach Formel (2):

$$d = \alpha \sqrt{\beta}\ \sqrt{P} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

oder wenn man für α und β die Werthe setzt:

$$d = 0{\cdot}14 \sqrt{P} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Für ausserordentlich schnell laufende und stark belastete Zapfen wird dagegen nach Formel (2):

$$d = 2\,\alpha\, P\, n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

(Resultate Seite 46 bis 48.)

Torsionswellen.

(Resultate Seite 48 bis 52.)

Erklärungen. Die von den Motoren entwickelten Effekte werden gewöhnlich durch Torsionswellen nach den arbeitenden Maschinen übertragen, und diese Wellen müssen so stark gemacht werden, dass sie sich unter der Einwirkung der Kräfte nicht merklich verändern.

Die Regeln zur Bestimmung der Durchmesser dieser Torsionswellen richten sich nach den Anforderungen, welche man an das Verhalten solcher Wellen unter der Einwirkung der Kräfte stellen kann. Man kann verlangen, dass alle Wellen, die aus dem gleichen Material herzustellen sind, unter der Einwirkung der Kräfte gleich stark in Anspruch genommen werden sollen, oder man kann die Forderung stellen, dass der Torsionswinkel unabhängig von der Dicke der Wellen, dagegen der Wellenlänge proportional werden soll; man kann endlich auch verlangen, dass der Torsionswinkel eines Wellenstückes von einer bestimmten Länge einen gewissen gegebenen Werth haben soll. Wir wollen nun für jede dieser drei Anforderungen die Wellendurchmesser zu bestimmen suchen.

Torsionswellen von gleicher Festigkeit. Nennen wir:

R in Centimetern die Länge des Hebelarmes, an welchem die verwindende Kraft wirkt,

P die Kraft in Kilogrammen,

d den Durchmesser der Welle in Centimetern,

T die an der Oberfläche der Welle eintretende Spannungsintensität.

Wenn wir nun die Forderung stellen, dass alle aus dem gleichen Material bestehenden Wellen gleich stark in Anspruch genommen werden sollen, so muss für alle Wellen T ein und denselben constanten Werth haben. In der Lehre von der Torsionsfestigkeit haben wir Seite 57 gefunden:

$$P\,R = \frac{T\,\pi}{16}\,d^3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

woraus folgt:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16}{T\,\pi}}\,\sqrt[3]{P\,R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Diese Gleichung bestimmt hiermit Wellen von gleicher Festigkeit, wenn wir für ein bestimmtes Material $\sqrt[3]{\frac{16}{T\,\pi}}$ constant annehmen, und sie zeigt, dass diese Wellendurchmesser der Kubikwurzel aus dem Torsionsmoment P R proportional sind. Damit diese Wellen dem Torsionsmoment mit vollkommener Sicherheit widerstehen und sich selbst nicht merklich verwinden, darf die Spannungsintensität T nur einen gewissen aliquoten Theil von dem Torsionscoeffizienten Tabelle Seite 95 betragen. Wie gross T zu nehmen ist, um Dimensionen zu erhalten, wie sie bei bewährten Constructionen vorkommen, werden wir später angeben.

Diese Formel (2) ist zur Berechnung der Wellendurchmesser wohl ganz geeignet, wenn die Kraft P und die Länge des Hebelarmes R, an welchem sie wirkt, direkt gegeben sind oder leicht aufgefunden werden können. Dies ist z. B. der Fall, wenn der Halbmesser eines Rades und die am Umfange desselben auf Drehung wirkende Kraft gegeben sind, denn dann ist P R das Torsionsmoment, welchem eine mit dem Rade verbundene Welle ausgesetzt ist. Allein wenn es sich um die Construktion einer Welle handelt, ist gewöhnlich nur der in Pferdekräften N ausgedrückte Effekt, welchen die Welle übertragen soll und die Anzahl n ihrer Umdrehungen in einer Minute gegeben. Man muss daher eine Formel aufzustellen suchen, welche den Werth von d direkt durch N und n angibt. Eine solche Formel ergibt sich auf folgende Weise: Denken wir uns, die Welle, deren Durchmesser bestimmt werden soll, sei mit einem Rade von einem Halbmesser R versehen und die am Umfang des Rades wirkende Kraft sei P, ferner die Geschwindigkeit, mit welcher sich ein Punkt am Umfange des Rades bewegt, wenn die Welle in einer Minute n Umdrehungen macht, v Meter, so ist:

$$\left.\begin{aligned} 75\,N &= P\,v \\ v &= \frac{2\,R\,\pi\,n}{100 \times 60} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Durch Elimination von v findet man aus diesen zwei Gleichungen:

$$P\,R = \frac{100 \times 60 \times 75}{2\,\pi}\,\frac{N}{n} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Hiermit ist also das Torsionsmoment durch N und n ausgedrückt und wenn wir dasselbe in (2) einführen, erhalten wir:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \times 100 \times 60 \times 75}{2\,T\,\pi^2}}\,\sqrt[3]{\frac{N}{n}} \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

Diese Formel gibt Dimensionen, die mit gut ausgeführten Construktionen übereinstimmen, wenn man setzt:

a) für Schmiedeeisen

$$\sqrt[3]{\frac{16 \times 100 \times 60 \times 75}{2\,T\,\pi^2}} = 12$$

T7000 = 86739 # □ Zoll
T3000 = 37174 # pro □"

b) für Gusseisen:

$$\sqrt[3]{\frac{16 \times 100 \times 60 \times 75}{2\,T\,\pi^2}} = 16$$

Hieraus ergeben sich für T folgende Werthe:

$$T \begin{cases} \text{für Schmiedeeisen} = 210 = 2602 \text{ \# pro □ Zoll} \\ \text{für Gusseisen} = 90 = 1115 \text{ \# pro □ Zoll} \end{cases}$$

Die Torsionscoeffizienten für diese beiden Eisensorten sind aber nach Tabelle Seite 95 beziehungsweise T 7000 und T 3000. Es sind demnach die Wellen in der Wirklichkeit in Anspruch genommen: Schmiedeeisen-Wellen auf den $\frac{7000}{210} = 33$sten, Gusseisen-Wellen auf den $\frac{3000}{90} = 33$sten Theil ihrer wirklichen Torsionsfestigkeit, d. h. diese Wellen würden erst dann abgewunden werden, wenn auf dieselben ein Torsionsmoment einwirkte, das 33 mal grösser wäre, als jenes ist, dem sie in der That ausgesetzt sind. Für obige Werthe von T findet man:

$$\text{für Schmiedeeisen } \sqrt[3]{\frac{16}{T\,\pi}} = 0{\cdot}29 = 0{\cdot}125 \text{ für Zoll + Pfd}$$

$$\text{für Gusseisen } \sqrt[3]{\frac{16}{T\,\pi}} = 0\,39 = 0{\cdot}166 \text{ do. do.}$$

Mit diesen Zahlen werden nun die Formeln (2) und (5):

$$\left.\begin{aligned} d &= 0{\cdot}29\,\sqrt[3]{P\,R} = 12\,\sqrt[3]{\frac{N}{n}} \text{ (Schmiedeeisen)} \quad 4{\cdot}555\,\sqrt[3]{\frac{N}{n}} \text{ Zoll} \\ d &= 0{\cdot}39\,\sqrt[3]{P\,R} = 16\,\sqrt[3]{\frac{N}{n}} \text{ (Gusseisen)} \quad 6{\cdot}07\,\sqrt[3]{\frac{N}{n}} \text{ Zoll.} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (6)$$

Berechnen wir ferner den Torsionswinkel, welcher in den Wellen eintritt, die nach diesen Regeln bestimmt werden.

Wir haben in der Theorie der Torsion, Seite 60, für den Torsionswinkel Θ^0 folgenden Ausdruck gefunden:

$$\Theta^0 = 16\,\frac{P\,R}{G}\,\frac{l}{d^4}\,\frac{360}{\pi^2} \quad \ldots\ldots\ldots (7)$$

wobei l die Länge der Welle, G den Modulus der Elastizität des Materials für Torsion, Θ^0 den Torsionswinkel in Graden ausgedrückt, bedeutet. Allein nach der Regel (2) ist $P\,R = \frac{d^3\,T\,\pi}{16}$. Setzt man diesen Werth in (7), so folgt:

$$\Theta^0 = \frac{16 \times 360 \times T}{16\,\pi\,G}\,\frac{1}{d} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Nun ist zu setzen:

	T	G	
für Schmiedeeisen	210	1000000	= 1239,357 ℔ pro □ Zoll
„ Gusseisen	90	400000	= 4956,543 ℔ pro □ Zoll

demnach wird:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{für Schmiedeeisen} & \Theta^0 = \frac{1}{41}\,\frac{1}{d} \\[2ex] \text{„ Gusseisen} & \Theta^0 = \frac{1}{39}\,\frac{1}{d} \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (9)$$

Die nach der Regel (6) bestimmten Wellen von gleicher Festigkeit haben demnach, wie die Gleichungen (9) zeigen, die Eigenschaft, dass bei denselben der Torsionswinkel gross ausfällt, wenn der Wellendurchmesser klein ist. Dieselben sind also zwar gleich fest, aber die schwachen verwinden sich mehr als die starken. Ist die Länge l ungefähr 40 mal grösser als der Durchmesser, so beträgt der Torsionswinkel nahe einen Grad.

Wellen von gleicher Elastizität. Legen wir uns nun die Aufgabe vor, die Wellendurchmesser in der Art zu bestimmen, dass der Torsionswinkel von der Wellendicke nicht abhängt, aber der Wellenlänge proportional wird.

Der Ausdruck (7) für den Torsionswinkel zeigt, dass derselbe die Form $\Theta = \alpha\,l$ annimmt, wenn

$$\alpha = 16\,\frac{P\,R}{G\,d^4}\,\frac{360}{\pi^2} = \text{Const.} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

gesetzt wird. Hieraus folgt:

$$d = \sqrt[4]{\frac{16 \times 360}{G\,\alpha\,\pi^2}}\,\sqrt[4]{P\,R} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

oder wenn wir vermittelst (4). Seite 136 $P\,R$ durch $\frac{N}{n}$ ausdrücken:

$$d = \sqrt[4]{\frac{16 \times 360 \times 100 \times 60 \times 75}{G\,\alpha\,\pi^2\,2\,\pi}}\,\sqrt[4]{\frac{N}{n}} \quad \ldots\ldots \quad (12)$$

Eine Vergleichung dieser Formeln (11) und (12) mit den Thatsachen der Wirklichkeit hat gezeigt, dass man setzen darf:

$$\text{für Schmiedeeisen } \sqrt[4]{\frac{16 \times 360 \times 100 \times 60 \times 75}{G \, \alpha \, \pi^2 \, 2 \, \pi}} = 12$$

und daraus folgt, weil für dieses Material $G = 1000000$:

$$\alpha = \frac{1}{547} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

und dann wird

$$\sqrt[4]{\frac{16 \times 360}{G \, \alpha \, \pi^2}} = 0 \; 75$$

Wir erhalten demnach schliesslich

$$\left.\begin{aligned} d &= 0 \; 75 \sqrt[4]{P \, R} = 12 \sqrt[4]{\frac{N}{n}} \\ \Theta^0 &= \frac{1}{547} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (14)$$

Nach diesen Regeln erhalten wir also Wellen von gleicher Elastizität.

Der Form nach unterscheiden sich diese Ausdrücke für d von jenen (6), Seite 164, welche Wellen von gleicher Festigkeit bestimmen, nur dadurch, dass die vierten Wurzeln an die Stelle der dritten Wurzeln treten. Für $\frac{N}{n} = 1$ geben beide Regeln übereinstimmende Dimensionen. Ist dagegen $\frac{N}{n} > 1$ oder $\frac{N}{n} < 1$, so werden die gleich elastischen Wellen in ersterem Falle dünner, in letzterem Falle dicker als die Wellen von gleicher Festigkeit.

Wellen für einen gegebenen Torsionswinkel. Man kann endlich noch verlangen, dass der totale Torsionswinkel einer Welle von gegebener Länge einen bestimmten Werth haben soll. Für diese Forderung erhält man aus (7), Seite 164, zur Bestimmung des Durchmessers folgende Formel:

$$d = \sqrt[4]{\frac{16 \times 360}{G \, \pi^2}} \sqrt[4]{\frac{P \, R \, l}{\Theta^0}}$$

oder auch, wenn man $P \, R$ durch $\frac{N}{n}$ ausdrückt:

$$d = \sqrt[4]{\frac{16 \times 360 \times 100 \times 60 \times 75}{G\,\pi^2\,2\,\pi}}\sqrt[4]{\frac{N}{n}\,\frac{1}{\Theta^0}}$$

Setzt man $G = 1000000$, so findet man:

$$\left.\begin{aligned} d &= 0{\cdot}156\sqrt[4]{\frac{P\,R\,l}{\Theta^0}} \\ d &= 2{\cdot}5\,\sqrt[4]{\frac{N}{n}\,\frac{1}{\Theta^0}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots, \quad (15)$$

Axen-Construktionen.

(Resultate Seite 53 bis 55, Tafel X.)

Drehungsaxen, welche auf relative Festigkeit in Anspruch genommen sind.

Erklärungen. Um derlei Drehungsaxen zweckmässig zu construiren, muss man die Dimensionen und Formen derselben so zu bestimmen suchen, dass die Summe aus den Materialkosten und den Anfertigungskosten ein Minimum wird. Dies ist der Fall, wenn man einfache leicht ausführbare Formen wählt, die von den Körperformen von durchaus gleicher Festigkeit nur wenig abweichen. Man erhält solche Wellenformen, indem man die Dimensionen von einzelnen charakteristischen Querschnitten in der Weise bestimmt, dass die Welle in diesen Querschnitten gleich stark in Anspruch genommen ist und sodann diese Querschnitte durch einfache geeignete Uebergangsformen verbindet. Die folgenden Beispiele werden dieses Verfahren erklären.

Construction einer Balancieraxe. Es sei Fig. 1, Tafel VIII., eine Balancieraxe zu construiren.

Nennen wir:

$2\,\lambda$ die ganze Länge der Axe,

$2\,P$ den Druck des in der Mitte der Axe befindlichen Balanciers gegen die Axe,

$\left.\begin{array}{l} d \text{ den Duchmesser} \\ l \text{ die Länge} \end{array}\right\}$ eines Zapfens der Axe,

D den Durchmesser der Axe in der Mitte der Hülse,

so ist zunächst, wenn man das Gewicht der Axe gegen den Druck P vernachlässiget, P der Druck, welchem ein Zapfen ausgesetzt ist, und man hat daher für Schmiedeeisen zur Bestimmung von d und l die Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} d = 0{\cdot}12 \sqrt{P} \\ l = 0{\cdot}87 + 1{\cdot}21\, d \end{array}\right| \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Nun ist $P\,\frac{l}{2}$ das Kraftmoment, welches einen Zapfen an der Wurzel, $P\,\lambda$ das Kraftmoment, das die Welle in der Mitte abzubrechen strebt. Die Axe wird demnach an der Wurzel des Zapfens und in der Mitte gleich stark in Anspruch genommen, wenn

$$P\,\frac{l}{2} : P\,\lambda = d^3 : D^3$$

Hieraus folgt

$$\frac{D}{d} = \sqrt[3]{\frac{\lambda}{\frac{l}{2}}} = \sqrt[3]{\frac{2\,\lambda}{l}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Man erhält also den mittleren Durchmesser D der Axe, indem man mit dem Zirkel abmisst, wie oft mal die Zapfenlänge l in der Länge $2\,\lambda$ der Axe enthalten ist, aus dieser Zahl die Kubikwurzel zieht und dieselbe mit dem Zapfendurchmesser d multiplizirt. Ist D bestimmt, so macht man $a\,a = a_1\,a_1 = \frac{5}{4}\,d$, $c\,c = \frac{5}{4}\,b\,b = \frac{5}{4}\,D$, zieht dann die geraden Linien $b\,a\,b\,a_1$ und verzeichnet noch das Rechteck $c\,c\,c_1\,c_1$, dessen Länge durch die Hülse des Balanciers gegeben sein muss. Die punktirten krummen Linien sind zwei kubische Parabeln, nach welchen die Welle geformt werden müsste, um in allen Querschnitten einerlei Festigkeit zu geben. Man sieht dass die einfache Annäherungsform nur einen sehr geringen Mehraufwand an Material erfordert, dagegen aber wegen der theils cylindrischen, theils konischen Formentheile viel leichter bearbeitet werden kann, als die Form nach kubischen Parabeln. Auch haben die geraden Formen ein gefälligeres Ansehen als die gekrümmten.

Construction einer Balancieraxe, wenn der Balancier nicht in der Mitte angebracht werden soll. Es sei wiederum Fig. 2, Tafel VIII.:

$2\,P$ der Druck des Balanciers gegen die Axe,

$\lambda\;\lambda_1$ die Entfernungen des Mittels des Balanciers von den Zapfenmitteln,

$d\;d_1\quad l\;l_1$ die Durchmesser und Längen der Zapfen.

Vernachlässiget man das Gewicht der Axe, so sind die Pressungen, welchen die Zapfen ausgesetzt sind:

$$2\,P\,\frac{\lambda_1}{\lambda + \lambda_1} \qquad 2\,P\,\frac{\lambda}{\lambda + \lambda_1}$$

man hat daher nach Seite 158:

$$\left.\begin{array}{ll} d = 0{\cdot}12 \sqrt{2\,P\,\frac{\lambda_1}{\lambda+\lambda_1}}, & l = 0{\cdot}87 + 1{\cdot}21\,d \\ d_1 = 0{\cdot}12 \sqrt{2\,P\,\frac{\lambda}{\lambda+\lambda_1}}, & l_1 = 0{\cdot}87 + 1{\cdot}21\,d_1 \end{array}\right\} \quad . \; . \quad (3)$$

Zur Bestimmung des Durchmessers bei b b hat man hier:

$$\frac{D}{d} = \sqrt[3]{\frac{\lambda}{\frac{1}{2}\,l}} = \sqrt[3]{\frac{2\,\lambda}{l}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

Zur Verzeichnung hat man noch überdies:

$$a\,a = \frac{5}{4}\,d \qquad a_1\,a_1 = \frac{5}{4}\,d_1 \qquad c\,c = \frac{5}{4}\,D \quad . \; . \; . \quad (5)$$

Die Länge des mittleren cylindrischen Theils wird durch die Länge der Hülse des Balanciers bestimmt.

Construction einer Wasserradwelle, die nur zu tragen hat. Es sei Fig. 3, Tafel VIII. eine Welle, die mit ihren Endzapfen in Lagern liegt und bei B und C durch gleich grosse Kräfte P und P belastet ist.

Vernachlässigen wir das Gewicht der Welle, das jederzeit im Verhältniss zur Belastung 2 P klein ausfällt, so ist der Druck, welchen ein Zapfen auszuhalten hat, P. Nehmen wir an, die Welle soll aus Gusseisen hergestellt werden, so haben wir zur Bestimmung der Zapfendimensionen vermöge der Seite 157 aufgestellten Regel:

$$\left.\begin{array}{l} d = 0{\cdot}18 \sqrt{P} \\ l = 0{\cdot}87 + 1{\cdot}21\,d \end{array}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

Die Theile der Welle von A bis B und von D bis C hin sind nach dem Gesetz der kubischen Parabel zu verstärken und man findet für die Durchmesser der parabolischen Körper bei B und C:

$$b\,b = D = d \sqrt[3]{\frac{c}{\frac{1}{2}\,l}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

Das statische Moment der Kraft, welches die Welle bei B abzubrechen strebt, ist P c, das analoge Moment in Bezng auf irgend einen Querschnitt $m\,n$ zwischen B und C ist, wenn man das Gewicht der Welle vernachlässiget:

$$P\,x - P\,(x - c) = P\,c$$

Es haben mithin alle Querschnitte des Wellenstückes von B bis C gleich grossen Momenten zu widerstehen. Nimmt man an, dass auch im mittleren Theile $B\,C$ der Welle alle Querschnitte kreisförmig sein sollen, so erhält dieser Theil in allen Querschnitten einerlei Festigkeit, wenn derselbe einfach cylindrisch gemacht wird und überall einen Durchmesser gleich D erhält.

Diese cylindrische Form ist zwar wegen ihrer leichten Ausführung zweckmässig, wenn D nicht grösser als ungefähr 16 Centimeter ausfällt. Sollte aber D grösser ausfallen, so ist eine Querschnittsform vorzuziehen, welche im Verhältniss zum Querschnitt eine grössere Umfangslänge darbietet, weil in diesem Falle unganze Stellen im Guss weniger zu befürchten sind. Bei starken cylindrischen Formen entstehen nämlich sehr oft innere Lücken oder unganze Stellen, weil zuerst das Eisen an der Oberfläche erstarrt, und wenn sich dann der innere Theil beim Erstarren zusammenzieht, das vorhandene Material nicht ausreicht um den Raum auszufüllen, wodurch die unganzen Stellen hervorgebracht werden.

Wir wollen daher für den Querschnitt in der Mitte der Welle die Kreuzform Fig. 4 oder 5, Tafel VIII. wählen. Um eine Welle von angemessener Festigkeit und zugleich von gefälliger Form zu erhalten, ist es zweckmässig, h nach dem Gefühl anzunehmen und b zu berechnen. Da der Querschnitt in der Mitte und der Querschnitt bei B gleich grossen Momenten zu widerstehen haben, so muss der Werth von E für den runden Querschnitt bei B gleich sein dem Werth von E für den Kreuz-Querschnitt in der Mitte. Man hat daher:

$$\frac{D^3\,\pi}{32} = \frac{1}{6\,h}\left[h\,b^3 + b\,(h^3 - b^3)\right] \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

aus welcher Gleichung b bestimmt werden kann. Da sowohl $h\,b^3$ als auch b^4 gegen $b\,h^3$ klein ist, so kann man, wenn man sich mit einer Annäherung begnügt, $h\,b^3$ und b^4 gegen $b\,h^3$ vernachlässigen und dann erhalten wir:

$$\frac{D^3\,\pi}{32} = \frac{1}{6}\,b\,h^2$$

folglich:

$$b = D\,\frac{6\,\pi}{32}\left(\frac{D}{h}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Hat man auf diese Weise die Dimensionen des Querschnittes in der Mitte der Welle berechnet und die Verzeichnung bewerkstelligt, so kommt es noch darauf an, eine geeignete Uebergangsform von der Mitte aus nach B und C hin ausfindig zu machen.

Fig. 4 und 5 zeigen zwei solche Uebergangsformen. Bei der ersteren dieser Formen ist die Dicke der Höhennerve constant, die Höhe variabel, und an der Axe der Welle ist ein von der Mitte an nach den Enden hin verstärkter runder Kern angebracht; bei der zweiten Form ist kein solcher Kern vorhanden, nimmt dagegen die Nervenbreite von der Mitte an nach den Enden hin zu.

Wellen, die sowohl auf Torsion als auch auf relative Festigkeit in Anspruch genommen sind. Wenn ein Wellentheil sowohl drehend als auch biegend wirkenden Kräften ausgesetzt ist, würde man eine rationelle Regel zur Bestimmung der Querschnittsdimensionen erhalten, wenn man eine Formel ableitete, welche die Resultirende aus den partikularen Spannungsintensitäten ausdrückt. Allein diese Rechnungsweise führt zu Weitläufigkeiten, es ist daher angemessener, sich mit Annäherungen zu begnügen.

Nimmt man an, dass eine Verwindung die relative Festigkeit, und dass eine Biegung die Torsionsfestigkeit nicht merklich verändere, so kann man zur Bestimmung der Querschnittsdimensionen in der Weise verfahren, indem man berechnet, wie gross diese Dimensionen sein müssten, um nur allein dem Torsionsmoment hinreichend widerstehen zu können, dann aber auch berechnet, wie gross dieselben sein müssten, um dem Biegungsmoment hinreichenden Widerstand leisten zu können und zuletzt für die Ausführung die grössere von den so gefundenen Dimensionen anwendet. Diese Regel ist wohl ganz gut zulässig, wenn die beiden Kräftemomente sehr verschieden sind, sie wird jedoch bedenklich, wenn die Kräftemomente ungefähr gleich gross sind.

Ganz sicher lassen sich die Dimensionen bestimmen, wenn man zuerst eine Welle berechnet, die dem Torsionsmoment entspricht und sodann eine Verstärkung anbringt, die für sich allein im Stande ist, gegen das Biegungsmoment zu schützen. Nach dieser Regel fallen jedoch die Dimensionen ziemlich stark aus, wenn die beiden Momente nur wenig von einander verschieden sind. Nach diesem dritten Verfahren ergibt sich folgende Regel.

Es sei:

N der Effekt in Pferdekräften, welchen ein Wellentheil überträgt,
n die Anzahl der Umdrehungen desselben in einer Minute,

d der Durchmesser einer runden Transmissionswelle für N Pferdekräfte und n Umdrehungen,

$\mathfrak{M}$ das Biegungsmoment, welchem ein bestimmter Querschnitt der Welle ausgesetzt ist (ausgedrückt in Kilogrammen und Centimetern),

h b die Dimensionen der Verstärkungsnerven Fig. 6, Tafel VIII., welche für sich allein dem Biegungsmoment hinreichend zu widerstehen im Stande sein sollen,

$\mathfrak{S}$ die Spannungsintensität, welche durch die Biegung entsteht,

so hat man zunächst:

$$d = 16 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

dann aber auch vermöge (Resultate Tafel V.):

$$\mathfrak{M} = \frac{\mathfrak{S}}{6\,h} \left[(h^3 - d^3)\, b + (h - d)\, b^3 \right]$$

Allein von den in den Klammern stehenden Gliedern kann das zweite gegen das erste vernachlässiget werden, und dann erhält man

$$\mathfrak{M} = \frac{\mathfrak{S}}{6\,h}\, b\, (h^3 - d^3)$$

woraus folgt

$$b = \frac{6\, \mathfrak{M}\, h}{\mathfrak{S}\, (h^3 - d^3)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

Für $\mathfrak{S}$ darf man hier wohl die Zahl 400 in Rechnung bringen, weil nach diesem Verfahren jedenfalls zu starke Dimensionen erhalten werden; auch dürfte man in (10) die Zahl 12 statt 16 setzen. Die Höhe h der Nerve kann nach dem Gefühl genommen werden. Die folgenden Beispiele werden die Anwendung dieser Regeln erklären.

Es sei Fig. 6 eine Wasserradwelle mit zwei Rosetten zu construiren und zwar für folgende Verhältnisse:

Nutzeffekt des Wasserrades	40 Pferdekraft.
Gewicht des Rades	20000 Kilogr.
Länge der Welle von Mittel zu Mittel der Zapfen gemessen	350 Centim.
Fntfernung der Rosettenmittel von dem Zapfenmittel c =	50 „
Kraft, welche der mittlere Theil der Welle durch Torsion überträgt	20 Pferdekraft.
Umdrehungen des Rades in einer Minute	6

Für diese Daten findet man Folgendes:

Druck, welchen ein Zapfen auszuhalten hat . . . . 10000 Kilg.

Durchmesser eines Zapfens $0{\cdot}18\sqrt{1000}$ . . . . . . $= 18$ Centm.

Länge eines Zapfens $0{\cdot}87 + 1{\cdot}21 \times 18$ . . . . . . $= 22$ „

Durchmesser der Welle im Mittel der Rosette $18\sqrt[3]{\dfrac{50}{\frac{1}{2}\,22}}$ $= 30$ „

Durchmesser einer Transmissionswelle für 20 Pferdekräfte und 6 Umdrehungen in 1 Minute $d = 12\sqrt[3]{\dfrac{20}{6}}$ $= 17$ „

Höhe der Nerve in der Mitte . . . . $h = 42$ „

Zulässige Spannungsintensität . . . . $\mathfrak{S} = 400$ Kilg.

Moment, welches die Welle zu brechen strebt $\mathfrak{M} = 10000 \times 50 = 500000$

Dicke der Nerve nach Formel (11)

$$b = \frac{6 \times 500000 \times 42}{400 \times (42^3 - 17^3)} \quad . \; . \; . \; . \quad = 5 \text{ Centm.}$$

Es sei ferner Fig. 7 eine Wasserradwelle mit drei Rosetten zu construiren und zwar für folgende Daten:

Nutzeffekt des Rades in Pferdekräften . . . . . $= 30$

Gewicht des Rades . . . . $= 12000$ Kilg.

Totale Länge der Welle von Zapfenmittel zu Zapfenmittel . . . . $=$ 450 Cent.

Entfernung der äusseren Rosetten vom Zapfen . . $=$ 50 „

Umdrehungen des Rades in 1 Minute . . . . . $=$ 8

Kraft, welche das Wellenstück B E durch Torsion überträgt . . . . $=$ 10 Pfdk.

Kraft, welche das Wellenstück E C durch Torsion überträgt . . . . $=$ 20 „

Dies vorausgesetzt findet man:

Druck auf einen Zapfen . . . . 6000 Kilg.

Durchmesser eines Zapfens $0{\cdot}18\sqrt{6000}$ . . . . $=$ 14 Centm.

Länge eines Zapfens $0{\cdot}87 + 1{\cdot}21 \times 14$ . . . . . . $=$ 18 „

Durchmesser b b der Welle bei B und C $14\sqrt[3]{\dfrac{50}{9}}$ . . $=$ 25 „

Durchmesser des runden Kernes des Wellenstückes E B:

$$d = 12\sqrt[3]{\frac{10}{8}} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad = 13 \text{ „}$$

Durchmesser des runden Kernes des Wellenstückes E C:

$$d_1 = 12\sqrt[3]{\frac{20}{8}} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad = 16 \text{ „}$$

Benimmt man sich bei der Berechnung des Momentes, welches die Welle in der Mitte abzubrechen strebt, so, wie wenn die Welle gewichtslos wäre und das Totalgewicht 12000 Kilogramme in den drei Punkten B E C auf die Welle wirkte, so ist:

$$\mathfrak{M} = 225 \times \frac{12000}{2} - (225 - 50)\frac{12000}{3} = 648000 \text{ Kilogrm.-Centm.}$$

Höhe der Nerve in der Mitte . . . . $h = 48$ Centimeter.
Dicke der Nerve nach Formel (11):

$$b = \frac{6 \times 648000 \times 48}{400 \times (48^3 - 13^3)} \quad . \; . \; . \quad = 4 \text{ Centimeter.}$$

Wellen-Kupplungen.

(Resultate Seite 56 und 57.)

Beschreibung mehrerer Kupplungen. Lange Wellen werden aus einzelnen Wellenstücken zusammengesetzt. Die zur Verbindung zweier Wellenstücke dienenden Körper werden Wellenkupplungen genannt. Tafel IX. sind verschiedene Kupplungen dargestellt.

Fig. 1 ist eine Wellenkupplung einfachster Art. Die Wellen A und B sind einfach glatte Cylinder; durch ihre stumpf aneinander gestossenen Enden ist ein die Wellen zusammenhaltender Mitnehmer a gesteckt. Ueber das Ganze ist eine nach der Wellenrundung ausgebohrte Kupplungshülse b geschoben und mit einem zur Hälfte in der Wellenfläche, zur Hälfte in der Kupplungshülse liegenden Keil c eingetrieben.

Fig. 2 ist eine Kupplung mit halbcylindrischen Wellenenden. Die Kupplungshülse b ist durch einen zwischen die Kupplung und die Wellen eingetriebenen Keil c festgehalten.

Fig. 3. Bei dieser Kupplung sind an die Wellenenden Schraubengewinde angeschnitten und ist in der Kupplungshülse b ein Muttergewinde eingeschnitten. Die Gewinde in den beiden Wellen haben einerlei Richtung. Die Drehungsrichtung der treibenden Welle muss so sein, dass sich dabei die Welle in das Muttergewinde der Hülse hineinzuschrauben sucht. Um die Verbindung der Wellen mit Leichtigkeit herzustellen und aufheben zu können, muss das Gewinde an einer der beiden Wellen um etwas mehr als die halbe Länge der Kupplungshülse länger sein als an der andern Welle. Bringt man nämlich die Kupplung in die punktirt angedeutete Position, so ist die Verbindung der Wellen aufgehoben.

Fig. 4 ist eine Wellenkupplung, welche sich von der früher beschriebenen, in Fig. 2 dargestellten, im Wesentlichen nur dadurch unterscheidet, dass der Durchmesser der halbcylindrischen Wellenenden grösser ist, als der Durchmesser der Welle selbst.

Fig. 5. Auslösbare Klauen-Kupplung.

Fig. 6 ist eine Verkupplung zweier Wellen vermittelst eines *Hook*'schen Schlüssels. $A A_1$ sind die zwei Wellenstücke, $B B_1$ zwei mit denselben verbundene gabelförmige Stücke, C ein mit vier Zapfen versehener Ring. Die Gabelenden von B umfassen die beiden Zapfen b und b, die Gabelenden von B_1 umfassen die Zapfen b_1 b_1. Es ist klar, dass bei dieser Verbindung jede Welle ihre Lage gegen die andere ändern kann, dass aber gleichwohl jede Welle die andere drehend mitnimmt.

Anwendbarkeit dieser Kupplungen. Es ist klar, dass diese Kupplung mit dem Hook'schen Schlüssel bei ganz sorgfältiger Ausführung den Anforderungen, welche man an eine Wellenkupplung stellen kann und zuweilen stellen muss, am besten entspricht, denn bei dieser Verbindung wird die drehende Bewegung von einem Wellenstück auf das andere stets zwanglos übertragen, ja selbst auch dann, wenn die beiden Wellenstücke ihre relative Lage gegen einander ändern sollten oder ändern müssten. Alle übrigen von den beschriebenen Kupplungen erfordern dagegen, weil sie steife Verbindungen veranlassen, eine sehr solide unveränderliche geradlinige Nacheinanderlagerung der Wellen. Leider ist der Hook'sche Schlüssel zu complizirt und zu kostspielig, um regelmässig angewendet werden zu können, daher ist diese Kupplung nur dann zu empfehlen, wenn eine sehr verlässliche Verbindung zweier Wellen herzustellen ist, die ihre relative Lage gegen einander sollen ändern können.

Die Kupplungen Fig. 1, Fig. 2, Fig. 3 eignen sich vorzugsweise für dünne schmiedeeiserne Wellen bis zu 12 Centimeter Durchmesser. Fig. 1 ist die einfachste, am wenigsten kostspielige Anordnung. Die Verbindung, welche sie gewährt, ist jedoch nicht besonders solide, denn der auf Torsion in Anspruch genommene mittlere Querschnitt des Mitnehmers ist nur $\frac{1}{3}$ vom Querschnitt der Welle, also bei weitem nicht so fest, als die Welle selbst. Eine bessere Verbindung gewährt die Kupplung Fig. 2, sie ist aber etwas kostspieliger als 1, denn die Herstellung der halbcylindrischen Wellenenden verursacht viele Arbeit. Noch besser ist die Kupplung Fig. 3 mit Verschraubung, sie kommt aber auch höher zu stehen, als die beiden vorhergehenden.

Die Kupplung Fig. 4 eignet sich für stärkere und insbesondere für starke gusseiserne Wellen. Sie gewährt eine sehr feste Verbindung der Wellen und bei Gusseisen verursacht die etwas complizirtere Form nur eine unbedeutende Erhöhung der Anfertigungskosten.

Festigkeit. Die ganze Wellenkraftleitung einer grösseren Fabrik mit mehreren Stockwerken besteht gewöhnlich aus drei Theilen, nämlich 1) die äussere Leitung, welche die Kraft von der Kraftmaschine an in das Fabrikgebäude leitet; 2) die aufrechte Leitung, bestehend aus einem vertikalen Wellensystem, durch welches die Kraft in die verschiedenen Stockwerke geleitet wird; 3) die innere oder Zweigleitung, vermittelst welcher die Kraft in den Arbeitssälen nach den verschiedenen Arbeits- ~~Kraft~~maschinen geleitet wird. In der äusseren Kraftleitung übertragen gewöhnlich zwei durch eine Kupplung verbundene Wellenstücke gleich grosse Kräfte und haben deshalb gleiche Durchmesser. Die aufrechte Leitung besteht gewöhnlich aus so vielen Wellenstücken, als Stockwerke vorhanden sind, und jedes derselben gibt in der Regel einen Theil der empfangenen Kraft an eine Welle der Zweigleitung ab. Zwei zu verbindende Wellenstücke dieser aufrechten Leitung haben deshalb ungleiche Durchmesser. Aehnlich verhält es sich auch mit den Wellenstücken der Zweigleitung in den Arbeitssälen.

Allein die zu verbindenden Wellen mögen nun gleiche oder ungleiche Durchmesser haben, so werden doch die zu verbindenden Enden der beiden Wellenstücke ganz gleichen Torsionsmomenten zu widerstehen haben, es ist daher für die Festigkeit ganz genügend, wenn diese Wellenenden und wenn auch die Kupplung selbst Dimensionen erhalten, die dem in der getriebenen Welle wirksamen Torsionsmoment entsprechen, d. h. die ganze Kupplung soll nach dem Durchmesser der getriebenen Welle construirt werden.

Fig. 7, 8, 9 und 10 zeigen die Verkupplungen einer stärkeren treibenden Welle A mit einer schwächeren getriebenen Welle B. Man sieht dass sich diese Kupplungen von den früher erklärten für gleich dicke Wellen nur dadurch unterscheiden, dass die starke Dimension der treibenden Welle A bis an die Kupplung hinreicht.

Die Dimensionen der Kupplungshülse müssen so gewählt werden, dass eine sichere Verbindung bewerkstelligt werden kann und dass insbesondere die Hülsen durch das heftige Eintreiben des Keiles nicht gesprengt werden. Auf rationellem Wege lassen sich diese Abmessungen nicht bestimmen. Eine sorgfältige Vergleichung von gut construirten Kupplungen hat zu folgenden empirischen Regeln geführt:

Länge einer Kupplungshülse . . . . $l = 2{\cdot}7 + 1{\cdot}9\ d$

Metalldicke der Kupplungshülse . . . . $\delta = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\ d$

Breite des Keiles . . . . , ... $k = 0{\cdot}9\ \delta$

Dicke des Keiles . . . . $h = \frac{1}{2}\ k$

wobei d den Durchmesser der getriebenen Welle bezeichnet.

Für die Anordnung Fig. 4 ist noch eine Regel nothwendig, um den Durchmesser d_1 des Kopfes zu bestimmen. Macht man

$$d_1 = d\ \sqrt[3]{2} = 1{\cdot}26\ d$$

so ist das Torsionswiderstands-Vermögen des halben Cylinders vom Durchmesser d_1 eben so gross, als das des ganzen Cylinders vom Durchmesser d.

Bei der Anordnung Fig. 1 ist es am besten, die Dimensionen des Mitnehmers so zu bestimmen, dass dessen Torsionsfestigkeit jener der beiden Kreisabschnitte an der Welle gleichkommt. Dies ist der Fall, wenn die Torsionsfestigkeit des Mitnehmers halb so gross ist, als jene der getriebenen Welle. Nennt man h die kleinere von den Querschnittsdimensionen des Mitnehmers, so hat man zu setzen:

$$\frac{d^2\ h^2}{3\ \sqrt{d^2 + h^2}} = \frac{1}{2}\ \frac{\pi}{16}\ d^3$$

hieraus folgt:

$$\left(\frac{h}{d}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{3\pi}{32}\right)^2\left[1 + \sqrt{1 + 4\left(\frac{32}{3\pi}\right)^2}\right]$$

und man findet:

$$\frac{h}{d} = 0{\cdot}583$$

Seite 57 der Resultate für den Maschinenbau findet man eine Tabelle über die Dimensionen von Wellenkupplungen, die nach den oben aufgestellten Formeln berechnet wurden. Bei den kleineren Wellen ist immer für zwei derselben ein und dieselbe Kupplung angenommen, um auf diese Weise die Zahl der zur Herstellung erforderlichen Modelle möglichst zu vermindern.

Lager für Axen, Wellen und Zapfen.

(Resultate Seite 57 bis 60, Tafel XII., XIII., XIV.)

Die Form und Einrichtung der Zapfenlager richtet sich nach der Stärke der Wellen, nach ihrer Richtung, nach dem Ort, an welchem die Lager befestiget werden sollen, ob nämlich an einen Boden oder an eine Wand oder an eine Decke und noch nach mancherlei anderen Nebenumständen.

Die am häufigsten vorkommenden Formen sind auf den Tafeln XII., XIII., XIV. der Resultate für den Maschinenbau dargestellt.

Gewöhnliche Lager. Fig. 1, Tafel XII. der Resultate ist ein Zapfenlager für eine liegende Welle. Das Ganze besteht aus der Lagerplatte a, dem Lagerkörper b, dem Lagerdeckel c und den beiden Lagerschalen d d. Die Lagerplatte ist selbstständig nur vorhanden, wenn das Lager gegen ein Steinfundament oder gegen Balken zu befestigen ist. Soll diese Befestigung an ein Maschinengestelle oder an einen Lagerstuhl geschehen, so wird die Lagerplatte an das Gestell oder an den Stuhl gegossen. Im ersteren Falle wird die Lagerplatte mit zwei, bei grösseren Dimensionen mit vier Schrauben an das Fundament geschraubt. Je zwei Bestandtheile des ganzen Lagers sind an den Stellen, wo sie sich berühren, glatt bearbeitet, dabei ist aber beachtet, dass diese glatt zu bearbeitenden Flächen möglichst kleine Ausdehnungen haben. Die obere Fläche der Lagerplatte und die untere Fläche des Lagerkörpers berühren sich nur mit ihren glatt gearbeiteten Säumen und in der Mitte. Der Lagerdeckel ist in den Lagerkörper eingesenkt und beide berühren sich mit vertikalen Säumen. Die Lagerschalen berühren den Lagerkörper und den Lagerdeckel mit rundumlaufenden Säumen und zwar theils im Innern der Höhlung, theils an der äusseren Fläche. Platte, Körper und Deckel sind in der Art geformt, dass die Verbindungsschrauben nie auf Abschiebung, sondern nur auf absolute Festigkeit in Anspruch genommen sind. Desshalb ist der Lagerkörper zwischen zwei Leisten der Platte eingekeilt und ist ferner der Deckel in den Körper herabgesenkt. Eine solide Verschraubung ist übrigens nur bei solchen Lagern von Wichtigkeit, bei welchen die auf die Welle einwirkenden Kräfte nicht senkrecht gegen die Lagerplatte pressen. Insbesondere die Zapfenlager für Kurbelwellen erfordern eine sehr sorgfältige und solide Verschraubung, indem die Richtung, nach welcher diese

Wellen beim Umgang der Kurbel gegen die Schalen gepresst werden, veränderlich ist. Bei Balancier-Dampfmaschinen ist es von Wichtigkeit, die Verbindung der Lagerplatte mit dem Fundament, des Lagerkörpers mit der Lagerplatte und des Lagerdeckels mit dem Körper so fest zu machen, dass eine Trennung dieser vier Theile nicht eintritt, wenn die Welle durch die Kraft der Maschine vertikal aufwärts gegen den Deckel gepresst wird. Für diese ungünstigsten Verhältnisse müssen die Dimensionen der Schrauben und Platten bestimmt werden.

Die Formen und Abmessungen dieser Lager können selbstverständlich nur auf empirischem Wege durch das Gefühl für Formen und Verhältnisse gefunden werden.

Zur Auffindung verlässlicher Regeln für die Construktion der Zapfenlager wurde mit möglichster Sorgfalt ein ganz grosses Lager, eines von mittleren und eines von ganz kleinen Dimensionen in natürlicher Grösse aufgezeichnet, und hierauf durch Vergleichung dieser Zeichnungen die in denselben etwa verborgenen Regeln ausfindig zu machen gesucht. Auf diesem Wege wurde gefunden, 1) dass die Metalldicken der Lagerschalen für kleinere Wellen verhältnissmässig zum Durchmesser der Welle stärker genommen werden müssen, als bei stärkeren Wellen; 2) dass die eisernen Theile der Lager für grosse und kleine Wellen geometrisch ähnlich geformt werden dürfen. Für die Dimensionen der Lagerschalen haben sich folgende Regeln ergeben.

Länge einer Schale für Wellen oder Zapfen, die sich nur mit mässiger Geschwindigkeit bewegen, bei welchen also ein Warmlaufen nicht zu besorgen ist:

$$l = 0{\cdot}87 + 1{\cdot}21\,d \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Metalldicke einer Lagerschale:

$$e = 0{\cdot}28 + 0{\cdot}07\,d \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Aeusserer Durchmesser der Schale oder Durchmesser der Höhlung des Lagerkörpers und Lagerdeckels:

$$d_1 = 0{\cdot}69 + 1{\cdot}17\,d \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Will man die Hälse und Zapfen von schnell laufenden Wellen nach den Seite 159 erklärten Grundsätzen und Regeln sehr lang machen, so braucht man nur allein die Lagerschale in der Weise wie Fig. 1 Tafel X. zeigt zu verlängern, das Lager selbst kann aber genau so gemacht werden, wie für eine Schale von normaler Länge.

Für die Verzeichnung aller eisernen Theile eines Lagers ist es am zweckmässigsten, eine ganz sorgfältige Normalzeichnung anzufertigen und in dieser alle wesentlichen Abmessungen in Zahlen anzugeben, dabei aber den Durchmesser d_1 der Höhlung oder den äusseren Durchmesser der Lagerschale als Einheit anzunehmen. Auch ist es angemessen, noch einen hunderttheiligen Maassstab hinzuzufügen, der ebenfalls für $d_1 = 1$ zu construiren ist. In Fig. 1, Tafel XII. der Resultate sind nur diejenigen Lagerdimensionen (bezogen auf $d_1 = 1$) angegeben, welche für Maschinenentwürfe zu wissen nothwendig sind. Wenn man nämlich alle Lager nach derlei festen Regeln construirt, braucht man in den Entwürfen die Lager selbst gar nicht auszuzeichnen, sondern es genügt, wenn die Lagerplatten und Verbindungsschrauben angegeben werden. Diese Hauptverhältnisse eines Lagers sind:

1) Höhe des Lagers, d. h. Höhe des Wellenmittels von der Ebene der Lagerplatte . . . . 0·9 d_1
2) Länge der Lagerplatte zwischen den Leisten zur Einkeilung . . . . 3·0 d_1
3) Breite der Lagerplatte . . . . 1·0 d_1

Seite 59 der Resultate für den Maschinenbau findet man eine Tabelle für die Dimensionen der Lagerschalen, die nach den Regeln der Gleichungen (1), (2), (3) berechnet wurde.

Um die Anzahl der kostspieligen Lagermodelle möglichst zu vermindern, sind die Schalen so bestimmt, dass bei kleineren Wellen die äusseren Dimensionen der Schalen für zwei unmittelbar aufeinander folgende Wellen übereinstimmen. Auf diese Weise ist es möglich, für alle Wellen zwischen 3 und 30 Centimetern Durchmesser mit 19 Lagern auszureichen.

Fig. 2 und 3, Tafel XII. der Resultate sind Hängelager. Die Form Fig. 3 ist gefällig, das Modell dazu ist leicht anzufertigen und gut zu formen, allein diese Form verträgt nur einen Lagerkopf, muss also verlassen werden, wenn ein Hängelager für zwei oder drei Wellen herzustellen ist. In dieser Hinsicht verdient die Form Fig. 2 den Vorzug, weil bei derselben das untere achtseitige Prisma das Ansetzen mehrerer Lagerköpfe gestattet.

Fig. 1 bis 7, Tafel XIII. der Resultate ist ein Hängelager mit drei Lagerköpfen.

Eine detaillirte Beschreibung dieser Lager unterlasse ich; ein so complizirtes Formenwesen lässt sich mit Worten nicht wohl mit der nöthigen Bestimmtheit charakterisiren und die Zeichnungen sprechen deutlich genug.

Auch für die Schalen dieser Hängelager gelten die früher aufgestellten Regeln, so wie die Tabelle Seite 59 der Resultate für den Maschinenbau.

Die Detaildimensionen der Eisenkörper dürfen wie bei den Lagern für liegende Wellen auf den äusseren Durchmesser d_1 der Schale bezogen werden. Nur die Höhe des Lagers darf nicht dem d_1 proportional genommen werden, denn diese richtet sich nach dem Halbmesser der Rollen und Räder, die mit der Welle zu verbinden sind, und auch, wie wir später sehen werden, nach der Deckenconstruktion, an welche die Hängelager geschraubt werden. Diese Hängelager können gebraucht werden für Wellen bis zu 8 Centimeter Durchmesser. Stärkere Wellen über 8 Centimeter Durchmesser an Decken zu hängen ist nicht rathsam, weil sie zu steif sind, während eine Deckenconstruktion aus Holz immer mehr oder weniger biegsam ist und durch das im Holz mit der Zeit eintretende Werfen und Schwinden deformirt wird.

Fig. 4, Tafel XII. der Resultate ist ein Pfannentopf von einfachster Construktion für den Zapfen einer vertikal stehenden Welle. Diese Einrichtung ist genügend, wenn ein Warmlaufen nicht zu befürchten ist.

Lager mit Kugelschalen. Die im Vorhergehenden beschriebenen Lager haben den Nachtheil, dass sie gar nicht nachgiebig, sondern ganz steif sind.

Eine ganz fehlerfreie Aufstellung derselben zu bewirken und zu erhalten ist deshalb sehr schwierig und praktisch kaum möglich. Ein in derartige Lager gelegter Wellenstrang wird sich in denselben nur dann zwanglos bewegen, wenn alle geometrischen Axen aller Lagerhöhlungen in eine und dieselbe gerade Linie fallen; so wie also nur der geringste Fehler in der ersten Aufstellung eines solchen Lagers gemacht wird, oder wenn nachträglich eine Lagerplatte, wenn auch nur um ein Geringes aus ihrer richtigen Lage verrückt wird (was bei Hängelagern durch eine in der Decke eintretende Biegung und bei Fundamentlagern durch eine Senkung der Fundamentsteine so leicht geschehen kann), wird sogleich die gleichförmige Vertheilung des Druckes zwischen der Welle und der Lagerschale aufhören, was zur Folge hat, dass sich die reibenden Theile mehr oder weniger heftig angreifen und erwärmen.

Diese nachtheilige Steifheit der gewöhnlichen Lager kann man beseitigen, wenn man die Lagerschalen aussen kugelförmig bildet und die Lagerkörper innen entsprechend kugelförmig aushöhlt. Lager mit Kugelschalen hat zuerst *Bodmer* angewendet. Fig. 1, 2, 3, 4, Tafel XIV. (Resultate für den Maschinenbau) zeigt die Einrichtung eines solchen Lagers. Man sieht insbesondere durch Fig. 2 und 3, dass die Kugelformen nicht vollständig, sondern dass von denselben nur zwei schmale Zonen vorhanden sind. Eine vollständige Beweglichkeit kann auch mit cylindrischen Schalen erzielt werden, wenn man dieselben wie bei einem gewöhnlichen Lager mit dem Lagerkörper unveränderlich verbindet, die Lagerkörper hingegen vermittelst eines Hook'schen Schlüssels beweglich aufhängt. Allein diese Construktion ist noch viel complizirter und schwieriger auszuführen, als das Lager mit Kugelschalen.

Verbindet man die einzelnen Wellenstücke eines Wellenstranges vermittelst Hook'scher Schlüssel und legt ferner jedes Wellenstück in ein Lager, das entweder mit Kugelschalen versehen ist, oder in einem Hook'schen Schlüssel hängt, so entsteht ein Wellensystem, das im Stande ist, eine Kraft auch dann ganz zwanglos zu übertragen, wenn die Lager ihre relative Lage gegen einander innerhalb gewisser engen Grenzen beständig verändern. Eine solche Construktion, die man eine Wellenkette nennen kann, würde z. B. für die Schraubenaxe eines Schraubendampfschiffes vortreffliche Dienste zu leisten vermögen.

Das in Fig. 5, Tafel XIV. der Resultate dargestellte bewegliche Lager für vertikale Wellen wurde bereits in den Prinzipien Seite 190 beschrieben.

Lagerstühle.

(Resultate Tafel XVIII., XIX., XX.)

Der dauernd richtige Eingriff zweier oder mehrerer Räder erfordert eine unveränderliche relative Gegeneinander-Lagerung der Axen. Dies geschieht durch die sogenannten Lagerstühle, welche aus einem gusseisernen maschinengestellartigen Körper bestehen, der gegen ein Steinfundament oder gegen ein Balkenwerk, gegen eine Mauer oder Decke geschraubt wird, und mit welchem alle Axen- und Zapfenlager der auf unveränderliche Weise zu verbindenden Wellen befestigt werden. Tafel XVIII., XIX., XX. der Resultate des Maschinenbaues sind Darstellungen verschiedener Lagerstühle, wie sie namentlich bei Transmissionen vorkommen.

Tafel XVIII. ist ein Lagerstuhl für den Uebergang von einer liegenden Welle aus nach einer aufrecht stehenden. Der Stuhl selbst ist gegen ein starkes Quaderfundament geschraubt, das noch von einem Bruchsteinmauerwerk umgeben ist.

Tafel XIX., Fig. 1, 2, 3, sind drei Ansichten eines Lagerstuhles für den Fall, dass von einer längs einer Mauer aufsteigenden Welle aus auf eine zweite Welle übergegangen werden soll, deren Richtung senkrecht steht auf der Ebene der Mauer.

Tafel XIX., Fig. 4, 5, 6 sind drei Ansichten eines Lagerstuhls für den Fall, wenn von einer längs einer Mauer senkrecht aufsteigenden Welle aus auf zwei horizontale, zur Ebene der Mauer parallel laufende Wellen übergegangen werden soll.

Tafel XX., Fig. 1, 2, 3 sind drei Ansichten eines Lagerstuhles für den Fall, dass von einer Welle aus, deren Richtung gegen die Ebene einer Mauer senkrecht steht, auf drei andere zur Ebene der Mauer parallele Wellen übergegangen werden soll.

Tafel XX., Fig. 4, 5, 6 sind drei Ansichten eines Lagerstuhls für den Fall, dass von einer vertikalen Welle aus auf eine durch eine Wand gehende Welle übergegangen werden soll.

Jeder solche Stuhl ist eine Art Gehäuse aus durchbrochenen Platten, die zu einem Körper molekular verbunden sind. Verlegt man diese Platten ganz nach aussen, und durchbricht sie entweder gar nicht oder nur sehr wenig, so entstehen gefässartige Lagerstühle, die, weil sich die Wandungen wechselseitig unterstützen, eine grosse Festigkeit gewähren, und daher sehr empfohlen werden dürfen. Man muss sich jedoch hüten, krummflächige Wände anzufertigen, weil dieselben beträchtliche Modell- und Arbeitskosten verursachen.

Bei der Construktion von diesen Lagerstühlen kommt alles darauf an, dass man methodisch zu Werke gehe, weil sich dadurch das ganze Formengebilde gleichsam von selbst ergibt.

Wenn ein Stuhl für zwei Wellen zu construiren ist, verzeichnet man zuerst die Wellen, Zapfen und Räder und dann die Lagerplatten, wobei die Seite 180 angegebenen Regeln sorgfältig berücksichtigt werden müssen. Ist einmal das System der Lagerplatten dargestellt, so ergibt sich dann der Stuhl in der Regel sehr einfach, indem man diese Lagerplatten erweitert, Versteifungswände anbringt, und eine Rückwand oder Bodenplatte hinzufügt.

Ist dagegen ein Stuhl für mehr als zwei Wellen anzuordnen, so ist es vortheilhafter, zuerst die Wellen und Lagerplatten zu verzeichnen, sodann erst die Räder anzuordnen, und zwar so, dass sie so klein werden, als es nur immer zulässig ist. Ist auch dies geschehen, so ergibt sich der vollständige Stuhl wie im vorhergehenden Fall. Verfährt man auf diese Weise, so erhält man jederzeit eine wohlgeordnete Nebeneinander-Lagerung der Lagerplatten, und dadurch einen einfachen Stuhlbau. Verfährt man hingegen bei der

Construktion eines Stuhles für drei oder vier Wellen wie im Vorhergehenden für einen Stuhl zu zwei Wellen erklärt wurde, so kann es begegnen, dass der Raum zwischen den Rädern nicht hinreicht, die Lagerplatten in geordneter Weise anzubringen.

Bestimmtere Regeln lassen sich für derlei Construktionen nicht aufstellen und sind auch nicht nothwendig, so wie man sich einige Uebung im Construiren erworben hat, denn wenn einmal die Räder und die Lagerplatten verzeichnet sind, hat das Gefühl hinreichend sichere Leitung und Anhalt. Aber es ist gerade die Construktion dieser Lagerstühle die beste construktive Elementar-Uebung, die man nur machen kann, und jeder Anfänger wird wohl thun, sehr viele solche Stühle für die mannigfaltigsten Verhältnisse zu entwerfen. Das Beste ist, wenn man die Construktion mit Kreide in Naturgrösse auf schwarz gebeizten Holztafeln ausführt, weil man die Detaildimensionen am besten beurtheilen kann, wenn sie in natürlicher Grösse erscheinen. Anfänger construiren immer zu weitschichtig, und es dauert gewöhnlich lange, bis das Geschick sich einfindet, etwas in einem engen Raum concentrirt anzuordnen und doch Alles zugänglich zu machen.

Für aufrechte Wellen darf man in der Regel die Entfernung der Welle von der Wand 4 bis höchstens 5 mal so gross machen, als der Durchmesser der Welle beträgt.

Die Metalldicke Δ der Stuhlwände darf man nach folgender empirischen Regel bestimmen.

$$\Delta = 1 + 0{\cdot}07\ d$$

dann wird:

für d = 10	12	14	16	18	20	Centm.
Δ = 1·7	1·84	1·98	2·02	2·26	2·40	„

Wenn die Kraft vermittelst einer vertikal stehenden Welle durch ein aus mehreren Stockwerken bestehendes Fabrikgebäude in die Höhe geleitet werden soll, ist es zweckmässig, die Mauer, da wo die Welle aufzustellen ist, in allen Stockwerken gleich dick zu halten, indem auf diese Weise die Lagerstühle in allen Stockwerken von der Mauer gleich weit heraus reichen. Tafel XXX. der Resultate.

Rollen.

(Resultate Seite 60 bis 66, Tafel XV.)

Um von einer Axe nach einer andern Kraft und Bewegung zu übertragen, werden gewöhnlich entweder verzahnte Räder oder

Rollen mit Riemen angewendet. Diese Rollentriebe sind zwar nur zur Uebertragung von schwächern Kräften anwendbar, sie gewähren aber den Vortheil, dass die Entfernung der beiden Axen beträchtlich gross sein kann.

Ein Riemen vermag die Bewegung von einer Rolle nach einer andern nur dann zu übertragen, wenn derselbe an den Rollenumfängen durch Adhäsion oder Reibung anhaftet, und zwar so, dass der Riemen und die Rollenumfänge übereinstimmende Geschwindigkeiten erhalten. Ist dies der Fall, so verhalten sich die Umdrehungen, welche die beiden Axen in einerlei Zeit, z. B. in einer Minute machen, verkehrt, wie die Halbmesser der mit den Axen verbundenen Rollen, und die Bewegungsrichtungen der Axen stimmen überein oder sind einander entgegengesetzt, je nachdem die Riemenstücke zwischen den Rollen äussere oder innere (sich durchkreuzende) Tangenten an die Rollenumfänge bilden.

Riemenspannungen. Die Querschnittsdimensionen des Riemens, so wie auch sämmtliche Dimensionen der Rollen richten sich vorzugsweise nach der Spannung, die in dem Riemen herrschen muss, damit derselbe auf den Rollen nicht gleitet; wir müssen uns daher mit der Ausmittelung dieser Spannung beschäftigen.

Denken wir uns, dass um zwei Rollen ein Riemen geschlungen und sehr stark angespannt werde, so wird in der ganzen Ausdehnung des Riemens ein und dieselbe Spannung eintreten, so lange in den Axen keine auf Drehung wirkenden Kräfte und Widerstände einwirken. So wie aber in der treibenden Welle eine drehende Kraft und gleichzeitig in der getriebenen Welle ein der Drehung entgegengerichteter Widerstand einwirkt, treten sogleich in allen Querschnitten des Riemens Spannungsänderungen ein. Wirken Kraft und Widerstand nach den Richtungen, welche in Fig. 2, Tafel X. die Pfeile andeuten, so ist klar, dass in dem Riemenstück $a\,b$ eine starke, in dem Riemenstück $a_1\,b_1$ eine schwache Spannung entsteht, und dass von a nach a_1, so wie von b nach b_1 die Spannung nach einem gewissen Gesetz abnimmt. Nennt man $\mathfrak{T}$ die Spannung in $a\,b$ und $\mathfrak{T}_1$ die Spannung in $a_1\,b_1$, ferner P die auf den Umfang der Rolle A reduzirte treibende Kraft, so hat man sowohl für einen Ruhezustand wie für einen gleichförmigen beharrenden Bewegungszustand:

$$\left.\begin{array}{l}\mathfrak{T} = P + \mathfrak{T}_1 \\ \text{oder} \quad P = \mathfrak{T} - \mathfrak{T}_1\end{array}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Diese Gleichung ist richtig, wie gross auch die absoluten Spannungen $\mathfrak{T}$ und $\mathfrak{T}_1$ sind, so lange die Rollen in dem Riemen nicht glitschen. Diese Gleichung gilt also auch noch dann, wenn man die Riemenspannung so weit schwächt, dass die aus derselben entstehende Reibung zwischen dem Riemen und den Rollen gerade noch hinreicht, das Glitschen der Rollen zu verhindern. Diese schwächste Riemenspannung, welche noch im Stande ist, das Glitschen der Rollen zu verhindern, ist offenbar von einer solchen Grösse, dass die daraus entspringende Reibung der Kraft P oder dem eben so grossen Widerstand P gleich kommt. Wir wollen nun suchen, diese kleinsten Werthe von $\mathfrak{T}$ und $\mathfrak{T}_1$, bei welchen ein Glitschen noch nicht eintritt, zu berechnen.

Wenn wir die Riemenstücke zwischen der Rolle entzwei schneiden, und an die entstehenden Enden Kräfte anbringen, die gleich sind den Spannungen $\mathfrak{T}$ und $\mathfrak{T}_1$, welche vor dem Entzweischneiden vorhanden waren, so wird der Gleichgewichtszustand nicht gestört. In dem Riemenstück $a a_1$ Fig. 3, Tafel X., welches die Rolle A von a_1 bis a berührt, wächst die Spannung von a_1 an bis a hin von $\mathfrak{T}_1$ bis $\mathfrak{T}$. In irgend einem Querschnitt m wird eine Spannung S und in einem an m unendlich nahen Querschnitt n wird eine Spannung $S + d S$ vorhanden sein. Zerlegen wir jede dieser zwei Spannungen in zwei Seitenkräfte nach den Richtungen $p O$ und $q r$, wobei p den Durchschnittspunkt der Richtungen von S und $S + d S$ bedeutet, und $q r$ senkrecht auf $p O$ ist, und setzen wir

$$\widehat{m O a_1} = \varphi, \qquad \widehat{m O n} = d \varphi$$

so ist:

$$S \sin \frac{1}{2} d \varphi + (S + d S) \sin \frac{1}{2} d \varphi$$

die Kraft, mit welcher das Riemenelement $m n$ gegen die Rolle gedrückt wird, und

$$f \left[S \sin \frac{1}{2} d \varphi + (S + d S) \sin \frac{1}{2} d \varphi \right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

die aus diesem Druck entspringende Reibung, wobei f den Reibungs-Coeffizienten bedeutet.

Dagegen ist:

$$(S + d S) \cos \frac{1}{2} d \varphi - S \cos \frac{1}{2} d \varphi \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

die Kraft, mit welcher dieses Riemenstückchen nach der Richtung $p r$ gezogen wird. Wenn nun die Spannungen $\mathfrak{T}$ und $\mathfrak{T}_1$ gerade nur so gross sind, dass ein Glitschen der Rolle noch verhindert wird, muss nothwendig die Kraft (3) dem Reibungswiderstand (2) gleich sein. Für diese kleinsten Werthe von $\mathfrak{T}$ und $\mathfrak{T}_1$ besteht also die Gleichheit:

$$f\left[S \sin \frac{1}{2} d \varphi + (S + d S) \sin \frac{1}{2} d \varphi\right] =$$
$$(S + d S) \cos \frac{1}{2} d \varphi - S \cos \frac{1}{2} d \varphi$$

Allein weil $d S$ und $d \varphi$ unendlich kleine Grössen sind, darf man setzen:

$$\sin \frac{1}{2} d \varphi = \frac{1}{2} d \varphi, \quad \cos \frac{1}{2} d \varphi = 1$$

und ist es ferner erlaubt, Glieder, welche Produkte von Differenzialien enthalten, zu vernachlässigen. Wir erhalten daher: $f S d \varphi = d S$ und wenn man diese Gleichung integrirt:

$$\text{lognat } S = f \varphi + \text{Const} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

Diese Gleichung spricht das Gesetz aus, nach welchem die Spannung S mit dem Winkel φ wächst.

Nun ist für $\varphi = o$, $S = \mathfrak{T}_1$ und für $\varphi = \widehat{a O a_1} = \alpha$, $S = \mathfrak{T}$. Demnach gibt die Gleichung (4):

$$\text{lognat } \mathfrak{T}_1 = o + \text{Const}$$
$$\text{lognat } \mathfrak{T} = f \alpha + \text{Const}$$

Die Differenz dieser Gleichungen gibt:

$$\text{lognat } \frac{\mathfrak{T}}{\mathfrak{T}_1} = f \alpha \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

demnach:

$$\mathfrak{T} = \mathfrak{T}_1 \, e^{f \alpha} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

wobei $e = 2{\cdot}71828$ die Basis der natürlichen Logarithmen bedeutet. Aus den Gleichungen (1) und (6) folgt:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{T} &= P \frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1} \\ \mathfrak{T}_1 &= P \frac{1}{e^{f\alpha} - 1} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

Die Spannung t, welche in der ganzen Ausdehnung des Riemens eintritt, wenn Kraft und Widerstand beseitigt wird, ist $\frac{1}{2}(\mathfrak{T}+\mathfrak{T}_1)$, man erhält demnach auch:

$$t = \frac{1}{2} P \frac{e^{f\alpha} + 1}{e^{f\alpha} - 1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

Nennt man s die Bogenlänge $a\,p\,a_1$, längs welcher der Riemen die Rolle berührt, R den Halbmesser der Rolle, so ist:

$$\alpha = \frac{s}{R} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

Vermittelst dieser Formeln (7), (8), (9) können nun die schwächsten Spannungen berechnet werden, bei welchen ein Glitschen der Rollen oder Riemen noch nicht eintritt.

Die Reibungscoeffizienten f sind nach Versuchen von *Morin*:

1) für gewöhnlich fette Riemen auf hölzernen Rollen $f = 0·47$
2) für neue Riemen auf hölzernen Rollen . . . . $f = 0·50$
3) für gewöhnlich fette Riemen auf abgedrehten gusseisernen Rollen . . . . $f = 0·28$
4) für feuchte Riemen auf gusseisernen abgedrehten Rollen . . . . $f = 0·38$

Für die gewöhnlichen Zwecke der Praxis sind die Formeln (7) und (8) viel zu complizirt, sie geben uns jedoch sehr einfache Resultate, wenn wir uns auf die gewöhnlicheren Fälle der Praxis beschränken, in welchen 1) fette Riemen auf gusseisernen abgedrehten Rollen angewendet werden, und 2) der Winkel, welcher dem Bogen α entspricht, entweder genau oder doch annähernd gleich 180° ist. Setzen wir in (7) und (8) $f = 0·28$, $\alpha = \pi = 3·142$, $e = 2·718$, so erhalten wir wegen $e^{f\alpha} = (2·718)^{0·28 \times 3·142} = 2·41$

$$\mathfrak{T} = 1·8\,P, \quad \mathfrak{T}_1 = 0·8\,P, \quad t = 1·3\,P$$

Allein damit in der Anwendung ein Glitschen der Riemen nicht eintritt, müssen die Spannungen jederzeit etwas grösser gehalten werden, als die kleinsten Werthe, daher dürfen wir zur Berechnung der Rollen und Riemen folgende Werthe in Rechnung bringen:

$$\mathfrak{T} = 2\,P, \quad \mathfrak{T}_1 = P, \quad t = 1·5\,P \quad \ldots \ldots \quad (10)$$

Dimensionen des Riemens und der Rolle. Nennen wir nun β die Breite des Riemens, δ die Dicke desselben, $\mathfrak{A}$ die Spannungsintensität, welche im Riemen eintreten darf, und zwar im führenden Riemenstück, so ist zu setzen:

$$\mathfrak{A}\,\beta\,\delta = \mathfrak{T}$$

oder weil wir in allen gewöhnlichen Fällen $\mathfrak{T} = 2\,P$ nehmen dürfen:

$$\mathfrak{A}\,\beta\,\delta = 2\,P \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

Vermittelst dieser Gleichung kann man den Querschnitt $\beta\,\delta$ des Riemens berechnen, wenn die auf den Rollenumfang reduzirte Kraft P und die zulässige Spannungsintensität gegeben sind. Allein wenn es sich um die Construktion eines Rollentriebes handelt, ist P fast niemals unmittelbar gegeben, sondern man kennt gewöhnlich nur den in Pferdekräften ausgedrückten Effekt, welchen die Rolle überträgt, und die Anzahl der Umdrehungen der Wellen; die Regel (1) ist daher unmittelbar nicht praktisch brauchbar. Die Methode der Verhältnisszahlen führt uns auch hier am besten zu einer leicht anwendbaren Regel. Nennen wir d den Durchmesser einer Transmissionswelle, welche einem Torsionsmoment $P\,R$ entspricht, so haben wir vermöge Gleichung (4), Seite 57:

$$P\,R = T\,\frac{\pi}{16}\,d^3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Durch Elimination von P aus (11) und (12) folgt:

$$\frac{1}{2}\,\mathfrak{A}\,\beta\,\delta\,R = \frac{\pi}{16}\,T\,d^3 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

Dividirt man durch d^3 und sucht hierauf $\frac{\beta}{d}$, so findet man:

$$\frac{\beta}{d} = \frac{\frac{\pi}{16}\,T}{\frac{1}{2}\,\mathfrak{A}\,\frac{\delta}{d}}\,\frac{d}{R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

Nun ist $\frac{1}{2}\,\mathfrak{A}\,\frac{\delta}{d}$ in allen Fällen der Praxis sehr nahe eine constante Grösse; denn ist die zu übertragende Kraft gross, so fällt d gross aus, wird aber auch dickeres und zugleich festeres Leder genommen, und so kommt es, dass das Produkt $\mathfrak{A}\,\delta$ sehr nahe in dem gleichen Maass wächst wie d, dass mithin $\frac{1}{2}\,\mathfrak{A}\,\frac{\delta}{d}$ sehr nahe constant und zwar gleich $1 \cdot 55$ ist. Man erhält dadurch zur Bestimmung der Riemendicke δ die Regel:

$$\delta = 3{\cdot}1 \, \frac{d}{\mathfrak{A}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

und es darf hier für $\mathfrak{A}$ der fünfte Theil der absoluten Festigkeit des Leders gesetzt werden. Die angemessenen Werthe von $\mathfrak{A}$ sind demnach:

$$\text{für} \left\{ \begin{array}{lll} \text{Schafleder} & . \; . & \mathfrak{A} = 22 \\ \text{Kalbleder} & . \; . & \;\;\text{„} \;= 25 \\ \text{Rossleder} & . \; . & \;\;\text{„} \;= 44 \\ \text{Kuhleder} & . \; . & \;\;\text{„} \;= 54 \end{array} \right.$$

Berechnet man den Durchmesser d nach der Formel $d = 16 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ wobei N die Pferdekraft ausdrückt, welche dem Moment $P\,R$ entspricht, und n die Anzahl der Umdrehungen per 1 Minute, so ist, wie Seite 164 gezeigt wurde, $T = 90$ und dann findet man aus (14):

$$\frac{\beta}{d} = 10{\cdot}5 \, \frac{d}{R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

Diese Formel gibt

für $\frac{R}{d}$ =	4	5	6	7	8
$\frac{\beta}{d}$ =	2·6	2·1	1·75	1·5	1·31

Diese Regeln sind unter der Voraussetzung gefunden worden, dass die Spannung $\mathfrak{T}$ im führenden Riemenstück gleich $2\,P$, d. h. zwei mal so gross ist, als der auf den Umfang reduzirte Widerstand. Setzt man zur Abkürzung:

so ist:
$$\left. \begin{array}{l} k = \dfrac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1} \\ \\ \mathfrak{T} = k\,P \end{array} \right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

und wenn man die früher durchgeführte Rechnung wiederholt, dabei aber $k\,P$ statt $2\,P$ setzt, so findet man statt der Gleichung (14):

$$\frac{\beta}{d} = k \, \frac{\frac{\pi}{16}\,\mathfrak{T}}{\mathfrak{A}\,\frac{\delta}{d}} \, \frac{d}{R} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

oder wenn man die Erfahrungsregel (16) berücksichtigt:

$$\left.\begin{aligned}\delta &= 3\cdot 1 \frac{d}{\mathfrak{A}} \\ \frac{\beta}{d} &= 5\cdot 25\ k\ \frac{d}{R}\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

Für den Reibungscoeffizienten $f = 0{\cdot}28$ findet man:

für α^0 =	60°	90°	120°	180°	210°	240°
$e^{f\alpha}$ =	1·340	1·552	1·797	2·409	2·789	3·229
k =	3·94	2·81	2·26	1·71	1·55	1·44

Diese Resultate dienen nun zur Bestimmung der Riemen für den Fall, dass der von dem Riemen umfasste Bogen beträchtlich von 180° abweicht.

Die Rollenbreite $\mathfrak{b}$ muss etwas grösser als die Riemenbreite gehalten werden. Wir stellen die Regel auf:

$$b = \frac{5}{4}\beta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

Die Dimensionen der Hülse zum Aufkeilen der Rolle müssen empirisch bestimmt werden. Eine Vergleichung von guten Construktionen hat zu folgenden Regeln geführt, Fig. 1 und 2, Tafel XV. der Resultate für den Maschinenbau:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Metalldicke der Hülse} \ldots\ldots\ldots & = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\ d \\ \text{Länge der Hülse, nach der Richtung der} & \\ \quad\text{Axe gemessen, gleich der Rollenbreite } \mathfrak{b}\ . & = \frac{5}{4}\ d \\ \text{Breite des Keiles} \ldots\ldots\ldots\ldots & = 0{\cdot}9\ d \\ \text{Dicke des Keiles} \ldots\ldots\ldots\ldots & = 0{\cdot}45\ d \end{array}\right\} \quad (22)$$

Zur Bestimmung der Arme kann man vermittelst der Methode der Verhältnisszahlen auf folgende Weise eine einfache Regel ableiten.

Die innerhalb gewisser Grenzen ziemlich willkürliche Anzahl $\mathfrak{N}$ der Arme einer Rolle darf jederzeit nach dem Verhältniss $\frac{R}{d}$ aus dem Halbmesser der Rolle und dem Durchmesser der Welle, welche der durch die Rolle zu übertragenden Kraft entspricht, bestimmt werden; allein da dieses Verhältniss nicht immer eine ganze Zahl ist, und ferner für die Anzahl der Arme eine ganze Zahl genommen werden muss, so gilt die Regel, dass die Anzahl $\mathfrak{N}$ der Arme gleich gemacht werden soll derjenigen ganzen Zahl, welche dem Verhältniss $\frac{R}{d}$ am nächsten kommt.

Der Querschnitt der Arme wird gewöhnlich ellyptisch gemacht, weil dies eine Form ist, die wenig Luftwiderstand verursacht, und sich leicht in Sand formen lässt. Die absoluten Dimensionen eines Armes ergeben sich auf folgende Weise.

Zur Bestimmung der Welle haben wir die Gleichung (12) aufgestellt.

Nennen wir nun h die in der Ebene der Rolle gemessene Dimension eines Armes, gemessen an der Axe. h_1 die Dicke des Armes an der Hülse, so ist nach der Lehre von der relativen Festigkeit $\mathfrak{S}\frac{\pi}{32} h_1 h^2 = \mathfrak{S}\frac{\pi}{32}\left(\frac{h_1}{h}\right) h^3$ das Elastizitätsmoment. Da wir annehmen dürfen, dass die am Umfang der Rolle wirkende Kraft P alle Arme von der Hülse wegzubrechen strebt, so ist $\frac{P}{\mathfrak{N}} R$ das Moment für einen Arm, man hat daher:

$$\frac{PR}{\mathfrak{N}} = \frac{\mathfrak{S}\pi}{32}\left(\frac{h_1}{h}\right) h^3 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

Aus dieser und der Gleichung (12) folgt nun durch Elimination von PR:

$$\frac{T\pi}{16} d^3 = \mathfrak{N}\frac{\mathfrak{S}\pi}{32}\left(\frac{h_1}{h}\right) h^3$$

und hieraus folgt:

$$\frac{h}{d} = \frac{\sqrt[3]{\frac{2T}{\mathfrak{S}}\frac{h}{h_1}}}{\sqrt[3]{\mathfrak{N}}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

Der Zähler dieses Bruches ist, weil das Verhältniss $\frac{h}{h_1}$ constant angenommen wird, ebenfalls constant, und nach Erfahrungen gleich 1·7 zu setzen; man hat daher:

$$\frac{h}{d} = \frac{1{\cdot}7}{\sqrt[3]{\mathfrak{N}}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (25)$$

Diese Formel gibt folgende Resultate:

$$\text{für } \mathfrak{N} = \quad 4 \qquad 6 \qquad 8 \qquad 10$$

$$\frac{h}{d} = \quad 1{\cdot}08 \qquad 0{\cdot}94 \qquad 0{\cdot}86 \qquad 0{\cdot}79$$

In den Resultaten für den Maschinenbau, Seite 60 bis 63, findet man alle im Vorhergehenden abgeleiteten und aufgestellten Regeln zur Bestimmung der Dimensionen der Rollen für den praktischen Gebrauch zusammengestellt. Zum Verständniss mögen noch folgende Bemerkungen dienen.

Wir nennen den Quotienten $\frac{R}{d}$ aus dem Halbmesser der Rolle und dem Durchmesser der Welle, welche der zu übertragenden Kraft entspricht, die relative Grösse der Rolle und sagen, eine Rolle sei eine 4-, 5-, 6fache, wenn ihr Halbmesser 4, 5, 6 mal so gross ist als der Durchmesser der Welle, welche der Kraft entspricht.

Hinsichtlich des Wellendurchmessers ist folgendes zu sagen:

Wenn die ganze in der treibenden Welle enthaltene Kraft durch den Rollentrieb auf die zweite Axe übertragen werden soll, so ist der der Rechnung zu Grunde zu legende Durchmesser d gleich dem wirklichen Durchmesser der treibenden Welle. Wenn dagegen nur ein Theil von der Kraft, die in der treibenden Welle enthalten ist, auf die getriebene Welle übertragen werden soll, so ist der Durchmesser d, welcher der Berechnung der Rolle zu Grunde gelegt werden muss, nicht gleich dem wirklichen Durchmesser der treibenden Welle, sondern dieser Durchmesser ist dann nur eine imaginäre Hilfsgrösse und muss nach dem zu übertragenden Effekt und nach der Geschwindigkeit der Rolle berechnet werden. Die später folgenden Beispiele werden die Bestimmung von d erklären.

Der Halbmesser der grösseren von den beiden Rollen eines Rollentriebes darf in der Regel 6 bis 7 mal so gross genommen werden, als der Durchmesser d. Nur in dem Falle, wenn eine sehr starke Uebersetzung verlangt wird ist es angemessen, den Halbmesser 8 bis 10 mal so gross zu machen als d.

Durchgeht man die aufgestellten Regeln, so wird man finden, dass nach denselben alle Rollen von einerlei relativer Grösse geometrisch-ähnliche Formen sind, denn für einen bestimmten Werth von $\frac{R}{d}$ erhalten alle übrigen Verhältnisse, namentlich

$$\frac{\beta}{d}, \quad \frac{b}{d}, \quad \mathfrak{N} = \frac{R}{d}, \quad \frac{h}{d}$$

constante Werthe. Unsere Regeln geben:

$$\text{für } \frac{R}{d} = 7$$

$$\frac{\beta}{d} = 1{\cdot}5, \quad \frac{b}{d} = 1{\cdot}9, \quad \mathfrak{N} = 6, \quad \frac{h}{d} = 0{\cdot}94$$

und dies sind die am gewöhnlichsten zur Anwendung kommenden Verhältnisszahlen, weil in der Regel siebenfache Rollen gebraucht werden.

Um den Gebrauch dieser Regeln zu erklären, mögen folgende Beispiele dienen.

Erstes Beispiel. In der treibenden Welle a, Fig. 4, Tafel X., wirkt eine Kraft von 8 Pferden und sie macht in einer Minute 128 Umdrehungen. Es soll die ganze Kraft auf die Welle b übertragen und mit 256 Umdrehungen in einer Minute bewegt werden.

In diesem Falle ist:

Durchmesser der treibenden Welle $16\sqrt[3]{\frac{8}{128}}$ . . . . . . $= 6{\cdot}3$

Durchmesser der getriebenen Welle $16\sqrt[3]{\frac{8}{256}}$ . . . . . $= 5{\cdot}2$

Relative Grösse der Rolle A . . . . $= 7$

Halbmesser der Rolle A, $7 \times 6{\cdot}3$ . . . . $= 44{\cdot}1$

(Es ist nämlich im vorliegenden Falle der Wellendurchmesser d übereinstimmend mit dem wirklichen Durchmesser von a.)

Halbmesser der Rolle B, $\frac{1}{2}\, 44{\cdot}1$ . . . . $= 22{\cdot}05$

Riemenbreite $\beta = 1{\cdot}5\, d = 1{\cdot}5 \times 6{\cdot}3$ . . . . $= 9{\cdot}45$

Rollenbreite $= \frac{5}{4} \times 9{\cdot}45$ . . . . $= 11{\cdot}81$

Keildimensionen $\begin{cases} \text{Breite} = 0{\cdot}9 \times 6{\cdot}3 \ \ldots\ldots\ldots = 5{\cdot}7 \\ \text{Dicke} = 0{\cdot}45 \times 6{\cdot}3 \ \ldots\ldots\ldots = 2{\cdot}8 \end{cases}$

Anzahl der Arme $\begin{cases} \text{für A} \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 6 \\ \text{„ B} \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 4 \end{cases}$

Es ist nämlich die relative Grösse der Rolle B in Bezug auf die Welle b gleich $\frac{22{\cdot}05}{5{\cdot}2}$ oder nahe gleich 4, und daher muss nach der früher aufgestellten Regel die Rolle B vier Arme erhalten.

Dimensionen der Arme $\begin{cases} \text{für A, } h = 0{\cdot}94 \times 6{\cdot}3 \ \ldots = 5{\cdot}9 \\ \text{„ B, } h = 1{\cdot}08 \times 5{\cdot}2 \ \ldots = 5{\cdot}7 \end{cases}$

Zweites Beispiel. Gegeben Fig. 5, Tafel X.:

Effekt in Pferdekräften in der treibenden Welle a . . . $= 12$

Umdrehungen dieser Welle in einer Minute . . . . . . = 120
Effekt in Pferdekräften, welcher von a auf b übertragen
werden soll . . . . = 4
Anzahl der Umdrehungen von b in einer Minute . . . = 240

Bestimmungen:

Wirklicher Durchmesser der Welle $a = 16 \sqrt[3]{\frac{12}{120}}$ . . . = 7·4

Wirklicher Durchmesser der Welle $b = 16 \sqrt[3]{\frac{4}{240}}$ . . . = 4

Zur Berechnung der Rolle A darf in dem vorliegenden Falle nicht die wirkliche Welle a zu Grunde gelegt werden, sondern eine ideale Welle für 4 Pferdekräfte und 120 Umdrehungen.

Es ist demnach:

$$d = 16 \sqrt[3]{\frac{4}{120}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad = 5{\cdot}1$$

und wir erhalten nun:
Relative Grösse der Rolle A . . . . = 7
Durchmesser der Rolle A $= 7 \times 5{\cdot}1$ . . . . = 35·7
Durchmesser der Rolle B $= \frac{35{\cdot}7}{2}$ . . . . = 17·85
Relative Grösse der Rolle B $= \frac{17{\cdot}85}{4}$ . . . . = 4·4
Riemenbreite $1{\cdot}5 \times 5{\cdot}1$ . . . . = 7·65
Rollenbreite $\frac{5}{4} \times 7{\cdot}65$ . . . . = 9·56

Anzahl der Arme $\begin{cases} A, \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . = 6 \\ B, \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . = 4 \end{cases}$

Abmessungen der Arme $\begin{cases} A, \quad 0{\cdot}94 \times 5{\cdot}1 \; . \; . \; . \; . \; . \; . = 4{\cdot}8 \\ B, \quad 1{\cdot}08 \times 4 \; . \; . \; . \; . \; . \; . = 4{\cdot}3 \end{cases}$

Hülsendicke $\begin{cases} A, \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 5{\cdot}1 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . = 2{\cdot}20 \\ B, \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 4 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . = 1{\cdot}83 \end{cases}$

Drittes Beispiel. Fig. 6, Tafel X. Der Durchmesser des Wellenstückes a a ist gegeben und beträgt 10 Centimeter, der vierte Theil der in a a wirkenden Kraft soll auf B übertragen werden und von da zur Hälfte nach b b, zur Hälfte an $b_1 b_1$ abgegeben werden. B soll noch einmal so viel Umdrehungen machen als A.

Bezeichnen wir den nicht bekannten Effekt, welcher in der Welle a a wirkt mit N, die nicht bekannte Anzahl der Umdrehungen von A mit n und den gegebenen wirklichen Durchmesser von a a mit $D = 10$, so ist:

$$10 = D = 16 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (23)$$

Nach den Daten überträgt das Wellenstück $a_1 a_1$ $\frac{3}{4}$ N Pferdekräfte mit n Umdrehungen, daher ist der Durchmesser des Wellenstückes $a_1 a_1$ gleich $16 \sqrt[3]{\frac{\frac{3}{4} N}{n}} = D \sqrt[3]{\frac{3}{4}} = 0{\cdot}908\, D \ldots = 9{\cdot}08$

Der Durchmesser eines Wellenstückes b b und $b_1 b_1$ ist dagegen $16 \sqrt[3]{\frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} N}{2\, n}} = \frac{D}{\sqrt[3]{16}} \ldots \ldots = 4{\cdot}00$

Da die Rolle A $\frac{1}{4}$ N mit n Umdrehungen überträgt, so ist die ideale Welle, welche zur Berechnung der Rolle A dient $16 \sqrt[3]{\frac{\frac{1}{4} N}{n}} = D \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \ldots \ldots = 6{\cdot}30$

Dagegen ist die ideale Welle, welche zur Berechnung der Arme der Rolle B dient $16 \sqrt[3]{\frac{\frac{1}{4} N}{2\, n}} = 0{\cdot}5\, D \ldots \ldots = 5{\cdot}00$

Wir erhalten nun:

Relative Grösse der Rolle A,	. . . .	= 7
Halbmesser der Rolle A,	$7 \times 6{\cdot}3$	= 44·1
Halbmesser der Rolle B,	$\frac{1}{2} \times 44{\cdot}1$	= 22·05
Relative Grösse der Rolle B,	$\frac{22{\cdot}05}{5}$, nahe	= 4
Riemenbreite	$1{\cdot}5 \times 6{\cdot}3$	= 8·45
Rollenbreite	$\frac{5}{4} \times 8{\cdot}45$	= 10·5
Hülsendicke	A, $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 6{\cdot}3$	= 2·6
	B, $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 5{\cdot}0$	= 2·2
Anzahl der Arme	A	= 6
	B	= 4
Dimensionen der Arme	A, $0{\cdot}94 \times 6{\cdot}3$	= 6·0
	B, $1{\cdot}08 \times 5{\cdot}0$	= 5·4

Viertes Beispiel. Es sei gegeben:

Umdrehungen der treibenden Welle in einer Minute . . .	80
Umdrehungen der getriebenen Welle in einer Minute . . .	160
Totale Kraft, welche übertragen werden soll in Pferden . .	40

Wenn eine Kraft von 40 Pferden von einer Welle aus, die nur 80 Umdrehungen in einer Minute macht, übertragen werden soll, wird man wohl niemals Treibrollen, sondern jederzeit Zahnräder in Anwendung bringen. Allein dieses Beispiel soll nur dazu dienen, um zu zeigen, dass die Rollentriebe für so starke Kräfte nicht gebraucht werden können.

Mit nur einem Rollenpaar kann das, was verlangt wird, nicht geleistet werden, denn unsere Regeln würden uns in diesem Falle auf unzulässige Dimensionen führen. Man fände nämlich:

Durchmesser der treibenden Welle und gleichzeitig Werth von

$d = 16\sqrt[3]{\frac{40}{80}}$ . . . . 13 Centm

Halbmesser der treibenden Welle 7×13 . . . . . . 91 „

Riemenbreite $1{\cdot}5 \times 13$ . . . . 20 „

Riemendicke nach Formel (16), wenn Rossleder genommen wird, für welches $\mathfrak{A} = 44$ gesetzt werden darf

$\delta = \frac{3{\cdot}1 \times 13}{44}$ . . . . $= 1$ „

Es wäre also ein Doppelriemen von 20 Centimetern Breite nothwendig, denn die Dicke des Rossleders beträgt höchstens 0·5 Centimeter.

Will man also die gestellte Forderung durch einen Riementrieb ausführen, so wird es besser sein, zwei oder drei Rollenpaare in Anwendung zu bringen. Nehmen wir drei Rollenpaare an, Fig. 7, Tafel X., so überträgt eines derselben $\frac{40}{3} = 13{\cdot}3$ Pferde.

Der Durchmesser, welcher der Berechnung einer von den treibenden Rollen zu Grunde gelegt werden muss, ist demnach

$d = 16\sqrt[3]{\frac{13{\cdot}3}{80}}$ . . . . $= 8{\cdot}7$

Halbmesser einer der treibenden Rollen $7 \times 8{\cdot}7$ . . . . $= 60{\cdot}9$

Halbmesser einer der getriebenen Rollen $\frac{60{\cdot}9}{2}$ . . . . $= 30{\cdot}45$

Riemenbreite $8{\cdot}7 \times 1{\cdot}5$ . . . . $= 13$

Lederdicke (Rossleder) $\frac{3{\cdot}1 \times 8{\cdot}7}{44}$ . . . . $= 0{\cdot}6$

Mit diesen Dimensionen wird nun zwar die Anordnung ausführbar, aber doch nicht empfehlenswerth, weil mit verzahnten Rädern die geforderte Leistung viel einfacher und besser erreicht werden kann.

Die Riemen. Ueber die Riemen ist in praktischer Hinsicht mancherlei zu bemerken.

Was zunächst die Grenzen anbelangt, innerhalb welcher Riementriebe angewendet werden können, so lassen sich diese zwar nicht scharf bestimmen, aber wenn man sich an die Thatsachen der Praxis hält, so darf man als Regel aufstellen, dass die schwächsten Riemen aus einfachem Leder von 4 Centimetern Breite, und dass die stärksten Riemen aus doppeltem Leder (und zwar Rossleder) von höchstens 20 Centimetern Breite bestehen. Diese schwächsten Riemen entsprechen einer Welle von 3 Centimetern, die stärksten einer Welle von 13 Centimetern Durchmesser. Die Anwendung von so breiten Doppelriemen ist aber immer eine missliche Sache und soll so viel als möglich vermieden werden. Aber auch die dünnen Riemen haben eine fatale Eigenschaft, durch welche ihre Wirkung sehr unzuverlässig wird. Sie dehnen sich nämlich, insbesondere in neuem Zustande, sehr beträchtlich, verlieren ihre Spannung, fassen die Rollen nicht sicher, sondern gleiten auf denselben, ohne sie mitzunehmen.

Um das Abgleiten der Riemen von den Rollen zu verhindern, müssen die Umfänge der letzteren etwas gewölbt geformt werden. In diesem Falle berührt der Riemen die Rolle nur in der Mitte und nicht mit den Rändern, und gerade dadurch ist die dauernde Lage des Riemens gesichert. Macht man den Rollenumfang einfach cylindrisch oder etwas hohl, so fasst der Riemen die Rolle mit seinen Rändern und so wie einer der beiden Ränder etwas stärker anfasst, als der andere, glitscht der Riemen sogleich nach der Seite hin ab, wo die stärkere Spannung vorhanden ist.

Eine nicht geringe Schwierigkeit verursacht die Verbindung der Riemenenden, insbesondere bei stärkeren Dimensionen. Diese Verbindung würde keine besondere Schwierigkeit machen, wenn sich die Riemen im Gebrauch nicht ausstreckten, weil aber dies in einem sehr beträchtlichen Maasse statt findet, soll die Vereinigung der Riemenenden von der Art sein, dass sie 1) hinreichende Festigkeit gewährt; 2) leicht aufgehoben und wiederhergestellt werden kann; 3) zugleich wo möglich das Anspannen der Riemen bewirkt.

Es werden folgende Riemenverbindungen angewendet: (7.6")

(9")Bei dünnen Riemen werden gewöhnlich die Enden auf 20 bis 24 Centimeter Länge übereinander gelegt und vermittelst dünner Riemen zusammen geschnürt, wie Fig. 8, Tafel X. zeigt.

Auch Schnallen, wie Fig. 9., Tafel X. zeigt, können bei dünnen Riemen gebraucht werden. Eine solche Verbindung ist zwar nicht sehr fest, weil die Löcher gar bald ausreissen, sie gewährt aber den Vortheil, dass die Riemen leicht gespannt werden können.

Ganz starke Riemen werden am besten in der Weise wie Fig. 10, Tafel X. zeigt, mit Schraubennieten verbunden. Es sind aber zwei bis drei Nietenreihen erforderlich, damit die Festigkeit der Verbindung jener des Riemens nahe gleich kommt.

Nennt man e die Entfernung zweier Nieten in einer Querreihe, d den Durchmesser einer Niete, i die Anzahl der Nietreihen, so kann man zur Bestimmung von i die Gleichung aufstellen:

$$i = \left(\frac{e}{d} - 1\right)$$

$$\text{für } \frac{e}{d} = 2 \quad 3 \quad 4$$

$$\text{wird } i = 1 \quad 2 \quad 3$$

Vortheile und Nachtheile der Riementriebe. Die Riementriebe sind in mancher Hinsicht vortheilhaft, in anderer Hinsicht nachtheilig. Die Vortheile sind: 1) dass mit denselben äusserst rasche Bewegungen mit Stetigkeit und Weichheit übertragen werden können; 2) dass die Entfernung der Axen der Rollen sehr beträchtlich z. B. 10 Mal so gross, als der Rollendurchmesser sein kann; 3) dass sich Stösse, die etwa in der treibenden Axe vorkommen, durch den Riemen nicht forpflanzen; 4) die Leichtigkeit, die Verbindung zweier Axen herzustellen oder aufzuheben, durch Anbringung von Leer-Rollen; 5) die Leichtigkeit die Drehungsrichtung der getriebenen Rolle zu ändern, indem man äussere oder innere (gekreuzte) Riemen anwendet.

Die Nachtheile dagegen sind: 1) die beschränkte Anwendbarkeit der Riemen, indem stärkere Widerstände nicht überwunden werden können; 2) die Unsicherheit der Bewegung, indem die Riemen auf den Rollen oder die Rollen in den Riemen glitschen, wenn die Spannung nicht sehr stark ist; 3) der verhältnissmässig grosse Reibungswiderstand, welchen die Riemenspannungen verursachen, indem durch sie die Axen heftig in die Lager gepresst werden. Der daraus entstehende Reibungswiderstand ist wenigstens beträchtlich grösser, als die Zahnreibung bei gutgeformten und sorgfältig gearbeiteten Zahnrädern; 4) das Ausstrecken der Riemen, insbesondere so lange sie noch neu sind; 5) das Abfallen der Riemen von den Rollen, insbesondere wenn die Axen vertikal gestellt sind.

Spannrollen.

Zuweilen wird die Riemenspannung durch eine Rolle bewirkt, welche direkt durch ein Gewicht, oder indirekt durch einen Hebel, auf welchen ein Gewicht einwirkt, gegen den Riemen gedrückt wird. Fig. 11, Tafel X. Wir wollen uns die Aufgabe stellen, den Druck zu bestimmen, mit welchem eine solche Spannrolle gegen den Riemen gedrückt werden muss, damit in demselben Spannungszustände eintreten, die so gross sind, dass ein Gleiten der treibenden Rolle in dem Riemen, oder ein Gleiten des letzteren auf der getriebenen Rolle nicht eintritt.

Nehmen wir an, der Riemen werde zuerst, bevor die Spannrolle angelegt und bevor Kraft und Widerstand auf die Rollen einwirken, auf gewöhnliche Weise durch Schnallen oder durch Verschnürungen so stark und gleichförmig angespannt, dass eine Spannung t eintritt, so entsteht in dem Riemen eine Ausdehnung, die nach dem Stabausdehnungsgesetz gleich $\frac{t L}{\Omega \varepsilon}$ ist, wobei L die anfängliche natürliche Länge des Riemens, Ω seinen Querschnitt, ε den Modulus der Elastizität des Materials bezeichnet. Denken wir uns nun, dass hierauf die Spannrolle mit einer Kraft q gegen das *geführte* Riemenstück so stark angedrückt werde, dass ein Gleiten des Riemens nicht eintritt, wenn wir an den Umfang der treibenden Rolle eine Kraft P und am Umfang der getriebenen Rolle einen Widerstand P einwirken lassen. Dann wird in dem führenden Riemenstück $A A_1$ eine gewisse Spannung $\mathfrak{T}_1$, in dem geführten Riemenstück $C C_1$ eine gewisse Spannung $\mathfrak{T}_2$ eintreten.

Vorausgetzt dass das Spannungsgewicht gerade nur so gross ist, dass durch den Spannungszustand ein Gleiten des Riemens nicht statt findet, hat man nach Seite 187:

$$\mathfrak{T}_1 = \mathfrak{T}_2 \, e^{f \alpha_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

wobei α_1 der Winkel ist (in Theilen des Halbmessers ausgedrückt), welcher dem Bogen entspricht, längs welchem der Riemen den Umfang der kleineren Rolle berührt.

Nennt man σ die Spannung in irgend einem Punkt m am Umfang der Rolle O, so ist nach Seite 187:

$$\sigma = \mathfrak{T}_2 \, e^{f \varphi}$$

Die Ausdehnung, welche in dem die Rolle B berührenden Theil des Riemens durch alle zwischen C und A vorkommenden Spannungen entsteht, ist demnach nach dem Stabausdehnungsgesetz:

$$\int_0^\alpha \frac{\sigma \, R \, d\varphi}{\Omega \, \varepsilon} = \int_0^\alpha \frac{R \, \mathfrak{T}_2}{\Omega \, \varepsilon} e^{f\varphi} d\varphi = \frac{R \, \mathfrak{T}_2}{\Omega \, \varepsilon \, f} e^{f\alpha}$$

Auf gleiche Weise ist $\frac{r \, T_2}{\Omega \, \varepsilon \, f} e^{f\alpha_1}$ die Ausdehnung im Riemenbogen $A_1 C_1$. Nennt man l die natürliche Länge $A A_1$ eines der beiden geraden Riemenstücke, so sind $\frac{l \, \mathfrak{T}_1}{\varepsilon \, \Omega}$, $\frac{l \, \mathfrak{T}_2}{\varepsilon \, \Omega}$ die Ausdehnungen, welche in diesen Riementheilen durch die Spannungen $\mathfrak{T}_1$ und $\mathfrak{T}_2$ eintreten, der ganze Riemen ist also um

$$\frac{R \, \mathfrak{T}_2}{\Omega \, \varepsilon \, f} e^{f\alpha} + \frac{r \, \mathfrak{T}_2}{\Omega \, \varepsilon \, f} e^{f\alpha_1} + \frac{l \, \mathfrak{T}_1}{\varepsilon \, \Omega} + \frac{l \, \mathfrak{T}_2}{\varepsilon \, \Omega}$$

länger, als er im natürlichen Zustande war.

Diese Verlängerung muss nun gleich sein 1) derjenigen Verlängerung $\frac{L \, t}{\Omega \, \varepsilon}$, welche durch die anfängliche Anspannung eingetreten ist, mehr der Verlängerung $\frac{1}{2} x^2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$, welche durch das Spanngewicht eingetreten ist. Wir erhalten daher die Gleichheit:

$$\frac{R \, \mathfrak{T}_2}{\Omega \, \varepsilon f} e^{f\alpha} + \frac{r \, \mathfrak{T}_2}{\Omega \, \varepsilon f} e^{f\alpha_1} + \frac{l \, \mathfrak{T}_1}{\varepsilon \, \Omega} + \frac{l \, \mathfrak{T}_2}{\varepsilon \, \Omega} = \frac{L \, t}{\Omega \, \varepsilon} + \frac{1}{2} x^2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \quad (2)$$

Dabei bedeutet $x = \overline{g\,h}$ die Senkung des Spanngewichtes oder die Einbiegung des Riemens und sind $a = C\,h$ $b = C_1\,h$ die Entfernungen des Spanngewichtes von dem Berührungspunkt C und C_1. Vernachlässigt man den Unterschied von α und α_1 und berücksichtiget die Gleichung (1), so wird der Ausdruck (2):

$$\frac{R \, \mathfrak{T}_1}{\Omega \, \varepsilon \, f} + \frac{r \, \mathfrak{T}_1}{\Omega \, \varepsilon f} + \frac{l \, \mathfrak{T}_1}{\varepsilon \, \Omega} + \frac{l \, \mathfrak{T}_2}{\varepsilon \, \Omega} = \frac{L \, t}{\Omega \, \varepsilon} + \frac{1}{2} x^2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$$

und hieraus folgt:

$$x = \sqrt{\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \left(\frac{R \, \mathfrak{T}_1}{\Omega \, \varepsilon \, f} + \frac{r \, \mathfrak{T}_1}{\Omega \, \varepsilon \, f} + \frac{l \, \mathfrak{T}_1}{\varepsilon \, \Omega} + \frac{l \, \mathfrak{T}_2}{\varepsilon \, \Omega} - \frac{L \, t}{\Omega \, \varepsilon}\right)} \quad . \quad (3)$$

Nun ist aber annähernd

$$\mathfrak{T}_2 \frac{x}{a} + \mathfrak{T}_2 \frac{x}{b} = q$$

oder:

$$q = \mathfrak{T}_2 \, x \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

Setzt man hier für x seinen Werth aus (3), so findet man:

$$q = \mathfrak{T}_2 \sqrt{2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \frac{1}{\Omega \, \varepsilon} \left(\frac{R \, \mathfrak{T}_1}{f} + \frac{r \, \mathfrak{T}_1}{f} + l \, \mathfrak{T}_1 + l \, \mathfrak{T}_2 - L \, t \right)}$$

oder auch:

$$q = \mathfrak{T}_2 \sqrt{2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \frac{\mathfrak{T}_1}{\Omega \, \varepsilon} \left(\frac{R}{f} + \frac{r}{f} + l + l \frac{\mathfrak{T}_2}{\mathfrak{T}_1} - L \frac{t}{\mathfrak{T}_1} \right)} \quad (4)$$

oder endlich:

$$q = \mathfrak{T}_2 \sqrt{2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \frac{\mathfrak{T}_1 \, L}{\Omega \, \varepsilon} \left[\frac{R}{L \, f} + \frac{r}{L \, f} + \frac{l}{L} \left(1 + \frac{\mathfrak{T}_2}{\mathfrak{T}_1} \right) - \frac{t}{\mathfrak{T}_1} \right]} \quad (5)$$

Wenn die Spannrolle gegen das führende (stark gespannte) Riemenstück angedrückt wird, ist

$$q = \mathfrak{T}_1 \, x \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

und wird dann:

$$q = \mathfrak{T}_1 \sqrt{2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \frac{\mathfrak{T}_1 \, L}{\Omega \, \varepsilon} \left[\frac{R}{L f} + \frac{r}{L \, f} + \frac{l}{L} \left(1 + \frac{\mathfrak{T}_2}{\mathfrak{T}_1} \right) - \frac{t}{\mathfrak{T}_1} \right]} \quad (7)$$

Die Kraft, mit welcher die Spannrolle an den Riemen gedrückt werden muss, fällt also im Verhältniss $\frac{\mathfrak{T}_1}{\mathfrak{T}_2}$ grösser aus als in dem Falle, wenn sie an dem geführten Riemenstück wirkt.

Es sei z. B.:

$$\frac{L}{a} = 8, \; \frac{L}{b} = 8, \; \frac{\mathfrak{T}_1}{\Omega} = 25, \; \frac{R}{L} = \frac{1}{10}, \; \frac{r}{L} = \frac{1}{10}, \; \frac{l}{L} = \frac{1}{4},$$

$$\frac{\mathfrak{T}_2}{\mathfrak{T}_1} = \frac{1}{2}, \; \frac{t}{\mathfrak{T}_1} = \frac{1}{2}, \; \mathfrak{T}_1 = 2 \, P, \; f = 0{\cdot}28, \; \varepsilon = 400$$

so wird:

nach Formel (5) $q = 1{\cdot}09 \, P$

nach Formel (7) $q = 2{\cdot}18 \, P$

Die in den Resultaten, vierte Auflage, Seite 66 aufgestellte Formel ist etwas weniger genau als die so eben hergeleitete. Die Formel der Resultate ergibt sich, wenn man annimmt: Es werde ein Gleiten der Riemen dann nicht eintreten, wenn in denselben durch das Andrücken der Spannrolle eine gleichförmige Spannung von der Grösse $1{\cdot}5\ P$ hervorgebracht wird, dabei stellt man sich aber vor, dass während der Anspannung des Riemens durch die Spannrolle, auf die Transmissionsrollen weder eine Kraft noch ein Widerstand einwirkt.

Geht man von dieser annähernd richtigen Annahme aus, so ist die Verlängerung $\frac{L\ 1{\cdot}5\ P}{\Omega\ \varepsilon}$, welche durch die gleichförmige Spannung $1{\cdot}5\ P$ entsteht, gleich zu setzen der Verlängerung $\frac{L\ t}{\Omega\ \varepsilon}$, durch die initiale Spannung mehr der Verlängerung $\frac{1}{2}\ x^2 \left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$, hat man also die Gleichung:

$$\frac{L\ 1{\cdot}5\ P}{\Omega\ \varepsilon} = \frac{L\ t}{\Omega\ \varepsilon} + \frac{1}{2}\ x^2 \left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right) \quad . \ . \ . \ . \ . \ (8)$$

Wird die Spannrolle gegen das führende Riemenstück gedrückt (wie es bei der Formel der Resultate angenommen ist), so hat man, weil im führenden Riemenstück in der Regel eine Spannung $2\ P$ herrscht,

$$q = 2\ P\ x \left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right) \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (9)$$

Durch Elimination von x aus (8) und (9) folgt:

$$q = 2\ P \sqrt{\frac{2\ (a+b)}{a\ b}\ \frac{L\ (1{\cdot}5\ P - t)}{\Omega\ \varepsilon}} \quad . \ . \ . \ . \ . \ (10)$$

welcher Ausdruck mit jenem der Resultate übereinstimmt.

Zahnräder.

(Resultate Seite 66 bis 76, Tafel XVII)

Erklärungen. Nimmt man zwei kreisrunde cylindrische oder konische Scheiben A und B, Fig. 1 und 2, Tafel XI., versieht jede derselben mit einer Axe, bringt sie hierauf in Berührung und presst sie gegen einander, so bewirkt eine Drehung einer dieser Scheiben zugleich eine Drehung der anderen, vorausgesetzt, dass der Bewegung der getriebenen Scheibe kein zu grosser Widerstand entgegen wirkt. Diese Bewegung erfolgt in der Weise, dass die Peripheriegeschwindigkeiten der beiden Scheiben übereinstimmen; die Winkelgeschwindigkeiten der Scheiben oder ihre Umläufe in einer Minute müssen sich daher verkehrt wie die Halbmesser verhalten.

Derlei Friktionsscheiben bringen zwar eine sehr regelmässige, weiche, gleichförmige Bewegung hervor, allein sie sind nicht anwendbar, um grössere Kräfte zu übertragen, weil die Pressung zwischen den Scheiben zu gross werden müsste. Versieht man aber diese Scheiben mit zahnartigen Formen, die ineinander greifen, so brauchen die Scheiben nicht mehr gegen einander gepresst zu werden, und wird es bei geeigneter Form der Zähne möglich, eine eben so regelmässige und weiche Bewegung hervorzubringen, wie mit den Friktionsscheiben. Auf diese Weise entstehen die Zahnräder oder verzahnten Räder.

Diese Räder werden Stirnräder oder cylindrische Räder oder sie werden konische oder Kegelräder genannt, je nachdem die Grundform der Scheiben eine cylindrische oder eine konische ist. Die ersteren dienen zur Verbindung von parallelen Axen, die letzteren dagegen zur Verbindung von Axen, deren Richtungen einen Winkel bilden und sich schneiden. Man kann auch Axen, deren Richtungen einen Winkel bilden, sich aber nicht schneiden, durch Zahnräder verbinden; die hierzu dienlichen Räder erhalten in der Regel eine Grundform, die von der cylindrischen wie konischen abweicht.

Ein Räderpaar, durch welches die Verbindung zweier Axen so hergestellt wird, dass durch die drehende Bewegung einer der Axen auch eine drehende Bewegung in der anderen entsteht, wird eine Räderübersetzung genannt, und zwar je nach der Grundform der Räder, Stirnräder- oder Kegelräder-Uebersetzung.

Die Form, welche die Zähne erhalten müssen, damit sie eine Bewegung hervorbringen wie zwei Friktionsscheiben, wird in der später folgenden Theorie der Verzahnung gelehrt werden. Zur Aufstellung von Regeln zur Bestimmung aller Abmessungen der Räder genügt es, wenn wir aus der Verzahnungs-Theorie folgende elementare Sätze anführen.

Man nennt 1) Grundkreise oder Theilkreise: die Kreise der Friktionsscheiben, aus welchen man sich die Zahnräder entstanden denken kann; 2) Uebersetzungszahl: die Zahl, welche angibt, wie viele Umdrehungen das kleinere der Räder macht, wenn das grössere der Räder einmal umgeht; 3) Zahntheilung: die Entfernung der Mittel zweier unmittelbar aufeinander folgenden Zähne, gemessen auf dem Theilkreise; 4) Radhalbmesser: den Halbmesser der Grundkreise oder der Theilkreise.

Die Uebersetzungszahl ist gleich dem Verhältniss der Theilkreise.

Die Zahntheilungen zweier in einander greifenden Räder müssen gleich gross sein.

Die Zahnzahlen zweier in einander greifenden Räder verhalten sich demnach wie ihre Halbmesser.

Das Verhältniss der Zahnzahlen wird auch durch die Uebersetzungszahl ausgedrückt.

Die Umdrehungen zweier in einander greifenden Räder verhalten sich 1) verkehrt wie ihre Halbmesser; 2) verkehrt wie ihre Zahnzahlen.

Die Bestandtheile eines Rades sind 1) die Zähne, 2) der Radkranz, 3) die Radarme, 4) die Radnabe oder Radhülse. Tafel XVII. der Resultate.

Die Zähne sind entweder von Eisen oder von Holz. Im ersteren Falle werden sie an den Radkranz angegossen, im letzteren hingegen in den Radkranz eingesetzt und befestiget. Die Detailformen der Räder ersieht man aus den Figuren der Tafel XVII. der Resultate. Fig. 4, 5, 6 sind Radkränze, mit angegossenen Zähnen. Fig. 1, 2, 3, 7, 8, 9 Radkränze mit eingesetzten hölzernen Zähnen.

Stärke der Radtheile.

Halbmesser des Rades. Die wichtigsten Dimensionen eines Rades sind der Halbmesser und die Dimensionen der Zähne. Die Uebersetzungszahl bestimmt nur allein das Verhältniss der Radhalbmesser, nicht aber ihre absoluten Grössen. Diese letzteren werden durch die zu übertragenden Kräfte bestimmt. Nennt man $\mathfrak{M}$ das statische Moment der Kraft oder des Widerstandes im grösseren Rade, R den Halbmesser des Rades, so ist $\frac{\mathfrak{M}}{R}$ der auf den Umfang des grossen Rades reduzirte Druck, welchem die Zähne ausgesetzt sind. Der Druck zwischen den Zähnen steht also im verkehrten Verhältniss mit der Grösse des Rades. Die Zahndimensionen, welche natürlich von der Grösse des Druckes abhängen, werden also gross bei kleinen Rädern und klein bei grossen Rädern. Kleine Räder sind weniger kostspielig als grosse, geben aber keine so sanfte Bewegung als grosse und verursachen einen grösseren Reibungswiderstand. Eine rationelle Regel zur Bestimmung des Radhalbmessers kann nicht wohl aufgestellt werden, weil man die Kosten, Abnützung und Reibung nicht in Rechnung bringen kann, man muss daher eine empirische oder induktive Regel aufzustellen suchen.

Da überhaupt an den Rädern mancherlei Detaildimensionen vorkommen, die nur empirisch bestimmt werden können, so habe ich einstens eine sehr grosse Anzahl von gut ausgeführten Rädern hinsichtlich der an ihnen vorkommenden Dimensionen untersucht, und es hat sich dabei die sehr einfache Regel herausgestellt, dass der Halbmesser des grösseren zweier ineinander greifenden Räder in der Regel 5 bis 6 mal so gross ist, als der Durchmesser der Welle, welche der Kraft entspricht, die das Rad überträgt. Nennt man also N den Effekt in Pferdekräften, den die Räder übertragen, n die Anzahl der Umdrehungen des grösseren Rades, d den Durchmesser in Centimetern einer Welle für N Pferdekräfte und n Umdrehungen, so ist zu setzen:

$$d = 16 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}, \quad \frac{R}{d} = 5 \text{ bis } 6, \text{ selten } 7 \text{ oder } 8 \quad . \quad . \quad (1)$$

Dieses Verhältniss nennen wir die relative Grösse des Rades, und sagen von einem Rade, dessen relative Grösse 5 oder 6 ist, es sei ein 5- oder 6-faches Rad in Bezug auf eine gewisse Welle.

Sieben- oder gar achtfache Räder kommen nur selten, nämlich nur bei sehr grossen Uebersetzungszahlen vor. Für gewöhnlichere Uebersetzungen, bei welchen also die Uebersetzungszahl 1, 2 oder höchstens 3 ist, finden wir bei guten Construktionen immer nur fünf- bis sechsfache Räder und zwar fünffache für aufrechte Wellen, sechsfache für Räder an liegenden Wellen.

Hat man auf diese Weise den Halbmesser R des grösseren der beiden Räder bestimmt, so ergibt sich dann der Halbmesser r des kleineren Rades, indem man den Halbmesser R des grösseren Rades durch die Uebersetzungszahl dividirt.

Der Durchmesser d, welcher die relative Grösse des Rades bestimmt, ist zugleich der wirkliche Durchmesser der Welle des grösseren Rades, wenn Welle und Rad einerlei Kraft übertragen. Ueberträgt aber das Rad nur einen Theil der in der Welle enthaltenen Kraft, so ist d nur als eine zur Berechnung dienende ideale Hilfsgrösse anzusehen, die nicht realisirt wird.

Zähne. Zur Beurtheilung der Festigkeit eines Zahnes können wir denselben als einen parallelepipedischen Körper betrachten, auf dessen Ende der Druck P einwirkt.

Nennen wir Fig. 3, Tafel XI. α die Zahndicke, γ die Zahnlänge, β die Radbreite, so haben wir nach den Regeln der relativen Festigkeit:

$$P \gamma = \frac{1}{6} \mathfrak{S} \, \alpha^2 \beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

wobei $\mathfrak{S}$ das Maximum der Spannungsintensität bedeutet. Aus (2) folgt:

$$\alpha = \sqrt{\left(\frac{6}{\mathfrak{S}} \; \frac{\frac{\gamma}{\alpha}}{\frac{\beta}{\alpha}} \right)} \times \sqrt{P} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

Die Verhältnisse $\frac{\gamma}{\alpha}$ und $\frac{\beta}{\alpha}$ sind innerhalb gewisser Grenzen willkürlich. Gewöhnlich ist: a) Wenn die Zähne beider Räder von Eisen und an den Kranz gegossen sind: $\frac{\gamma}{\alpha} = 1{\cdot}5$, $\frac{\beta}{\alpha} = 6$. b) Wenn die Zähne eines der Räder von Holz, die des anderen von Eisen sind: $\frac{\gamma}{\alpha} = 1$, $\frac{\beta}{\alpha} = 4$. Man erhält Dimensionen, die mit guten Construktionen übereinstimmen, wenn man nimmt: für Eisen $\mathfrak{S} = 90$, T
demnach erhält man T = 1115 Kg pro □ Zoll.

für einen Zahn von Eisen: $\alpha = 0{\cdot}13 \sqrt{P}$, $\beta = 6\,\alpha$, $\gamma = 1{\cdot}5\,\alpha$ (4)

Diese Zähne sind nur auf $\frac{1}{20}$ ihrer relativen Festigkeit in Anspruch genommen. Ein Bruch ist demnach nicht so leicht zu befürchten.

Diese Regeln können zur Bestimmung der Zahndimensionen gebraucht werden, wenn der Druck P entweder unmittelbar gegeben ist oder leicht gefunden werden kann, was wohl zuweilen, nicht aber gewöhnlich der Fall ist.

Wenn Winden, Krahne und derlei Lastenhebungsmaschinen zu construiren sind, kann man in der Regel die zwischen den Zähnen der Räderwerke statt findenden Pressungen ohne umständliche Rechnungen finden. Wenn dagegen Räder für Transmissionen, hydraulische Kraftmaschinen oder Dampfmaschinen angeordnet werden sollen, ist in der Regel der in Pferdekräften ausgedrückte Effekt N, den ein Rad überträgt und die Anzahl der Umdrehungen n desselben in einer Minute gegeben, bedarf es also einer ziemlich zeitraubenden Rechnung, um aus diesen Daten und aus dem Halbmesser R des Rades den Druck P zu berechnen.

Die Methode der Verhältnisszahlen gibt uns auch in diesem Falle eine sehr lehrreiche und bequem anwendbare Regel zur Bestimmung der Zahndimensionen. Diese Regel erhalten wir auf folgende Weise.

Die Lehre von der Torsionsfestigkeit gibt uns für den Durchmesser einer Welle, die einem Torsionsmoment P R zu widerstehen hat:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi T}} \sqrt[3]{P R} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

Durch Verbindung der Gleichungen (2) und (5) folgt:

$$\frac{d^3 \pi T}{16 R} \gamma = \frac{1}{6} \mathfrak{S} \alpha^2 \beta \text{ oder } \beta = \frac{6 \pi T}{16 \mathfrak{S}} \frac{d^3 \gamma}{R \alpha^2} \quad \ldots \quad (6)$$

Multiplizirt man diese Gleichung mit $\frac{\beta}{d^3}$ und zieht sodann die Quadratwurzel aus, so findet man nach geeigneter Gruppirung der Grössen:

$$\frac{\beta}{d} = \sqrt{\frac{6 \pi T}{16 \mathfrak{S}} \frac{\gamma}{\alpha}} \frac{\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}}{\sqrt{\frac{R}{d}}} \quad \ldots \ldots \quad (7)$$

Multiplizirt man dagegen die Gleichung (6) mit $\frac{\beta^2}{d^3}$ und zieht dann die Kubikwurzel aus, so ergibt sich:

$$\frac{d}{\beta} = \sqrt[3]{\frac{16 \mathfrak{S} \alpha}{6 \pi T \gamma}} \sqrt[3]{\frac{R}{\beta} \frac{\alpha}{\beta}} \quad \ldots \ldots \quad (8)$$

Vorausgesetzt, dass wir wie bisher immer den Wellendurchmesser nach den Formeln (6), Seite 164, bestimmen, nämlich nach

$$d = 0{\cdot}39 \sqrt[3]{P R} = 16 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$$

so ist die Torsionsspannung $T = 90$. Führt man auch in (7) und (8) für $\mathfrak{S}$ und $\frac{\gamma}{\alpha}$ die Seite 207 angegebenen Werthe ein, so findet man:

$$\text{für eiserne Zähne} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\gamma}{\alpha} = 1{\cdot}5, \quad T = 90, \quad \mathfrak{S} = 90 \\ \frac{\beta}{d} = 1{\cdot}33 \sqrt{\frac{\beta}{\alpha} \frac{d}{R}} \\ \frac{d}{\beta} = 0{\cdot}83 \sqrt[3]{\frac{R}{\beta} \frac{\alpha}{\beta}} \end{array} \right\} \quad \ldots \ldots \quad (9)$$

Die Formeln für $\frac{\beta}{d}$ bestimmen das Verhältniss zwischen der Radbreite und dem Wellendurchmesser, wenn die relative Grösse

$\frac{R}{d}$ des Rades und das Verhältniss $\frac{\beta}{\alpha}$ zwischen der Radbreite und der Zahndicke gegeben sind. Die Formeln für $\frac{d}{\beta}$ dagegen bestimmen das Verhältniss zwischen dem Wellendurchmesser und der Radbreite, wenn die Verhältnisse $\frac{R}{\beta}$ und $\frac{\beta}{\alpha}$ gegeben sind. Durch die eine dieser Regeln wird so zu sagen das Rad bestimmt, wenn die Welle gegeben ist, durch die andere die Welle, wenn das Rad bekannt ist.

Um diese Regeln zu gebrauchen, muss man sich noch über das Verhältniss $\frac{\beta}{\alpha}$ aussprechen. Wenn man den ganzen Umfang der Praxis ins Auge fasst, erkennt man leicht, dass es nicht zweckmässig ist, unter allen Umständen für $\frac{\beta}{\alpha}$ den gleichen Werth zu nehmen, sondern es ist angemessen:

1) $\frac{\beta}{\alpha}$ nur gleich 4 bis 5 zu nehmen für Räder zu Maschinen, die durch Menschenhände und mit geringer Geschwindigkeit bewegt werden und wenn ferner eine so gar sanfte Bewegung nicht gefordert wird, denn nimmt man $\frac{\beta}{\alpha}$ klein, so werden die Zähne dick und die Zahntheilung gross, und wird die Anzahl der Zähne so wie die Radbreite klein. Diese Räder werden daher billig und genügen doch für die bezeichneten Zwecke.

Es ist ferner zweckmässig:

2) $\frac{\beta}{\alpha} = 6$ zu nehmen für gewöhnliche Transmissionsräder und Triebwerke, die wohl mit ziemlicher aber doch nicht mit extravaganter Geschwindigkeit laufen, denn so wie man $\frac{\beta}{\alpha}$ grösser nimmt, wird die Zahntheilung klein, die Anzahl der Zähne, so wie auch die Radbreite grösser, was zur Folge hat, dass die Bewegung sanfter und die Abnutzung der Zähne vermindert wird.

Endlich ist es angemessen:

3) $\frac{\beta}{\alpha}$ gleich 7 bis 8 zu nehmen bei sehr schnell laufenden Rädern, und wenn eine möglichst vollkommene Bewegung gefordert wird, wie z. B. bei Werkzeugmaschinen, die genauere und feinere Funktionen durchzuführen haben.

Berücksichtiget man diese Bemerkungen, so wird man in jedem besonderen Falle einen angemessenen Werth für $\frac{\beta}{\alpha}$ zu wählen wissen, und ist dies geschehen und hat man sich bereits über die relative Grösse des Rades nach der Seite 206 aufgestellten Regel ausgesprochen, so kann man dann vermittelst der Gleichungen (9) die Zahndimensionen bestimmen.

Bevor wir dies durch Beispiele erläutern, wollen wir erst noch Regeln für die Bestimmung der übrigen Grössenverhältnisse der Räder aufstellen und zwar zunächst für die Anzahl der Zähne.

Nennt man Z die Anzahl der Zähne eines Rades, t die Zahntheilung, R den Halbmesser, so ist:

$$Z = \frac{2 R \pi}{t} \quad \ldots \ldots \quad (10)$$

Diese Gleichung kann aber auch geschrieben werden wie folgt:

$$Z = 2 \pi \frac{\alpha}{t} \frac{\beta}{\alpha} \frac{d}{\beta} \frac{R}{d}$$

Führt man hier für $\frac{d}{\beta}$ den Werth ein, welchen die Gleichung (7) darbietet, so findet man:

$$Z = 2 \pi \frac{\alpha}{t} \sqrt{\frac{16 \mathfrak{S}}{6 \pi T} \frac{\alpha}{\gamma}} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{R}{d}\right)^{\frac{3}{2}} \quad \ldots \quad (11)$$

Sind die Zähne beider Räder von Eisen, so darf man $\frac{t}{\alpha} = 2{\cdot}1$ setzen. Sind dagegen die Zähne des einen Rades von Holz, die Zähne des anderen von Eisen, so ist $\frac{t}{\alpha} = 2{\cdot}67$, vorausgesetzt, dass man mit α die Dicke und überhaupt durch $\alpha \beta \gamma$ stets die Dimensionen des *Eisenzahnes* bezeichnet.

Für eiserne Zähne ist zu setzen:

$$\frac{t}{\alpha} = 2{\cdot}1, \quad \mathfrak{S} = 90, \quad T = 90, \quad \frac{\gamma}{\alpha} = 1{\cdot}5$$

wird demnach:

$$Z = 2{\cdot}25 \left(\frac{R}{d}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \ldots \ldots \quad (12)$$

Sind dagegen die Zähne des einen Rades von Holz, die des anderen von Eisen, so ist zu setzen:

$$\frac{t}{\alpha} = 2{\cdot}67, \quad \mathfrak{S} = 90, \quad T = 90, \quad \frac{\gamma}{\alpha} = 1{\cdot}5$$

wird mithin:

$$Z = 1{\cdot}79 \left(\frac{R}{d}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

Die Radhülse. Die Dimensionen der Radhülse können nur durch empirische Regeln bestimmt werden. Die Länge hängt ab theils von der Radbreite, theils von dem Radhalbmesser. Die Metalldicke der Hülse hängt ab theils von der Wellendicke, theils von der Energie, mit welcher der Keil eingetrieben wird.

Folgende empirische Regeln geben angemessene Dimensionen:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Länge der Hülse} \ldots\ldots\ldots & l = \beta + 0{\cdot}06\,R \\ \text{Durchmesser der Höhlung und Durchmesser des Wellenkopfes, auf welchen das} & \\ \quad\text{Rad aufgekeilt wird} \ldots\ldots\ldots & d_1 = \frac{5}{4}\,d \\ \text{Metalldicke der Hülse} \ldots\ldots\ldots & \delta = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\,d \\ \text{Breite des Keiles} \ldots\ldots\ldots & k = 0{\cdot}9\,\delta \\ \text{Dicke des Keiles} \ldots\ldots\ldots & k_1 = \frac{1}{2}\,k \end{array}\right\} \quad (14)$$

Die Arme. Für die Anzahl der Arme des Rades stellen wir die Regel auf, dass diese Anzahl gleich genommen werden soll derjenigen ganzen Zahl, welche der relativen Grösse $\frac{R}{d}$ des Rades am nächsten liegt.

Die Querschnittsform der Arme ist entweder ⊤ oder + förmig. Die erstere dieser Formen wird bei Kegelrädern, die letztere bei Stirnrädern angewendet. Der am Umfang des Rades und in seiner Ebene wirkenden Kraft hat nur die eine der beiden Nerven des Querschnitts Widerstand zu leisten; die andere schützt gegen die Einwirkung von solchen störenden Kräften, deren Richtung auf der Ebene des Rades senkrecht steht. Nennt man $\mathfrak{b}$ die Dicke, $\mathfrak{h}$ die Breite der Hauptnerve des Armes, letztere Dimension gemessen an der Axe des Rades, so darf man nach den Regeln der relativen Festigkeit die Gleichung aufstellen:

$$\frac{P R}{\mathfrak{N}} = \frac{1}{6}\,\mathfrak{S}\,\mathfrak{b}\,\mathfrak{h}^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

Anderseits hat man wiederum für die Welle $\mathfrak{d}$, welche der Kraft entspricht, die die Arme übertragen:

$$P R = \frac{T\pi}{16}\,d^3 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

Durch Elimination von $p\,R$ folgt aus diesen Gleichungen:

$$\frac{h}{d}=\frac{\sqrt[3]{\frac{6\,\pi\,T}{16\,\mathfrak{S}}\,\frac{h}{b}}}{\sqrt[3]{\mathfrak{N}}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

$\frac{h}{b}$ kann bei allen Rädern constant und zwar gleich 5 genommen werden. $\frac{6\,\pi\,T}{16\,\mathfrak{S}}$ ist selbstverständlich constant. Durch Vergleichung mit guten Construktionen hat es sich gezeigt, dass man setzen darf $\sqrt[3]{\frac{6\,\pi\,T}{16\,\mathfrak{S}}\,\frac{h}{b}}=1{\cdot}7$, demnach: σ = 1320 Pfd pr □ Zoll.

$$\frac{h}{d}=\frac{1{\cdot}7}{\sqrt[3]{\mathfrak{N}}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

welche Formel mit der für die Rollenarme aufgestellten übereinstimmt.

Hiermit haben wir nun alle Regeln zur Bestimmung der Detaildimensionen der Räder hergeleitet. Man findet diese Regeln in den Resultaten für den Maschinenbau, Seite 66 bis 75, in der Reihenfolge zusammengestellt und in Kürze erklärt, wie es der praktische Gebrauch solcher Formeln und Regeln erfordert.

Bisher haben wir angenommen, dass die totale in einer Welle enthaltene Kraft vermittelst zweier Räder auf eine zweite Welle übertragen werden soll, was nicht immer der Fall ist, sondern es kommen auch Fälle vor, in welchen nur ein Theil der Kraft übertragen und nicht blos an eine, sondern an mehrere Wellen übergeben wird.

Normale und anormale Räder. Wir nennen die Räder normale oder anormale Räder, je nachdem sie die totale in der treibenden Welle wirkende Kraft oder nur einen Theil dieser Kraft übertragen.

Unsere Regeln gelten auch für anormale Räder, wenn man den Berechnungen passende Wellendurchmesser zu Grunde legt. Man muss nämlich, um mit den aufgestellten Regeln irgend eine von den Dimensionen des Rades zu bestimmen, denjenigen Wellendurchmesser der Rechnung zu Grunde legen, welcher dem Effekt entspricht, den der Bestandtheil zu übertragen hat, und der Anzahl der Umdrehungen desselben in einer Minute. Uebertragen die Arme des Rades 20 Pferdekräfte mit 160 Umdrehungen, so muss man zur Berechnung der *Arme* des Rades eine Welle von $16 \sqrt[3]{\frac{20}{160}} = 8$ Centm. zu Grunde legen. Werden die 20 Pferdekräfte an *zwei* Räder abgegeben, und zwar an jedes 10 Pferdekräfte, so muss man zur Berechnung der Zähne der Räder eine Welle von $16 \sqrt[3]{\frac{\frac{1}{2} 20}{160}} = 6 \cdot 4$ Centm. zu Grunde legen. Die folgenden Beispiele werden am besten zeigen, wie man sich in den mannigfaltigsten Fällen zu benehmen hat. Ich nehme an, dass man die „Resultate“ zur Hand habe.

Erste Aufgabe. Es sollen normale Transmissionsräder A und B, Fig. 4, Tafel XI., für folgende Daten berechnet werden:

Pferdekraft in der treibenden Welle a, in den beiden Rädern A und B und in der getriebenen Welle b 20
Umdrehungen der treibenden Welle in 1 Minute 80
Umdrehungen der getriebenen Welle in 1 Minute 160

Der wirkliche Durchmesser der treibenden Welle ist

$16 \sqrt[3]{\frac{20}{80}}$ . . . . $= 10$ Centm.

und so gross ist auch in der vorliegenden Aufgabe der Durchmesser der idealen Hilfswelle zur Berechnung der Arme und Zähne des treibenden Rades.

Durchmesser der getriebenen Welle $16 \sqrt[3]{\frac{20}{160}}$ . . . $= 8$ „
Relative Grösse des treibenden Rades . . . . . $= 6$ „
Halbmesser des treibenden Rades 6×10 . . . . $= 60$ „
Halbmesser des getriebenen Rades . . . . $= 30$ „
Für Transmissionsräder ist . . . . $\frac{\beta}{\alpha} = 6$ „
Zahnbreite (für $\frac{R}{d} = 6$, $\frac{\beta}{\alpha} = 6$) $\beta = 1 \cdot 33 \times 10$. $= 13 \cdot 3$ „

(Tabelle Seite 70 der Resultate.)

Wenn die Zähne beider Räder von Eisen sein sollen ist:

Anzahl der Zähne des treibenden Rades 82
Anzahl der Zähne des getriebenen Rades 41
Anzahl der Arme des treibenden Rades 6
Relative Grösse des getriebenen Rades $\frac{30}{8}$ 4

Querschnittsdimensionen der Arme $\begin{cases} \text{treibendes Rad } 0 \cdot 94 \times 10 = 9 \cdot 4 \\ \text{getriebenes Rad } 1 \cdot 08 \times 8 = 8 \cdot 6 \end{cases}$

Länge der Radnabe oder Hülse .	treib. R. $13 \cdot 3 + 0 \cdot 06 \times 60 = 16 \cdot 9$ getr. R. $13 \cdot 3 + 0 \cdot 06 \times 30 = 15 \cdot 1$
Durchmessser der Höhlung . .	treibendes Rad $\frac{5}{4}\,10 = 12 \cdot 5$ getriebenes Rad $\frac{5}{4}\,8 = 10$
Metalldicke der Hülse	treibend. R. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\,10 = 3 \cdot 83$ getrieb. R. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\,8 = 3 \cdot 16$

Zweite Aufgabe. Es soll eine Radübersetzung, Fig. 5, Tafel XI., für den Fall berechnet werden, dass nur die Hälfte der in der treibenden Welle a enthaltenen Kraft auf die getriebene Welle b übertragen werden soll.

Der Durchmesser der treibenden Welle sei 14 Centimeter; die Geschwindigkeit von b drei mal so gross, als jene von a.

In diesem Falle sind die wirklichen Wellendurchmesser

für a	a_1	b
14	$\frac{14}{\sqrt[3]{2}} = 11 \cdot 1$	$14\sqrt[3]{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = 6 \cdot 0$

Zur Bestimmung der Arme und Zähne des Rades A dient eine Welle von $\frac{14}{\sqrt{2}} = 11 \cdot 1$ Centimeter. Wir erhalten demnach:

Halbmesser des Rades $A = 6 \times 11 \cdot 1$	$= 66 \cdot 6$
Halbmesser des Rades B	$= 22 \cdot 2$
Zahnbreite (für $\frac{R}{d} = 6$, $\frac{\beta}{\alpha} = 6$) $= 1 \cdot 33 \times 11 \cdot 1$	$= 14 \cdot 8$
Relative Grösse des Rades B $\frac{22 \cdot 2}{6}$ nahe	$= 4$
Arme . Anzahl für A	$= 6$
Arme . Anzahl für B	$= 4$
Arme . Dimensionen h für A $11 \cdot 1 \times 0 \cdot 94$	$= 10 \cdot 4$
Arme . Dimensionen h für B $6 \times 1 \cdot 08$	$= 6 \cdot 5$

Das Rad B ist in Bezug auf die Welle b ganz normal. Das Rad A dagegen weicht von einem Normalrad dadurch ab, dass die Höhlung seiner Nabe $\frac{5}{4}\,14 = 17 \cdot 5$ Centimenter, also sehr gross sein muss, um auf die starke Welle von 14 Centimeter Durchmesser aufgekeilt werden zu können.

Dritte Aufgabe. Fig. 6 und 7, Tafel XI. Ein Theil der in einer Welle a enthaltenen Kraft soll an zwei andere Wellen b und c übertragen werden.

Die Welle a sei bereits richtig bestimmt, und ihr Durchmesser sei gleich $d = 20$ Centimeter, man kennt aber weder die Pferdekraft N noch die Anzahl der Umdrehungen n von a.

Durch die Uebersetzung von a auf b soll $\frac{1}{4}$ N übertragen werden und die Anzahl der Umdrehungen von B und b soll $\frac{3}{2}$ n sein. Durch die Uebersetzung von a auf c soll $\frac{1}{6}$ N übertragen werden und die Anzahl der Umdrehungen von C und c sei $\frac{3}{2}$ n.

Berechnen wir zunächst die wirklichen Wellendurchmesser von b und c.

Es ist gegeben $d = 16 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \ldots, \ldots\ldots = 20$

und es folgt nun:

Durchmesser von $b = 16 \sqrt[3]{\frac{\frac{1}{4} N}{\frac{3}{2} n}} = \frac{d}{\sqrt[3]{6}} \ldots\ldots = 11$

Durchmesser von $c = 16 \sqrt[3]{\frac{\frac{1}{6} N}{\frac{3}{2} n}} = \frac{d}{\sqrt[3]{9}} \ldots\ldots = 9{\cdot}5$

Die Arme des Rades A übertragen $\frac{1}{4} N + \frac{1}{6} N = \frac{5}{12} N$

Pferdekräfte mit n Umdrehungen.

Die zur Berechnung der Arme von A gehörende ideale

Welle ist demnach $16 \sqrt[3]{\frac{\frac{5}{12} N}{n}} = d \sqrt[3]{\frac{5}{12}} \ldots\ldots = 14{\cdot}8$

Geben wir dem Rade A sechs Arme, so werden die Dimensionen dieser Arme $h = 14{\cdot}8 \times 0{\cdot}94 \ldots\ldots = 14$ Centm.

Die Zähne von A haben dem Rade B $\frac{1}{4}$ N, dem Rade C $\frac{1}{6}$ N Pferdekraft mitzutheilen. Da sie nicht zweierlei Dimensionen erhalten können, so bleibt nichts anderes übrig, als sie für $\frac{1}{4}$ N und n zu construiren. Die ideale Welle zur Berechnung der Zähne von A ist demnach:

$$16 \sqrt[3]{\frac{\frac{1}{4} N}{n}} = \frac{d}{\sqrt[3]{4}} \ldots\ldots\ldots\ldots = 12{\cdot}6$$

Wir nehmen nun den Halbmesser von A $= 12{\cdot}6 \times 6$ . . . . $= 75{\cdot}6$

Halbmesser von B und C $= 75{\cdot}6 \times \frac{2}{3}$ . . . . $= 50{\cdot}4$

Radbreite der Räder A B C $= 1{\cdot}33 \times 12{\cdot}6$ . . . . . . $= 16{\cdot}7$

Von diesen drei Rädern ist nur allein B ein Normalrad, die beiden andern erhalten abnorme Verhältnisse. A erhält starke Arme und schwache Zähne, C dagegen starke Zähne und schwache Arme. Für die praktische Ausführung wird es jedoch besser sein, B und C ganz übereinstimmend zu machen, um so die Kosten eines neuen Modells zu ersparen.

Vierte Aufgabe. Eine Dampfmaschine und eine Turbine haben zusammen eine Fabrik zu treiben, Fig. 8, Tafel XI.

a wird von der Dampfmaschine von 40 Pferdekräften getrieben, und macht 30 Umdrehungen, b wird von der Turbine von 20 Pferdekräften getrieben und macht 40 Umdrehungen, c nimmt die ganze Kraft von $40 + 20 = 60$ Pferden in sich auf und soll 80 Umdrehungen machen.

Die wirklichen Wellen sind:

$$\overset{a}{16\sqrt[3]{\frac{40}{30}} = 17{\cdot}6} \qquad \overset{b}{16\sqrt[3]{\frac{20}{40}} = 12{\cdot}7} \qquad \overset{c}{16\sqrt[3]{\frac{60}{80}} = 14\;7}$$

Das Rad A ist als Normalrad zu behandeln, denn die Welle, Arme und Zähne übertragen die gleiche Kraft. Es ist also zu nehmen:

Halbmesser von A $= 6 \times 17{\cdot}6$ . . . . $= 105{\cdot}6$

Zahnbreite $\beta = 1{\cdot}33 \times 17{\cdot}6$ . . . . $= 23{\cdot}4$

Anzahl der Arme . . . . $= 6$

Armbreite $17{\cdot}6 \times 0{\cdot}94$ . . . . $= 16{\cdot}5$

Das Rad B kann nun nicht mehr normale Verhältnisse erhalten. Zunächst ist klar, dass die Umfangsgeschwindigkeiten von A, B und C übereinstimmen müssen. Es muss daher sein:

Halbmesser von B $= 105\;6 \times \frac{30}{40}$ . . . . $= 79{\cdot}2$

Die relative Grösse des Rades B ist demnach $\frac{79{\cdot}2}{14{\cdot}7}$ nahe $= 5$

Die Zähne zweier in einander greifenden Räder müssen gleiche Theilungen und gleiche Dimensionen haben. Da nun C in A und in B eingreift, so müssen nothwendig die Zähne und Theilungen dieser drei Räder übereinstimmen; die Zähne von B müssen also stärker gemacht werden, als für die Kraft, welche sie zu übertragen haben, nothwendig ist. Die Arme von B können nach der Welle b und die Arme von C nach der Welle c genommen werden. Der Halbmesser des Zwischenrades C wird durch die Uebersetzungszahlen bestimmt. Derselbe wird $\frac{30}{80}$ vom Halbmesser des Rades A oder $\frac{40}{80}$ vom Halbmesser des Rades B, demnach gleich 39·6 Centimeter.

Diese anormalen Räder muss man zwar so viel als möglich zu vermeiden suchen, weil ihre Herstellung kostspielig ist, indem man meistens neue Modelle machen muss, allein bei complizirteren Transmissionen und Anwendung von combinirten Betriebsmotoren lassen sie sich nun einmal nicht vermeiden. Indessen wenn die Räder durch Sandmassen geformt werden, sind die Anfertigungskosten eines abnormen Rades nicht grösser, als die eines normalen Rades.

Vortheile und Nachtheile der Räder mit angegossenen eisernen und mit eingesetzten hölzernen Zähnen.

Um zu entscheiden, ob in einem vorliegenden Fall die Zähne der Räder von Eisen oder von Holz gemacht werden sollen, muss man die Vortheile und Nachtheile dieser beiden Anordnungen in Erwägung ziehen.

Die Zähne beider Räder von Eisen.

Vortheile. a) Die Zähne sind mit dem Radkörper molekular verbunden, daher können sie zwar abgebrochen aber nicht gelockert werden. b) Eiserne Zähne werden durch die Reibung äusserst langsam deformirt; Räder mit eisernen Zähnen können daher durch sehr lange Zeit eine sanfte und richtige Bewegung gewähren. c) Bei starken Uebersetzungen und grosser Geschwindigkeit kommen in einer bestimmten Zeit die Zähne des Getriebes sehr oft in Eingriff, sind daher einer raschen Abnutzung ausgesetzt. Für kleine Getriebe sind demnach eiserne Zähne zweckmässig. d) Erfolgt die Bewegung einer Maschine langsam und wird kein hoher Grad von Genauigkeit der Bewegung verlangt (Krahnen, Winden), so können zur Anfertigung der Räder ältere bereits vorhandene Modelle selbst dann benutzt werden, wenn sich dieselben etwas verzogen haben sollten. In diesem Fall sind die Räder mit eisernen Zähnen am billigsten. e) Eiserne Zähne können selbst bei ganz kleinen Rädern, wie sie bei Arbeitsmaschinen oft vorkommen, gebraucht werden. f) Eiserne Zähne können zuweilen direkt geschnitten werden und dann gewähren dieselben für eine lange Dauer eine genaue Bewegung; sind jedoch kostspielig. Räder mit geschnittenen Zähnen sind für solche Arbeitsmaschinen, die eine sehr genaue Bewegung verlangen, sehr vortheilhaft.

Nachtheile. g) Wenn ein eiserner Zahn bricht, muss das ganze Rad durch ein neues ersetzt werden, und hat das Rad mit dem ausgebrochenen Zahne nur den Werth von altem Eisen. h) Wenn ein Rad mit eisernen Zähnen eine genaue Bewegung gewähren soll, kann es nicht vermittelst eines bereits vorhandenen alten Modells angefertigt werden, denn alte Modelle sind stets etwas unrund. Genaue Räder mit eisernen Zähnen erfordern daher in der Regel neue, demnach kostspielige Modelle. i) Räder mit eisernen Zähnen verursachen viel Geräusch, was in Arbeitssälen sehr störend ist. k) Wenn eiserne Zähne auch bei raschem Gang eine genaue Bewegung gewähren sollen, müssen die Zähne gemeisselt und gefeilt werden, was insbesondere bei grossen Rädern sehr kostspielig ist.

Die Zähne der Räder von Holz, die des Getriebes von Eisen.

Vortheile. m) Der Körper eines eisernen Rades mit hölzernen Zähnen ist so zu sagen von ewiger Dauer. Bricht ein Zahn, so ist er leicht ersetzt. Nutzen sich die Zähne ab, so können sie leicht durch neue ersetzt werden, ohne dass dabei der Radkörper im mindesten leidet. n) Zur Herstellung des Körpers eines Rades mit hölzernen Zähnen können alte Modelle gebraucht werden, selbst wenn sie sich etwas verzogen hätten; denn wenn auch der Umfang des Radkörpers etwas unrund sein sollte, so können dennoch die Zähne vollkommen richtig gemacht werden, wenn die ganze Masse der Zahnkörper, nachdem sie in das Rad eingesetzt worden sind, auf der Drehbank abgedreht, und der Theilriss auf den Zahnkörper aufgerissen wird. o) Sind die Zähne des Rades von Holz, so kann das gleiche Modell für sehr verschiedene Uebersetzungen gebraucht werden, weil sich mit der Uebersetzung zwar die Form der Zähne ändert, die Gestalt und Grösse des Radkörpers dagegen unverändert bleiben kann. p) Wenn Zähne von Holz und Eisen aufeinander wirken, entsteht weniger Geräusch, als wenn die Zähne beider Räder von Eisen sind.

Nachtheile. q) Die richtige Bewegung ist nicht von so langer Dauer, als wenn die Zähne beider Räder von Eisen sind. r) Eine dauernd haltbare Befestigung der hölzernen Zahnkörper mit dem Radkörper ist kaum zu erreichen.

Aus den aufgezählten Vortheilen und Nachtheilen der beiden Anordnungen geht hervor:

A) Dass an den Radkörper angegossene Zähne zu wählen sind: 1) für kleine messingene Räder für Uhren oder feinere Werkzeugmaschinen; 2) für kleine Räder von Gusseisen für Spinnmaschinen und ähnliche Arbeitsmaschienen; 3) für Werkzeugmaschinen, Drehbänke, Hobelmaschinen etc.; 4) für Räder zu Krahnen, Winden; 5) für Getriebe, die in grosse Räder mit hölzernen Zähnen einzugreifen haben; 5) für Transmissionsräder, die einen dauernd richtigen und sanften Gang gewähren sollen.

B) Dass dagegen hölzerne Zähne zu wählen sind: 1) für grosse Räder bei starken Uebersetzungen; 2) für Transmissionsräder, die in Arbeitssälen zu treiben haben und kein Geräusch verursachen sollen.

Anfertigung der Räder. Die Anfertigungsweise der Räder richtet sich nach ihrer Grösse und nach dem Materiale.

Kleine Räder zu Uhren und feinen Arbeitsmaschinen werden aus Messing oder Rothguss hergestellt. Die Räder der Taschenuhren und kleineren Zimmeruhren werden aus Messingblech gemacht. Räder von 0·3 bis 1·5 Centimeter Zahnbreite werden gegossen, die Zähne eingeschnitten. Hat man nur einzelne Räder herzustellen, wie z. B. zu Modellen, so ist es am zweckmässigsten, die Zähne vermittelst eines nach den Zahnlücken geformten Meisels auszuhobeln. Hat man, wie es in der Uhrenfabrikation der Fall ist, eine grosse Anzahl gleicher Räder herzustellen, so bedient man sich zum Schneiden der Zähne einer rotirenden Fraise. Dünne Blechräder werden in grösserer Anzahl aufeinander geschichtet und mit der Fraise geschnitten, wie wenn die ganze Masse ein einziges Rad wäre. Das Schneiden geht sehr schnell vor sich, weil bei Messing und Rothguss die Umfangsgeschwindigkeit der Fraise ungemein gross sein kann, ohne dass eine Erhitzung derselben eintritt, bei welcher der Stahl seine Härte verliert.

Kleine gusseiserne Räder zu Spinnmaschinen werden mit messingenen Modellrädern geformt, die, wie so eben beschrieben wurde, hergestellt werden.

Grössere und ganz grosse Räder werden aus Gusseisen hergestellt und theils mit Modellen theils mit Sandmassen geformt.

Beide Anfertigungsweisen haben ihre Vortheile und Nachtheile. Ist man bereits im Besitz eines für einen bestimmten vorliegenden

Zweck tauglichen Modelles, das noch nicht gelitten hat, so ist der Modellguss die billigste Anfertigungsart; allein ein sehr genaues Rad erhält man auf diese Weise nicht, weil jedes alte Modell etwas unrund ist. Neue Modelle anzufertigen ist nur in dem Falle angemessen, wenn die Wahrscheinlichkeit vorhanden ist, dass das Modell in der Folge öfters gebraucht wird. Handelt es sich um sehr genaue oder um solche Räder, die in der Folge wohl sehr selten wiederholt herzustellen sind, wie es besonders bei anormalen Rädern der Fall ist, so ist es am zweckmässigsten, kein Modell anzufertigen, sondern mit Sandmasse zu formen, denn die Anfertigung der Formkästen zur Herstellung der Sandmasse ist nicht kostspielig, die Summe der Arbeiten, welche das Formen mit Sandmasse verursacht ist dagegen ziemlich beträchtlich.

Es ist hier nicht der Ort, die bei Anfertigung eines Radmodells vorkommende Schreinerarbeit im Detail zu besprechen, wir begnügen uns, diejenige Verfahrungsweise hervor zu heben, wodurch sehr genaue und vollkommene Räder erhalten werden. Um ein Modell herzustellen für ein Rad mit angegossenen Zähnen, wird zuerst der Radkörper aus einzelnen Holzstücken zusammengefügt, zusammengenagelt und theilweise zusammengeleimt. In diesen Radkörper werden dann die aus zartfaserigem Holz herzustellenden Zahnklötzchen mit Schwalbenschwänzen in der Weise eingesetzt, dass sie am Umfang des Rades eine continuirliche Masse bilden. Hierauf wird das Modellrad in eine Drehbank eingespannt und die Hülse ausgebohrt, wird der äussere Umfangstheil, insbesondere der Holzring der Zahnkörper glatt abgedreht und wird der Theilriss des Rades auf beiden Seiten desselben in die Holzmasse der Zahnkörper eingeritzt. Um endlich die Zähne zu formen, wird das Modellrad von der Drehbank abgenommen, wird der aufgeritzte Theilriss vermittelst eines zweispitzigen Zirkels nach der Anzahl der Zähne getheilt, wird hierauf jeder Zahn vermittelst einer genauen Lehre aus Messingblech aufgeritzt und werden endlich die Zahnlücken zuerst mit einer Säge, dann mit einer gröberen Raspel und zuletzt mit einer Schlichtfeile ausgearbeitet.

Um ein Rad mit eisernem Körper und hölzernen Zähnen anzufertigen, wird zuerst das Modell für den Radkörper hergestellt, dann abgeformt und gegossen. Hierauf werden in den Umfang des gegossenen Radkörpers die hölzernen Zahnkörper so eingesetzt und befestiget, dass sämmtliche Holzklötzchen am Umfang des Rades eine continuirliche Masse bilden. Nun wird die Hülse des Rades nach dem Durchmesser des Wellenkopfes, auf welchen das Rad aufzukeilen ist, ausgebohrt und wird hierauf das Rad auf den Wellkopf wirklich aufgekeilt. Ist dies geschehen, so wird die mit dem Rade versehene Welle zwischen die Spitzen einer Drehbank eingespannt, wird die Holzmasse der Zahnkörper abgedreht und werden die Theilrisse des Rades zu beiden Seiten in den Holzring eingeritzt. Hierauf werden die Theilrisse mit einem zweispitzigen Zirkel in so viele gleiche Theile getheilt, als die Anzahl der Zähne beträgt, werden die Zahnformen vermittelst einer genauen Lehre aus Messingblech aufgeritzt und werden schliesslich die Zahnlücken mit Säge, Raspel und Schlichtfeile ausgearbeitet.

Bei diesem Verfahren muss das Rad vollkommen rund und absolut genau concentrisch mit der Drehungsaxe ausfallen.

Die Schraube ohne Ende.

(Resultate Seite 75.)

Um die einzelnen Dimensionen derjenigen mechanistischen Anordnung zu bestimmen, welche Schraube ohne Ende (in der Handwerkssprache Wurm und Wurmrad) genannt wird, muss man berücksichtigen, dass durch die Reibung zwischen den Gewinden der Schraube und den Zähnen des Rades ein beträchtlicher Theil der in der treibenden Axe enthaltenen Kraft verloren geht.

Nennen wir, Fig. 9, Tafel XI., d den Durchmesser der Schraubenaxe a, r den Halbmesser der Schraube A, n die Anzahl ihrer Umdrehungen in einer Minute, N den Effekt in Pferdekräften, welcher in dieser Axe a treibend wirkt, d_1 den Durchmesser der Axe des Zahnrades B, R den Halbmesser desselben, α und β die Zahndimensionen, n_1 die Anzahl der Umdrehungen der Radaxe in einer Minute, N_1 den Effekt in Pferdekräften, welchen die Radaxe empfängt, wenn die Schraubenaxe mit N Pferdekräften getrieben wird, $\mathfrak{z}$ die Anzahl der Zähne des Rades.

Da das Zahnrad bei einer Umdrehung der Schraube um eine Zahntheilung fortrückt, so gibt die Anzahl $\mathfrak{z}$ der Zähne des Rades an, wie oftmal die Schraubenaxe umgedreht werden muss, damit das Schraubenrad einen Umgang macht. Man hat daher:

$$\frac{n}{n_1} = \mathfrak{z} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Zur Bestimmung der Axendurchmesser hat man:

$$d = 16 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}, \quad d_1 = 16 \sqrt[3]{\frac{N_1}{n_1}} \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

hieraus folgt:

$$\frac{d_1}{d} = \frac{16\sqrt[3]{\frac{N_1}{n_1}}}{16\sqrt[3]{\frac{N}{n}}} = \sqrt[3]{\frac{N_1}{N}\,\frac{n}{n_1}}$$

oder weil vermöge (1) $\frac{n}{n_1} = \mathfrak{Z}$ ist:

$$\frac{d_1}{d} = \sqrt[3]{\frac{N_1}{N}}\,\sqrt[3]{\mathfrak{Z}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Das Verhältniss $\frac{N_1}{N}$ hängt ab von der mehr oder weniger vollkommenen Ausführung; aber selbst für die bestmöglichsten Ausführungen ist $\frac{N_1}{N}$ nicht grösser als $\frac{1}{2}$, in der Regel sogar nur $\frac{1}{3}$ Dies wird in der Folge in der Theorie der Reibung nachgewiesen.

Die Zähne des Rades B sind wie für ein gewöhnliches mit einer Welle vom Durchmesser d_1 verbundenes Zahnrad zu bestimmen. Wir erhalten daher vermöge des Ausdruckes (12), Seite 210:

$$\mathfrak{Z} = 2{\cdot}25 \left(\frac{R}{d_1}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Sucht man aus diesem Ausdruck R und setzt für d_1 den Werth, welcher aus (3) folgt, so findet man:

$$\frac{R}{d} = \frac{\left(\frac{N_1}{N}\right)^{\frac{1}{3}}}{\left(2{\cdot}25\right)^{\frac{2}{3}}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{3}}}\,\mathfrak{Z} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Diese Gleichung bestimmt den Radhalbmesser, wenn d und $\mathfrak{Z}$ gegeben sind.

Nun ist ferner vermöge (9), Seite 208, für ein Normal-Zahnrad

$$\frac{\beta}{d_1} = 1{\cdot}33\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}\,\frac{d_1}{R}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

hieraus folgt:

$$\frac{\beta}{d} = 1{\cdot}33\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}\,\frac{d_1}{d}\sqrt{\frac{d_1}{R}} = 1{\cdot}33\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}\sqrt{\frac{d}{R}}\left(\frac{d_1}{d}\right)^{\frac{3}{2}}$$

Setzt man in diesen Ausdruck für $\frac{d_1}{d}$ und für $\frac{d}{R}$ die Werthe, welche die Gleichungen (3) und (4) darbieten, so findet man:

$$\frac{\beta}{d} = 1{\cdot}33 \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\left(2{\cdot}25\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{3}}}{\left(\frac{N_1}{N}\right)^{\frac{1}{3}}} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\mathfrak{z}^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{N_1}{N}\right)^{\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{2}} \left(\mathfrak{z}\right)^{\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{2}}$$

oder

$$\frac{\beta}{d} = 1{\cdot}33 \left(2{\cdot}25\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{N_1}{N}\right)^{\frac{1}{3}} \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

hierdurch ist die Zahnbreite bestimmt.

Die Verhältnisse $\frac{\beta}{\alpha}$, $\frac{r}{d}$ bleiben unbestimmt und können innerhalb gewisser Grenzen nach Belieben genommen werden.

Nehmen wir $\frac{\beta}{\alpha} = 4$, $\frac{r}{d} = 2$, so finden wir aus den Formeln (3), (5), (7):

$$\left.\begin{array}{llll} \text{für } \frac{N_1}{N} = & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\[6pt] \frac{d_1}{d} = & 0{\cdot}78\sqrt[3]{\mathfrak{z}} & 0{\cdot}70\sqrt[3]{\mathfrak{z}} & 0{\cdot}63\sqrt[3]{\mathfrak{z}} \\[6pt] \frac{R}{d} = & 0{\cdot}28\,\mathfrak{z} & 0{\cdot}26\,\mathfrak{z} & 0{\cdot}23\,\mathfrak{z} \\[6pt] \frac{\beta}{d} = & 3{\cdot}43 & 3{\cdot}00 & 2{\cdot}77 \end{array}\right\} \quad \ldots \quad (8)$$

Vermittelst dieser Resultate kann man nun die richtigen Abmessungen des Wurmapparates leicht bestimmen.

Winkelhebel.

(Resultate Seite 76, Tafel XV.)

Winkelhebel von Schmiedeeisen.

Es sei Fig. 10, Tafel XI., A C B ein Winkelhebel. Am Ende jedes der beiden Schenkel sei ein Zapfen angebracht, der Hebel selbst sei auf einen feststehenden Zapfen gesteckt und drehe sich um denselben.

Diese spezielle Einrichtung des Hebels ist nur zum Behufe der Rechnung angenommen und weil sich andere Einrichtungen leicht darauf zurückführen lassen. Die zu bestimmenden Grössen sind die drei Zapfen bei A, B und C und die Dimensionen des Querschnittes eines der Arme, gemessen am Drehungspunkt C.

Nennen wir:

$p\ q$ die Längen der Schenkel A C und B C,

$\delta_p\ \delta_q$ die Durchmesser der Zapfen bei A und B,

d den Durchmesser des Drehungszapfens bei C,

P und Q die bei A und B senkrecht gegen die Schenkel wirkenden Kräfte,

$\widehat{BCA} = \alpha$ den Winkel, den die Richtungen der Schenkel bilden,

Für einen zu construirenden Hebel dürfen wir $P\ p\ q$ und α als die gegebenen Grössen ansehen. Im Gleichgewichtszustand der Kräfte ist $P p = Q q$, demnach $Q = P \frac{p}{q}$.

Nach den Seite 158 für schmiedeeiserne Zapfen aufgestellten Regeln erhalten wir zunächst:

$$\delta_p = 0{\cdot}12 \sqrt{P},$$

$$\delta_q = 0{\cdot}12 \sqrt{Q} = 0{\cdot}12 \sqrt{P \frac{p}{q}} = 0{\cdot}12 \sqrt{P} \sqrt{\frac{p}{q}} = \delta_p \sqrt{\frac{p}{q}} \,. \quad (1)$$

Um den Durchmesser d des Drehungszapfens zu bestimmen, muss zunächst der Druck R ausgemittelt werden, welchem derselbe ausgesetzt ist. Verlängern wir die Richtungen der Kräfte P und Q bis D, machen $DE = P$, $DG = Q$ und construiren das Parallelogramm DEFG, so ist die Diagonale DF der Grösse und Richtung nach der Druck R, welchen der Drehungszapfen auszuhalten hat und es muss, wegen des vorausgesetzten Gleichgewichtszustandes der Kräfte P und Q, die verlängerte Richtung von DF durch den Drehungspunkt C gehen. Aus der Figur folgt:

$$DF = R = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2\,P\,Q \cos\alpha}$$

oder auch wenn man für Q seinen Werth $P \frac{p}{q}$ substituirt:

$$R = P \sqrt{1 + \left(\frac{p}{q}\right)^2 - 2\left(\frac{p}{q}\right) \cos\alpha}$$

Nun ist aber $d = 0{\cdot}12 \sqrt{R}$, demnach findet man wegen $\delta_p = 0{\cdot}12 \sqrt{P}$

$$d = \delta_p \sqrt[4]{1 + \left(\frac{p}{q}\right)^2 - 2\left(\frac{p}{q}\right) \cos\alpha} \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Die Werthe dieser vierten Wurzel können leicht in eine Tabelle (Seite 77 der Resultate) gebracht werden, wodurch man jeder Rechnung überhoben wird. Ist z. B. $\frac{p}{q} = 5$, $\alpha = 120^\circ$, so findet man aus dieser Tabelle, dass der Werth der vierten Wurzel 2·4 beträgt; demnach wird $d = 2 \cdot 4 \; \delta_p$.

Die Tabelle ist berechnet von $\alpha = 180^\circ$ bis $\alpha = 0^\circ$, $\alpha = 180^\circ$ entspricht einem geradlinigen zweiarmigen Hebel, $\alpha = 0^\circ$ einem geradlinigen einarmigen Hebel. Die Tabelle über 180° auszudehnen ist nicht nothwendig, indem $\cos \alpha = \cos (2\pi - \alpha)$.

Nennen wir noch zur Berechnung eines Schenkelquerschnittes h und b die beiden Dimensionen des als Rechteck gedachten Querschnittes, c die Länge des Zapfens am Ende des Schenkels p, $\mathfrak{S}$ die grösste Spannungsintensität, welche im Zapfen δ_p wie im Arme bei C eintreten darf, so können wir für den Zapfen die Gleichung

$$P \frac{c}{2} = \mathfrak{S} \frac{\pi}{32} (\delta_p)^3$$

und für den Arm p die Gleichung

$$P p = \frac{1}{6} \mathfrak{S} b h^2$$

aufstellen. Eliminiren wir aus dieser Gleichung $\mathfrak{S}$, so resultirt ein Ausdruck, aus welchem man leicht nachstehende Beziehung herleiten kann:

$$\frac{h}{\delta_p} = \sqrt[3]{\frac{6\pi}{16} \left(\frac{h}{b}\right) \left(\frac{p}{\delta_p}\right) \left(\frac{\delta_p}{c}\right)} \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

Dieser scheinbar complizirte Ausdruck ist zur Berechnung einer kleinen Tabelle sehr bequem. Das Verhältniss $\frac{\delta_p}{c}$ ist als eine Constante anzusehen, für welche $\frac{2}{3}$ gesetzt werden darf, $\frac{p}{\delta_p}$ ist als eine gegebene Grösse anzusehen, wenn einmal δ_p aus P berechnet worden ist, $\frac{h}{b}$ ist je nach Umständen 2, 3 . . . zu setzen. Seite 78 der Resultate findet sich diese Tabelle. Angenommen es sei $p = 100$, $\delta_p = 5$, $\frac{h}{b} = 2$, so findet man aus der Tabelle $\frac{h}{\delta_p} = 3 \cdot 1$, demnach $h = 3 \cdot 1 \; \delta_p = 3 \cdot 1 \times 5 = 15 \cdot 5$ und wegen $\frac{h}{b} = 2$, $b = \frac{15 \cdot 5}{2} = 7 \cdot 75$.

Für den Fall, dass an den Schenkelenden gar keine Zapfen anzubringen sind, benimmt man sich bei der Berechnung so, wie wenn solche Zapfen anzubringen wären, lässt sie aber in der Zeichnung weg. Wenn an den Schenkelenden Doppelzapfen angebracht werden sollen, benimmt man sich in der Rechnung so, wie wenn einfache Zapfen gefordert würden, nimmt aber in der Zeichnung die Zapfendurchmesser $\sqrt{\frac{1}{2}} = 0 \cdot 7$ mal schwächer, als die Rechnung für einfache Zapfen gegeben hat.

Ist der Hebel mit einer Drehungsaxe versehen, die an ihrem Ende mit Zapfen versehen werden soll, die gleich weit vom Hebelkörper entfernt sind, so benimmt man sich in der Rechnung wieder nur so, wie wenn der Hebel auf einen fixen Zapfen zu stecken wäre und berechnet vermittels der Tabelle Seite 77 der Resultate den Werth ven d, dann sind die richtigen Zapfendurchmesser der Drehungsaxe $0 \cdot 7\, d$.

Um das Zusammenwirken dieser für die Construktion der Winkelhebel aufgestellten Regeln zu zeigen, möge noch folgendes Beispiel dienen.

Es sei gegeben $p = 150$, $q = 50$, $\alpha = 120^\circ$, $P = 1000$ Kilogramm, so findet man $\delta_p = 0 \cdot 12 \sqrt{1000} = 3 \cdot 8$, $\delta_q = 3 \cdot 8 \sqrt{\frac{150}{50}} = 6 \cdot 57$. Nun ist $\frac{p}{q} = 3$, $\alpha = 120$, die Tabelle Seite 77 der Resultate gibt demnach $d = 1 \cdot 9\, \delta_p = 7 \cdot 22$. Zur Berechnung der Armquerschnitte hat man $\frac{p}{\delta_p} = \frac{150}{3 \cdot 8} = 40$, und kann man setzen $\frac{h}{b} = 3$, die Tabelle Seite 78 der Resultate gibt dann $\frac{h}{\delta_p} = 4 \cdot 5$, demnach $h = 4 \cdot 5 \times 3 \cdot 8 = 17 \cdot 1$, $b = \frac{17 \cdot 1}{3} = 5 \cdot 7$.

Kurbeln, kurbelartige Hebel und Kurbelaxen.

(Resultate Seite 78 bis 80, Tafel XV. und XVI.)

Kurbeln und kurbelartige Hebel.

Kurbeln und kurbelartige Hebel unterscheiden sich in construktiver Hinsicht von den gewöhnlichen Hebeln, dass bei ersteren die Drehungsaxe auf Torsion, bei letzteren auf relative Festigkeit in Anspruch genommen ist.

Die Aufstellung besonderer Regeln zur Bestimmung der einzelnen an einer Kurbel vorkommenden Dimensionen wäre eigentlich, nach dem was bereits vorgekommen ist, nicht nothwendig, denn für

Zapfen, Torsionsaxen und Hebelarme sind bereits Regeln aufgestellt und aus diesen drei Elementen ist gerade eine Kurbel zusammengesetzt. Allein die Vorsicht macht es doch rathsam, für die Kurbeln besondere Regeln herzuleiten, indem dieselben oftmals den Masseneinwirkungen der Schwungräder und Balanciers, also überhaupt dynamischen Einwirkungen ausgesetzt sind und ein Kurbelbruch insbesondere bei Dampfmaschinen heillose Zerstörungen und Unglücksfälle veranlassen kann. Denn wenn z. B. bei einer Balancier-Dampfmaschine der Kurbelzapfen bricht, so ist zunächst das Spiel des Dampfkolbens nicht mehr beschränkt, der Kolben wird daher durch die Wirkung des Dampfes gewaltsam gegen den Deckel oder Boden hingetrieben und schlägt daselbst an. Aber dies geschieht nicht nur einmal, sondern es wiederholt sich mehrmals, indem nach erfolgtem Kurbelbruch die Schwungradswelle wegen der lebendigen Kraft des Schwungrades fortläuft, was zur Folge hat, dass die Steurung in Thätigkeit bleibt, bis endlich die lebendige Kraft des Schwungrades erschöpft ist. Bei diesem wiederholten Auf- und Niederstossen des Kolbens wird der Balancier und die wegen des Kurbelbruches frei herabhängende Schubstange auf und nieder gerissen; ihr hin und her schwankendes Ende stösst dabei in der Regel gegen die Fundamentsteine, wird zerbrochen oder bringt in dem Balancier Beschädigungen oder Zerstörungen hervor. Dieses Beispiel wird genügen, um zu ersehen, dass es angemessen ist, für die Kurbelconstruktion besondere Regeln aufzustellen.

Wir wollen zunächst eine Regel aufstellen, welche die Abhängigkeit zwischen dem Durchmesser des Kurbelzapfens und dem Durchmesser der Kurbelwelle ausdrückt.

Nennen wir:

d den Durchmesser des Kurbelzapfens,

D den Durchmesser der Kurbelwelle,

A die Länge des Kurbelarmes, gemessen vom Mittel des Zapfens, bis zum Mittel der Welle,

c die Länge des Kurbelzapfens,

T und S die Intensitäten, welche den Spannungen an der Oberfläche der Welle und an der Wurzel des Zapfens entsprechen,

P den Druck gegen den Kurbelzapfen,

so hat man vermöge der Torsionsfestigkeit und relativen Festigkeit folgende Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{P\,A} &= \mathrm{T}\,\frac{\pi}{16}\,\mathrm{D}^3 \\ \mathrm{P}\,\frac{\mathrm{c}}{2} &= \mathrm{S}\,\frac{\pi}{32}\,\mathrm{d}^3 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Aus diesen Gleichungen findet man leicht durch Elimination von P:

$$\frac{D}{d} = \sqrt[3]{\frac{S}{T}\,\frac{d}{c}}\;\sqrt[3]{\frac{A}{d}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

$$\frac{d}{D} = \sqrt[2]{\frac{T}{S}\,\frac{c}{d}}\;\sqrt[2]{\frac{D}{A}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Die erste dieser Gleichungen bestimmt den Durchmesser der Welle, wenn die Länge A des Kurbelarmes und der Durchmesser d des Zapfens gegeben ist. Die zweite dagegen bestimmt den Durchmesser des Zapfens, wenn der Durchmesser D der Welle und die Länge des Kurbelarmes bekannt sind.

Eine Vergleichung dieser Ausdrücke mit den Dimensionen von gut construirten Kurbeln, die sich im Gebrauch bewährt haben, hat gezeigt, dass man mit den Thatsachen der Wirklichkeit gut übereinstimmende Resultate erhält, wenn man setzt:

$$\sqrt[3]{\frac{S}{T}\,\frac{d}{c}} = \left\{ \begin{array}{l} 0{\cdot}9 \text{ wenn Zapfen und Welle von Schmiedeeisen,} \\ 1{\cdot}1 \text{ wenn der Zapfen von Schmiedeeisen, die Welle} \\ \quad\text{von Gusseisen ist,} \end{array} \right. \quad (4)$$

Da man setzen darf $\frac{d}{c} = \frac{2}{3}$, so folgt:

$$\frac{S}{T} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{c}{d}\,(0{\cdot}9)^3 = 1{\cdot}09 \\[2ex] \frac{c}{d}\,(1{\cdot}1)^3 = 2{\cdot}0 \end{array} \right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Nun sind aber die Festigkeits-Coeffizienten für den Bruch und für Torsion des Schmiedeeisens gleich gross (Tabelle Seite 95) und der Bruchcoeffizient für Schmiedeeisen ist nahe 2 mal so gross, als der Torsionscoeffizient von Gusseisen, und somit stellt sich das Ergebniss heraus, dass bei den in der Wirklichkeit vorkommenden Kurbeln die Zapfen gerade so stark in Anspruch genommen sind, als die Welle, ähnlich wie wir bei den Rädern gefunden haben, dass die Zähne und die Wellen gleich stark in Anspruch genommen werden. Weil aber die Wellen nur sehr wenig in Anspruch genommen werden, so gilt dies auch von den Kurbelzapfen und den Räderzähnen.

Vermittelst der Werthe (4) geben nun die Ausdrücke (2) und (3):

	Zapfen:	Welle:
$\frac{D}{d} = 0{\cdot}9 \sqrt[3]{\frac{A}{d}}$	Schmiedeeisen	Schmiedeeisen
$\frac{D}{d} = 1{\cdot}1 \sqrt[3]{\frac{A}{d}}$	Schmiedeeisen	Gusseisen
$\frac{d}{D} = 1{\cdot}2 \sqrt[2]{\frac{D}{A}}$	Schmiedeeisen	Schmiedeeisen
16 $\frac{d}{D} = 0{\cdot}8\cancel{7} \sqrt[2]{\frac{D}{A}}$	Schmiedeeisen	Gusseisen

Das Ergebniss dieser Formeln ist Seite 79 der Resultate in eine Tabelle gebracht.

Was nun die Kurbelarme anbelangt, so habe ich es vorgezogen, nur empirische und keine rationellen Regeln aufzustellen. Ein solcher Kurbelarm ist je nach der Stellung der Kurbel gegen die Schubstange bald auf relative, bald auf absolute, bald auf rückwirkende Festigkeit und auch noch auf Torsion in Anspruch genommen, eine rationelle Regel müsste also auf diese verschiedenen Festigkeitsverhältnisse Rücksicht nehmen, was zu unverhältnissmässigen Complikationen führen würde. Dann aber kommen ja diese Kurbeln nicht so häufig vor wie Räder, es ist daher aus ökonomischem Grunde erlaubt, die Kurbelarme so stark zu machen, dass ein durch eine empirische Regel etwa entstehender Fehler keine nachtheiligen Folgen haben kann.

Tafel XV. der Resultate findet man in den Fig. 5 und 6 eine gusseiserne und eine schmiedeeiserne Kurbel dargestellt und empirische Regeln zur Bestimmung der Arme und Hülse angegeben. Diese Regeln sind durch Induktion, durch Vergleichung der Dimensionen von gut geformten Kurbeln entstanden

Wenn kurbelartige Hebel zu construiren sind, die keinen Massenwirkungen ausgesetzt werden, wie z. B. die Steuerungshebel der Dampfmaschinen, kann man sich auch erlauben, die Dimensionen des Armes nach den Seite 225 aufgestellten Regeln zu bestimmen.

Einige Beispiele werden genügen, die für Kurbeln aufgestellten Regeln zu erklären.

Die Länge des Kurbelarmes sei 50 Centimeter, der Durchmesser des Zapfens 10 Centimeter, Kurbel und Welle sollen aus Schmiedeeisen gemacht werden, welches sind die Dimensionen der Welle und des Kurbelkörpers?

Es ist also $A = 50$, $d = 10$, die Tabelle Seite 79 gibt demnach für $\frac{A}{d} = 5$, $\frac{D}{d} = 1{\cdot}539$, demnach $D = 1{\cdot}539 \times 10 = 15{\cdot}39$ und vermittelst der Fig. 6, Tafel XV. der Resultate findet man nun:

Durchmesser der Zapfenhülse $2{\cdot}42 \times 10$	. . . .	$= 24{\cdot}2$
Länge der Zapfenhülse $1{\cdot}5 \times 10$	. . . .	$= 15$
Durchmesser der Wellenhülse $2{\cdot}27 \times 15{\cdot}39$	. . . .	$= 34{\cdot}9$
Länge dieser Hülse $1{\cdot}5 \times 10 + 0{\cdot}056 \times 50$	. . . .	$= 17{\cdot}8$
Dimensionen des Armes, an der Welle	. . . .	$= 26{\cdot}8$
	. . . .	$= 9{\cdot}4$
Dimensionen des Armes, am Zapfen	. . . .	$= 18{\cdot}0$
	. . . .	$= 8{\cdot}0$

Kurbelaxen.

Die Kurbelaxen gehören in construktiver Hinsicht in die Klasse der Maschinenbestandtheile, deren Festigkeit in mehrfacher Weise in Anspruch genommen wird. Zur Bestimmung irgend eines Querschnittes, der auf mehrfache Weise, z. B. sowohl auf Torsion als auch auf relative Festigkeit in Anspruch genommen ist, berechne man, wie stark der Querschnitt wegen jedes einzelnen Festigkeitsverhältnisses sein müsste und nehme für die Verzeichnung und Ausführung die stärksten von den so berechneten Dimensionen. Die nachfolgenden Beispiele werden das Construktions-Verfahren erläutern.

Erstes Beispiel. Es sei Fig. 11, Tafel XI., eine bei A und B in Lager gelegte Kurbelaxe, welche die auf den Zapfen wirkende Kraft nach einer Seite hin durch Torsion überträgt.

Bei dieser Axe sind die einzelnen Theile in folgender Weise in Anspruch genommen.

Der Zapfen C, der Zapfen B und das Wellenstück $B\,B_1$, so wie auch der Kurbelkörper $B_1\,C$ sind nur allein auf relative Festigkeit in Anspruch genommen.

Der Wellenhals A, das Wellenstück $A\,A_1$ und der Kurbelkörper $A_1\,C$ dagegen sind einerseits genau so auf relative Festigkeit in Anspruch genommen, wie $C\,B_1\,B$, aber andererseits auch auf Torsion.

Nennt man:

P die auf den Kurbelzapfen drückende Kraft,

r den Halbmesser der Kurbel oder die Länge des Kurbelarmes,

l die Entfernung der Zapfenmittel A B von der mittleren Ebene der Kurbel,

d den Durchmesser des Kurbelzapfens C,
d_1 den Durchmesser des Tragzapfens B,
c_1 die Länge des Tragzapfens B,
D den Durchmesser des Wellenhalses A,
S T die Spannungsintensitäten für relative Festigkeit und Torsion, so erhält man folgende Gleichungen:

Für den Zapfen B hat man

$$P \frac{c_1}{2} = S \frac{\pi}{32} d_1^3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Das Moment, welches den Kurbelzapfen C abzubrechen droht, ist $\frac{P}{2}\,l$, demnach hat man:

$$\frac{P}{2}\,l = S \frac{\pi}{32} d^3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Das Torsionsmoment, welchem der Hals A zu widerstehen hat, ist $P\,r$, demnach ist zu setzen:

$$P\,r = T \frac{\pi}{16} D^3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Aus diesen Gleichungen folgt:

$$d_1 = \sqrt[2]{\frac{16}{\pi S}\frac{c_1}{d_1}}\sqrt{P}, \quad D = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi T}}\sqrt[3]{P\,r}, \quad \frac{d}{D} = \sqrt[3]{\frac{T}{S}}\sqrt[3]{\frac{l}{r}} \quad (4)$$

Wir wollen auch hier, wie bei den einfachen Kurbeln, die Theile in jeder Hinsicht gleich stark in Anspruch nehmen, und für T den Werth setsen, den wir für schmiedeeiserne Torsionswellen gefunden haben. Dann ist zu setzen: $T = S = 210$, und wenn wir überdies $\frac{c_1}{d_1} = 1{\cdot}5$ nehmen, so folgt aus der Gleichung (4):

$$d_1 = 0{\cdot}18\sqrt{P}, \quad D = 0{\cdot}33\sqrt[3]{P\,r}, \quad \frac{d}{D} = \sqrt[3]{\frac{l}{r}} \quad \ldots \quad (5)^*$$

Hat man diese drei Grössen d, d_1, D berechnet, so geschieht die Verzeichnung der Axe auf folgende Weise: Man verzeichnet zuerst mit dem berechneten Durchmesser die Zapfen B und C, so wie auch den Hals A, macht sodann $\overline{b\,b_1} = d$ und verbindet die Punkte $b\,b_1$ einerseits mit $c\,c_1$, andererseits mit $e\,e_1$, vorausgesetzt, dass

*) In den Resultaten Seite 80 sind die Coeffizienten kleiner als in diesen Formeln (5).

$d > D$ ist. Sollte aber $D > d$ sein, so müsste das Wellenstück $A A_1$ cylindrisch gemacht werden und zwar mit dem Durchmesser D. Zur Construktion der Arme darf man als Regel gelten lassen, dass deren Querschnitt genau oder nahe gleich dem Querschnitt des Kurbelzapfens, also gleich $d^2 \frac{\pi}{4}$ gemacht werden soll.

Zweites Beispiel. Es sei eine Kurbelaxe für den Fall zu construiren, dass die dem Kurbelzapfen mitgetheilte Kraft zur Hälfte nach der einen, zur Hälfte nach der anderen Seite übertragen werden soll. Fig 12, Tafel XI.

In diesem Falle erhalten die Hälften $A C$ und $C B$ congruente Formen, der Zapfen C ist einem Druck P und jeder der Hälse einem Torsionsmoment $\frac{1}{2} P r$ ausgesetzt, aber allerdings auch einem auf Bruch wirkenden Druck $\frac{1}{2} P$, allein der dem Torsionsmoment entsprechende Durchmesser fällt viel stärker aus, als der dem Druck $\frac{1}{2} P$ zukommende, daher sind die Hälse A und B mit dem Durchmesser zu zeichnen, den das Torsionsmoment liefert. Wir erhalten nun für den vorliegenden Fall folgende Gleichungen:

$$\frac{P}{2} l = S \frac{\pi}{32} d^3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

$$\frac{1}{2} P r = T \frac{\pi}{16} D^3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

oder

$$\left. \begin{aligned} D &= \sqrt[3]{\frac{16}{\pi T}} \sqrt[3]{\frac{1}{2} P r} \\ \frac{d}{D} &= \sqrt[3]{2 \frac{T}{S}} \sqrt[3]{\frac{l}{r}} \end{aligned} \right\} \ldots\ldots\ldots (8)$$

und wenn man auch hier wie früher $S = T = 210$ nimmt:

$$\left. \begin{aligned} D &= 0{\cdot}33 \sqrt[3]{\frac{1}{2} P r} \\ \frac{d}{D} &= 1{\cdot}26 \sqrt[3]{\frac{l}{r}} \end{aligned} \right\} \ldots\ldots\ldots (9)$$

Schubstangen.

(Resultate Seite 81 bis 83, Tafel XXI. und XXIII.)

Die zur Verbindung eines hin- und hergehenden Kolbens oder eines oscillirenden Balanciers mit einer Kurbel dienenden Schubstangen werden meistens aus Schmiedeeisen, nur bei stärkeren Balancier-Dampfmaschinen aus Gusseisen angefertigt. Der Querschnitt einer solchen Stange wird bei Schmiedeeisen entweder kreisrund oder rechteckig, bei Gusseisen kreuzförmig gemacht. Die Enden der Stangen, die sogenannten Schubstangenköpfe erhalten Formen und Einrichtungen, die geeignet sind, die Zapfen anzufassen, ähnlich wie eine Hand einen Griff.

Nehmen wir zur Aufstellung einer Regel zur Bestimmung der Hauptdimensionen die in Fig. 1, Tafel XII. dargestellte einfachste Form an, die jedoch nur für Schmiedeeisen passend ist, und nennen wir d den Durchmesser eines Auges am Ende der Stange, l ihre Länge, d_1 den Durchmesser des mittleren kreisrunden Querschnittes, c die Länge der Augenhöhlung oder die Länge des Zapfens, welchen die Stange mit ihrem Auge anzufassen hat, $\mathfrak{S}$ die Spannungsintensität für den Zapfen, ε den Modulus der Elastizität des Materials, P die durch die Stange durch rückwirkende Festigkeit fortzupflanzende Kraft, mP die Kraft, bei welcher die Stange in einen schwankenden Zustand gerathen würde, so können wir nun folgende Gleichungen aufstellen.

Für den Zapfen:

$$P \frac{c}{2} = \frac{\mathfrak{S}\,\pi}{32}\, d^3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Für die Stange dagegen (wegen Gleichung (16) Seite 45):

$$m P = \frac{\varepsilon\, \pi^3}{64}\, \frac{d_1^{\,4}}{l^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Durch Elimination von P folgt aus diesen Gleichungen:

$$\frac{d_1}{d} = \sqrt[4]{\frac{4\, m\, \mathfrak{S}}{\varepsilon\, \pi^2}\, \frac{d}{c}}\; \sqrt[2]{\frac{l}{d}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Da es etwas gewagt wäre, die Zahl m apriorisch zu bestimmen, so habe ich es vorgezogen, den ganzen Werth der vierten Wurzel durch die bei guten Schubstangenformen vorkommenden Abmessungen empirisch zu bestimmen, und habe gefunden, dass man nehmen muss:

$$\sqrt[4]{\frac{4\,m\,\mathfrak{S}}{\varepsilon\,\pi^2}\;\frac{d}{c}} = 0{\cdot}229 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

Nun ist aber für schmiedeeiserne Zapfen

$$\mathfrak{S} = 210, \qquad \varepsilon = 1500000, \qquad \frac{d}{c} = \frac{2}{3}$$

und mit diesen Zahlen findet man:

$$m = \frac{1}{4}\,(0{\cdot}229)^4\,\frac{\varepsilon\,\pi^2}{\mathfrak{S}}\;\frac{c}{d} = 72$$

Die schmiedeeisernen Schubstangen sind also in der Wirklichkeit so construirt, dass sie erst bei einer 72-fachen Belastung in einen schwankenden Zustand kommen.

Versucht man den Gedanken zu verfolgen, dass der schwankende Zustand und der Zapfenbruch gleichzeitig eintreten sollten, so muss man in (3) $m = 1$, $\mathfrak{S} = 4000$ (Festigkeit des Schmiedeeisens in dickeren Stäben), $\varepsilon = 1500000, \frac{d}{c} = \frac{2}{3}$ setzen und findet dann:

$$\frac{d_1}{d} = 0{\cdot}16 \sqrt[2]{\frac{l}{d}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

Dieser Werth für die vierte Wurzel stimmt mit dem früher gefundenen, nämlich mit (4), nicht überein. Es ergibt sich demnach das Resultat, dass die schmiedeeisernen Schubstangen in der Wirklichkeit so gemacht werden, dass der Zapfenbruch früher eintritt, als der schwankende Zustand.

Wenn wir den Coeffizienten 0·229 nehmen, erhalten wir:

$$\frac{d_1}{d} = 0{\cdot}229 \sqrt{\frac{l}{d}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

Den numerischen Werth, welchen diese Formel liefert, findet man in den Resultaten Seite 82 in einer Tabelle zusammengestellt.

Will man statt eines runden Querschnittes einen viereckigen annehmen, so lässt sich dieser aus jenem leicht nach der Lehre von der Aequivalenz der Querschnitte bestimmen.

Ein kreisrunder und ein viereckiger Querschnitt sind nämlich in Bezug auf rückwirkende Festigkeit äquivalent, wenn man hat:

$$\frac{\varepsilon}{12}\,\pi^2\,\frac{a\,b^3}{l^2} = \frac{\varepsilon\,\pi^3}{64}\,\frac{d_1{}^4}{l^2}$$

Hieraus folgt:

$$\frac{b}{d_1} = \sqrt[4]{\frac{6\,\pi}{32}\left(\frac{b}{a}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Dabei ist b die kleinere, a die grössere von den Dimensionen des Rechteckes. Auch die numerischen Werthe dieser Formel findet man in den Resultaten Seite 82.

Man muss sich hüten, das Verhältniss $\frac{a}{b}$ zu gross anzunehmen, weil sonst die Dimensionen zu gross ausfallen. $\frac{a}{b}$ gleich 1 bis 1·5 gibt gute Abmessungen.

Für gusseiserne Schubstangen kann die in Fig. 4, 5, 6, Tafel XXIII. der Resultate dargestellte Form gewählt werden. Die untere Stelze ist etwas länger als die Kurbel und ihr Querschnitt ist an zwei parallelen Seiten flach, an den beiden anderen Seiten schwach gerundet. Der mittlere Theil ist im Längenprofil bauchig, im Querprofil kreuzförmig gehalten, das obere Ende ist gabelförmig mit Uebergangsformen.

Suchen wir nach der Methode der Verhältnisszahlen eine Regel zu finden, durch welche die Querschnittsdimensionen des mittleren Theiles der Stange bestimmt werden können.

Nennen wir l die ganze Länge der Stange, h die Höhe, b die Dicke der Nerve in der Mitte, d den Durchmesser des Kurbelzapfens, c die Länge desselben, P die Kraft, welche durch die Stange übertragen wird, so erhalten wir folgende Gleichungen:

1) Für die Zapfen:

$$P\,\frac{c}{2} = \frac{\mathfrak{S}\,\pi}{32}\,d^3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

2) Für den mittleren Querschnitt der Stange, vermöge Seite 21 der Resultate:

$$m\,P = \varepsilon\,\pi^2\,E\,\frac{z}{l^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Es ist aber hier zu setzen:

$$E = \frac{1}{6\,h}\left[h\,b^3 + b\,(h^3 - b^3)\right],\quad z = \frac{h}{2} \quad \ldots\ldots \quad (10)$$

und es bedeutet $m\,P$ die Kraft, bei welcher die Stange in einen schwankenden Zustand gerathen würde. Da es sich jedoch nur um

Annäherungen handelt, darf man sich wohl erlauben in dem Ausdruck (10) $h b^3$ und b^4 gegen $b h^3$ zu vernachlässigen. Unter dieser Voraussetzung wird (9):

$$m P = \frac{\varepsilon}{12} \pi^2 \frac{b h^3}{l^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

Aus (8) und (11) findet man durch Elimination von P:

$$\frac{b}{h} = \frac{3}{4} \frac{m \mathfrak{S}}{\pi \varepsilon} \left(\frac{d}{c}\right) \left(\frac{l}{h}\right)^4 \left(\frac{d}{l}\right)^2 \quad \ldots\ldots \quad (12)$$

Schubstangenköpfe. Die Enden der Schubstangen (die Schubstangenköpfe) müssen so eingerichtet werden, dass sie zum sichern Anfassen eines Zapfens geeignet sind. Ein Schubstangenkopf ist daher im Wesentlichen ein an einem Stangenende angebrachtes Axenlager oder Axenhalter. In der Regel wird der Zapfen ähnlich wie bei den gewöhnlichen Zapfenlagern von zwei innen nach der Rundung des Zapfens halb-cylindrisch ausgedrehten, aussen ebenflächig geformten Schalen aus Messing oder Rothguss umfasst. Diese Schalen werden in den Stangenkopf eingelegt und durch Keilungen gegen den Zapfen gedrückt. Die Keile werden angetrieben, wenn sich die Schalen durch den Gebrauch ausgeschliffen haben und dann nicht mehr ringsum an den Zapfen anliegen. Wird die innere Schalenhälfte hinausgekeilt, so entsteht eine Verlängerung der Schubstange, indem dadurch der Mittelpunkt des Zapfens relativ gegen den Stangenkörper nach dem Ende desselben hinausrückt. Wird die äussere Schalenhälfte hereingekeilt, so entsteht eine Verkürzung der Schubstange. Versieht man den Stangenkopf mit zwei Keilungen, von denen die eine die innere Schalenhälfte hinaus, die andere die äussere Schalenhälfte einwärts treibt, so kann man durch diese Doppelkeilung bewirken, dass der Mittelpunkt des Zapfens seine relative Lage gegen den Stangenkörper nicht ändert, dass mithin weder eine Verlängerung noch eine Verkürzung der theoretischen Stangenlänge eintritt. In den meisten Fällen der Anwendung ist es von Wichtigkeit, dass durch die Wirkung der Keilungen die theoretische Stangenlänge (Abstand der Zapfenmittel) nicht geändert wird. Dies kann bewirkt werden, 1) indem man an dem einen Stangenkopf eine Keilung anbringt, welche die Stange verlängert, am andern Stangenkopf dagegen eine Keilung, welche die Stange verkürzt, oder 2) wenn man an jedem Stangenkopf eine Doppelkeilung anwendet. Das letztere Mittel wird nur selten angewendet, weil es complizirter und kostspieliger ist, als das erstere. Insbesondere für die Kupplungsstangen der Güterlokomotive ist die genaue Einhaltung der theoretischen Länge von Wichtigkeit, denn es entsteht sogleich ein heftiges Drängen oder Zerren, wenn die theoretische Länge einer solchen Kupplungsstange um eine Kleinigkeit länger oder kürzer ist, als die Axendistanz der durch die Stange zusammen gekuppelten Räder.

Anfertigung der Schubstangen. In den meisten Fällen werden die Schubstangen und ihre Kopfstücke aus Schmiedeeisen hergestellt. Bei grossen Balancier-Dampfmaschinen sind jedoch noch die schwerfälligen gusseisernen Schubstangen im Gebrauch. Bisweilen ist es, wenn auch nicht nothwenig, aber doch wünschenswerth, dass die Masse einer Schubstange möglichst klein ausfällt, und dann wird die Stange von Gussstahl hergestellt.

Die Anfertigung der schmiedeeisernen Schubstangen verursacht viele und kostspielige Arbeit. Zuerst werden die Stangen mit den Köpfen geschmiedet, ohne in den letzteren Oeffnungen anzubringen. Hierauf folgt die Bearbeitung der Stangenoberfläche vermittelst Feilmaschinen, Hobelmaschinen oder Drehbänken. Sodann wird auf dem Kopfe die Form der Oeffnung aufgerissen und werden durch den Kopf längs der Umfangsform der Oeffnung dicht neben einander Löcher gebohrt. Dann wird das Lochstück durch Hammerschläge ausgebrochen, worauf endlich auch die innere Fläche der Kopföffnung mit der Feile bearbeitet werden kann.

Die verschiedenen speziellen Anordnungen von Schubstangen werden in den Vorträgen durch Modelle und Zeichnungen erklärt; die Beschreibung derselben kann also hier unterlassen werden.

Balancier.

(Resultate Seite 83, Tafel XXIII.)

Balancier werden vorzugsweise bei grossen Dampfmaschinen angewendet. Dieselben werden aus Gusseisen, aus Eisenblech oder schmiedeeisernen Platten und Stangen hergestellt. Bis zu einem Gewicht von 200 Centnern kann Gusseisen gebraucht werden, über dieses Gewicht hinaus ist es rathsam, Blech oder Schmiedeeisen anzuwenden, denn so wie einmal die Ausdehnung und das Gewicht eines Balanciers eine gewisse Grenze erreicht, müssen in der Form mehrere Eingusslöcher angebracht werden, und dann ist man nie sicher, ob die durch diese Löcher eingegossenen Eisenmassen im Innern der Höhlung noch in einem vollkommen flüssigen Zustand zusammen treffen und ineinander fliessen, es entstehen daher leicht bei so ausgedehnten und schweren Gussstücken unganze, d. h. solche Stellen, in welchen die molekulare Verbindung nur in unvollkommener Weise eintritt.

Die nachfolgenden Figuren zeigen die Formen und Construktionsweisen verschiedener Balanciers.

Fig. 2, Tafel XII. ist ein gusseiserner massiver Balancier. Die Endzapfen befinden sich an Hülsen, die um Zapfen drehbar sind, welche an den Enden des Balanciers nach seiner Längenrichtung angegossen sind. Durch diese Einrichtung wird die richtige Verbindung der Gehänge des Parallelogramms und der Schubstange sehr erleichtert. Werden die Endzapfen quer durch die Endköpfe des Balanciers gesteckt, so begegnet es gar leicht, dass diese Durchbohrungen und jene für die Hauptdrehungsaxe des Balanciers nicht parallel werden, was zur Folge hat, dass bei horizontaler Lagerung der Hauptaxe die Gehänge und die Schubstangenrichtung von der vertikalen Richtung abweichen.

Die Dimensionen eines solchen Balanciers können auf folgende Weise bestimmt werden. Als gegeben darf man ansehen: 1) die Länge $2\,l$ des Balanciers, 2) den Druck P auf jedes Ende desselben. Um dem Ganzen eine angemessene Form zu geben, ist die Höhe h in einem bestimmten Verhältniss zur Länge zu nehmen.

Wir nehmen $h = \frac{1}{3}\,l$. Vernachlässiget man das Gewicht des Balanciers, so ist der Druck, welchen einer der Zapfen der Axe auszuhalten hat, gleich P, der Durchmesser d eines solchen Zapfens wird daher $d = 0{\cdot}18\,\sqrt{P}$. Hier ist der, eigentlich für gusseiserne Zapfen geltende Coeffizient 0·18 genommen, obgleich die Axe von Schmiedeeisen hergestellt wird. Hierdurch wird aber der Fehler ausgeglichen, der durch die Vernachlässigung des Balanciergewichts entsteht. Der Durchmesser eines Zapfens an den Endhülsen ist $0{\cdot}18\sqrt{\frac{1}{2}\,P} = \frac{d}{\sqrt{2}} = 0{\cdot}7\,d$. Die Länge der Axe des Balanciers darf gleich $0{\cdot}5\;l$ genommen werden. Die Dimensionen des Querschnittes können wir nach der Methode der Verhältnisszahlen bestimmen.

Da die mittlere gerade Nerve nur zur seitlichen Aussteifung angebracht ist, so können wir den Querschnitt des Körpers I-förmig in Rechnung bringen. Nach der Lehre von der relativen Festigkeit erhalten wir nun:

Für einen Zapfen der Axe des Balanciers:

$$\frac{1}{2}\,P\,c = \frac{\mathfrak{S}_1\,\pi}{32}\,d^3 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Für den Querschnitt des Balancier-Körpers (vermöge Tafel V. der Resultate):

$$P\,l = \frac{\mathfrak{S}}{6\,h}\left[b_1\,h_1^{\,3} + b\,(h^3 - h_1^{\,3})\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

In diesen Ausdrücken ist c die Länge des Axenzapfens, $\mathfrak{S}$ $\mathfrak{S}_1$ die Spannungsintensität für Gusseisen und Schmiedeeisen. Eliminirt man aus diesen Gleichungen P, so findet man leicht folgenden Ausdruck:

$$\frac{b_1}{h} = \frac{\frac{6\,\pi\,\mathfrak{S}_1}{16\,\mathfrak{S}}\;\frac{d}{c}\;\frac{l}{h}\left(\frac{d}{h}\right)^2}{\left(\frac{h_1}{h}\right)^3 + \frac{b}{b_1}\left[1 - \left(\frac{h_1}{h}\right)^3\right]} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Die Verhältnisse $\frac{d}{c}$, $\frac{l}{h}$, $\frac{h_1}{h}$, $\frac{b}{b_1}$ sind innerhalb gewisser Grenzen willkürlich. Es ist angemessen, zu nehmen:

$$\frac{d}{c} = \frac{2}{3}, \quad \frac{l}{h} = 3, \quad \frac{h_1}{h} = \frac{7}{8}, \quad \frac{b}{b_1} = 2$$

damit die Axe und der Körper des Balanciers gleich stark in Anspruch genommen werden, muss man $\frac{\mathfrak{S}_1}{\mathfrak{S}} = \frac{4000}{3000} = \frac{4}{3}$ setzen. Mit diesen Annahmen findet man aus (3):

$$\frac{b_1}{h} = 2{\cdot}36\left(\frac{d}{h}\right)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Es sei z. B. $P = 7855$, $l = 300$ Centimeter, dann findet man nach den aufgestellten Regeln:

Durchmesser eines Axenzapfens $= 0{\cdot}18\,\sqrt{7855}$ . . $= 16$ Centm.
Durchmesser eines Hülsenzapfens $0{\cdot}7 \times 16$ . . . . . $= 11$ „
Höhe des Balanciers $h = \frac{l}{3}$ . . . . $= 100$ „

Es ist demnach $\frac{d}{h} = \frac{16}{100}$ und folglich gibt die

Gleichung (4) $\frac{b_1}{h} = 2{\cdot}36\left(\frac{16}{100}\right)^2$ . . . . $= 0{\cdot}06$
demnach findet man $b_1 = 0{\cdot}06 \times 100$ . . . . $= 6$ „
wegen $\frac{h_1}{h} = \frac{7}{8}$, $\frac{b}{b_1} = 2$ findet man nun $\begin{cases} . \quad . \quad h_1 = 87{\cdot}5 \text{ „} \\ . \quad . \quad b_1 = 12 \end{cases}$

Die bei massiven gusseisernen Balanciers üblichen Detailverhältnisse findet man in den Resultaten Seite 83 zusammengestellt.

Fig. 3, Tafel XII. ist ein gusseiserner Gitterbalancier.

Diese Balanciers sind leicht und fest. Die äussere Begrenzung ist geradlinig, weil dadurch das Modell viel leichter hergestellt werden kann. Diese Form findet man bei grossen Dampfmaschinen zum Betrieb von Pumpwerken sehr häufig angewendet. Bei der Beurtheilung der Festigkeit eines solchen Balanciers darf das eigentliche Gitterwerk nicht in Anschlag gebracht werden, sondern nur allein der Querschnitt der Umfangsleisten.

Fig. 4, Tafel XII. ist eine Ansicht eines Blechbalanciers. Fig. 7, 8, 9 sind Durchschnitte dreier Blechbalanciers. Die Construktion Fig. 7 ist für leichte Maschinen, die Construktion Fig. 8 ist für stärkere, jene von Fig. 9 für ganz mächtige Maschinen. Die Herstellung dieser Balanciers erfordert viele Arbeit, sie gewähren jedoch bei sorgfältiger Ausführung weit mehr Sicherheit als die gusseisernen. Wesentlich ist, dass die Vernietungen der Hauptschilde und bei Fig. 9 die Vernietungen in dem Umfangsband solide angeordnet und sorgfältig ausgeführt werden. Band- oder Kettenvernietungen mit mehrfachen Nietreihen sind an diesen bedenklichen Stellen am Platz. Die gusseisernen Axen und Zapfenhülsen a verursachen eine beträchtliche Schwächung der Schilde. Die Metalldicke des durch die Schilde gehenden Theiles der Hülsen muss daher sehr schwach gehalten werden, was auch erlaubt ist, da diese Hülsentheile gleichsam nur Einlegescheiben sind, die eine Verschiebung der Hülsen gegen die Schilde zu verhindern haben.

Fig. 5, Tafel XII. ist ein aus drei Gussstücken zusammengesetzter grosser Balancier für eine Wasserhaltungsmaschine, die in der Maschinenbauanstalt zu *Seraing* für die Gruben zu *Bleiberg* ausgeführt wurde.

Der wesentliche Vortheil dieser Construktion besteht darin, dass an derselben kein übermässig schweres Gussstück vorkommt, dass man demnach mit grosser Wahrscheinlichkeit in den einzelnen Theilen des Balanciers einen fehlerfreien Guss erwarten darf. Aber allerdings müssen die Verbindungen der Gussstücke mit besonderer Sorgfalt ausgeführt werden.

Für derlei spezielle nur selten vorkommende Constructionen bedarf es keiner besonderen einfachen Regeln. Die allgemeinen Formeln über die Festigkeitsverhältnisse führen jedenfalls, bei richtigem Gebrauch, an das gewünschte Ziel, und wenn auch die Berechnungsweise nicht sehr einfach ist, so kommt dies nicht in Betrachtung bei Construktionen, die nicht tagtäglich auszuführen sind.

Traversen.

(Resultate Seite 81, Tafel XXI.)

Traversen sind hebelartige ganz auf relative Festigkeit in Anspruch genommene Bestandtheile, die in der Regel mit den Kolbenstangen der Dampfmaschinen verbunden werden, um von deren Enden aus vermittelst Schubstangen eine Verbindung mit Kurbeln oder mit Balanciers hervorzubringen.

In Fig. 1 bis 4, Tafel XIII. sind zwei Traversenformen dargestellt.

Die erstere wird wie ein kleiner Balancier vermittelst eines Bolzens in einen Gabelkopf, Fig. 2 und 3, eingehängt, mit welchem das Ende der Kolbenstange versehen werden muss. Die letztere, Fig. 4, ist in der Mitte mit einer cylindrischen Hülse versehen und wird vermittelst derselben durch einen Querkeil mit der Kolbenstange verbunden. Die Traverse Fig. 1 ist zwar leichter zu bearbeiten, als die Traverse Fig. 4, dafür aber ist bei ersterer auch der Kopf anzufertigen, der viele Arbeit verursacht. Die vertikalen Seitenflächen der Traversen sind ebene Flächen mit abgerundeten Endtheilen. Die oberen und unteren Flächen des Traversenkörpers sind nach Rotationsflächen geformt, so dass sie vermittelst der Drehbank leicht hergestellt werden können und die Durchschnittskurven der Rotationsfläche mit den vertikalen Ebenen mit vollkommener Reinheit aus dem Arbeitsprozess hervorgehen.

Nennt man:
A die halbe Länge der Traverse, d den Durchmesser, c die Länge eines der Zapfen an den Enden, b h die Querschnittsdimensionen eines Armes, in der Mitte gemessen, P den Druck auf einen Zapfen, so hat man, wie bei gewöhnlichen Hebeln:

$$d = 0{\cdot}12 \sqrt{P}$$

$$\frac{h}{d} = \sqrt[3]{\frac{6\pi}{16}\left(\frac{h}{b}\right)\left(\frac{A}{d}\right)\left(\frac{d}{c}\right)}$$

Für Traversen ist aber zu nehmen $\frac{h}{b} = 3$, $\frac{d}{c} = \frac{2}{3}$ und dann wird:

$$\frac{h}{d} = 1{\cdot}344 \sqrt[3]{\frac{A}{d}}$$

Seite 81 der Resultate für den Maschinenbau findet man eine kleine Tabelle, welche die numerischen Ergebnisse dieser Formel enthält. Es sei z. B. $A = 100$, $d = 10$, so findet man: wegen $\frac{A}{d} = \frac{100}{10} = 10$, $\frac{h}{d} = 2{\cdot}90$, demnach $h = 2{\cdot}9\, d = 2{\cdot}9 \times 10 = 29$ und wegen $\frac{h}{b} = 3$, $b = \frac{1}{3}\, 29 = 9{\cdot}67$ Centimeter.

Röhren und deren Verbindung.

(Resultate Seite 85 und 86, Tafel XXIV.)

Röhren werden zu mannigfachen Zwecken, insbesondere aber zur Leitung von Wasser, Gas, Dampf und anderen Flüssigkeiten gebraucht. Das Röhrenmaterial richtet sich nach dem Zwecke ihrer Verwendung. Röhren werden aus den verschiedensten Metallen aber auch aus Holz, Glas, Stein, Kautschuk, Leder etc. gemacht. Längere Röhren werden immer durch Verbindung von kürzeren Röhrenstücken gebildet. Diese Verbindungen werden wir später besprechen.

Abmessungen. Der Querschnitt Ω der Röhre wird bestimmt, theils durch die Flüssigkeitsmenge Q, die in einer Sekunde durch die Röhre geleitet werden soll, theils durch die Geschwindigkeit u, mit der sich die Flüssigkeit in der Röhre fortbewegen soll. Diese beiden Grössen Q und u sind jederzeit gegeben, und man hat dann $\Omega = \frac{Q}{u}$; hieraus folgt dann der Durchmesser d der Röhre $d = \sqrt{\frac{4\,\Omega}{\pi}}$. Weil wir in diesem Abschnitt alle Dimensionen in Centimetern ausdrücken, so muss u in Centimetern, Ω in Quadratcentimetern, Q in Kubikcentimetern genommen werden. In Wasser- und Gasleitungsröhren ist die Geschwindigkeit der Bewegung gewöhnlich 1 Meter in einer Sekunde, demnach $u = 100$ Centimeter.

Die Wanddicke der Röhren wird bestimmt, theils durch den Druck der Flüssigkeit, welchem sie ausgesetzt sind, theils durch den Anfertigungsprozess, theils endlich durch verschiedene praktische Nebenumstände. Würde man nur allein den innern Druck zu berücksichtigen haben, so wäre es ein Leichtes, eine rationelle Regel für die Wanddicke aufzustellen. Man würde nämlich vermöge Gleichung (12), Seite 64 annähernd schreiben dürfen:

$$\delta = \mathfrak{A}\,(n - 1)\, d \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

wobei δ die Wanddicke, d den innern Durchmesser der Röhre und n den in Atmosphären ausgedrückten innern Druck bezeichnet, dem die Röhre ausgesetzt ist.

Ist die innere Pressung gering, so gibt diese Formel nothwendig so schwache Wanddicken, dass sich die Röhre vielleicht gar nicht herstellen liesse, oder dass sie durch zufällig einwirkende Kräfte zerbrochen würde. Alle diese Kräfte so wie die Anfertigungsprozesse lassen sich nicht rationell in Rechnung bringen, man muss sich daher mit dem „Zugeben“ behelfen und demnach setzen:

$$\delta = \mathfrak{A}\,(n - 1)\,d + \mathfrak{B} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

wobei $\mathfrak{B}$ eine Constante ist, die sich vorzugsweise nach der Natur des Materials richtet, aus welchem die Röhren bestehen.

Diese allgemeine Formel ist in der nachstehenden Zusammenstellung für die verschiedenen Röhrenarten spezialisirt.

Eisenblech . . .	$\delta = 0{\cdot}00125\,(n - 1)\,d + 0{\cdot}30$
Gusseisen . . .	$\delta = 0{\cdot}00400\,(n - 1)\,d + 0{\cdot}50$
Kupfer	$\delta = 0{\cdot}00200\,(n - 1)\,d + 0{\cdot}10$
Blei	$\delta = 0{\cdot}04000\,(n - 1)\,d + 0{\cdot}10$
Zink	$\delta = 0{\cdot}02500\,(n - 1)\,d + 0{\cdot}10$
Holz	$\delta = 0{\cdot}03230\,(n - 1)\,d + 2{\cdot}70$
Natürlicher Stein .	$\delta = 0{\cdot}03690\,(n - 1)\,d + 3{\cdot}00$
Künstlicher Stein .	$\delta = 0{\cdot}05380\,(n - 1)\,d + 4{\cdot}00$

Centimeter.

δ = 1,25

Bei den metallenen Röhren ist der Coeffizient $\mathfrak{A}$ so bestimmt, dass die Röhren, wenn man das Glied $\mathfrak{B}$ wegliesse, bei einem Druck von n Atmosphären bis auf $\frac{1}{10}$ der absoluten Festigkeit in Anspruch genommen wären. Die Werthe des Coeffizienten $\mathfrak{B}$ sind theils nach der Natur des Materials, theils nach der Natur des Arbeitsprozesses, durch welchen die Röhren gebildet werden, gewählt. Bei Röhren aus Eisenblech kann das Blech nicht wohl dünner als 0·3 Centimeter genommen werden. Bei Gusseisen darf die Wanddicke nicht unter 0·5 Centimeter genommen werden, weil sonst die Ungleichheiten in der Wanddicke, die nie ganz vermieden werden können, einen zu merklichen nachtheiligen Einfluss ausüben könnten. Auch muss man sich darauf gefasst machen, dass der Guss da und dort porös ausfallen könnte, gegen welchen Fehler man sich auch nur durch eine hinreichende Wanddicke schützen kann. Bei Röhren aus Kupfer, Blei und Zink muss $\mathfrak{B}$ gleich 0·1 Centimeter genommen werden, weil die Arbeitsprozesse, durch welche diese Röhren gebildet werden, ein so geringes Minimum von Wanddicke erlauben.

Für cylindrische Gefässe, die nicht zur Leitung von Wasser, Gas oder Dampf, sondern zu andern speziellen Zwecken dienen, wie z. B. Dampfcylinder, Cylinder für hydraulische Pressen, Dampfkessel, ist es angemessen, besondere Regeln aufzustellen.

Die Länge l der gusseisernen Wasser- und Gasleitungs-Röhrenstücke, aus denen eine solche Leitung hergestellt wird, kann nach der empirischen Regel $l = 200 + 5\,d$ bestimmt werden.

Wir haben nun von der Verbindung der verschiedenen Röhren zu sprechen.

Verbindung gußeiserner Röhren. Gusseiserne Röhren werden entweder mit Flantschen oder mit Muffen verbunden. Die Flantschenverbindung Fig. 5, Tafel XIII., geschieht vermittelst Schrauben. Sie gewährt den Vortheil, dass die einzelnen Röhrenstücke mit Leichtigkeit aus einem Röhrenstrang heraus genommen und wieder eingesetzt oder durch andere ersetzt werden können; allein eine dauerhafte dichte Verbindung ist auf diese Weise nur dann hervorzubringen, wenn die Schrauben weder dem Verrosten ausgesetzt, noch durch zufällig einwirkende Störungskräfte angegriffen werden. Diese Flantschenverbindung ist also nicht zu brauchen für Wasser- und Gasleitungen, wenn dieselben ganz einfach in den Erdboden gelegt oder eingegraben werden, denn in diesem Falle würde die Schraube bald rostig und mürbe werden, daher schon desshalb bald brechen; aber auch ein oberhalb einer Flantschenverbindung eintretender Druck oder Schlag gegen die Erde würde eine solche Schraubenverbindung beschädigen. In grossen Städten, wo die Wasser- und Gasleitungen zuweilen nicht eingegraben, sondern in gemauerten unterirdischen Gängen angebracht und dann ganz offen liegen aber sorgfältig unterstützt werden, kann man jedoch die Flantschenverbindung in Anwendung bringen. Insbesondere können Wasser-, Gas- oder Dampfleitungsröhren, die in ganz trockenen Lokalitäten aufzustellen sind und sorgfältig gelagert werden, mit Flantschenverbindungen versehen werden.

Die Flantschen werden meistens (nach radialer Richtung gemessen) zu lang und ihre Metalldicke wird gewöhnlich zu dünn gemacht. Sie sollen gerade nur so lang gemacht werden, dass die Schrauben Platz finden, dagegen im Verhältniss zur Wanddicke der Röhre ziemlich dick, denn eine solche Flantsche dient nicht nur als Verbindungsmittel, sondern sie ist auch zugleich eine Verstärkungsnerve. Durch Vergleichung guter Röhrenconstruktionen haben sich folgende induktive Regeln ergeben.

Länge einer Flantsche $1 + 1{\cdot}8\,\delta$,

Dicke einer Flantsche $0{\cdot}33 + 1{\cdot}17\,\delta$, Anzahl der Schrauben $3 + \frac{d}{7}$,

Durchmesser eines Schraubenbolzens $0·33 + 1·17\,\delta$,
wobei δ die nach Seite 243 bestimmte Wanddicke der Röhre bedeutet.

Um die Contaktfläche zwischen den Enden zweier zu verbindenden Röhren zu verdichten, kann man je nach Umständen verschiedene Mittel in Anwendung bringen, aber jedenfalls sollen die Contaktflächen bearbeitet (abgedreht oder abgehobelt) werden. Als Dichtungsmittel kann man anwenden:

a) Für Wasserleitungsröhren oder Gasröhren: Lederringe, geölte Ringe aus Pappe, weissen Kitt, rothen Kitt;

b) Für Dampfleitungen ist es am besten, einen Ring von dünnem weichem Kupferblech zwischen die Contaktflächen einzuklemmen.

Die Muffenverbindung, Fig. 6, Tafel XIII., ist so zu sagen unverwüstlich, hat aber die fatale Eigenschaft, dass die Auswechslung einzelner Röhrenstücke viele umständliche Arbeit verursacht. Jedes einzelne Röhrenstück einer Leitung mit Muffenverbindungen ist an dem einen seiner beiden Enden mit einer ganz schmalen Flantsche, an dem anderen dagegen mit einem becherartigen Theil (Muffe genannt) versehen. Um zwei Röhren zu verbinden, wird das Flantschenende der einen Röhre in den Becher der anderen Röhre geschoben und der Zwischenraum mit Blei ausgegossen oder mit Eisenkitt ausgestopft. Das Verbleien hat den Vortheil, dass die Verbindung durch Schmelzung des Bleies durch glühende Kohlen leicht aufgehoben werden kann. Der Eisenkitt gibt dagegen eine sehr feste Verbindung, die jedoch beinahe eine molekulare wird, so dass eine Aufhebung der Verbindung kaum mehr oder doch nur sehr schwer möglich wird. Wasser- und Gasleitungsröhren, die nur in die Erde gelegt werden, daher dem Verrosten stark ausgesetzt sind, werden stets mit Muffen verbunden und die Verdichtung geschieht immer mit Blei.

Wasser- und Gasleitungsröhren sollen jederzeit so tief in die Erde gelegt werden, dass sie dem Temperaturunterschied zwischen Sommer und Winter nur in einem geringen Grade unterworfen sind. Dies ist insbesondere für Trinkwasserleitungen von Wichtigkeit.

Bei Wasserleitungen kommt es auch zuweilen vor, dass einzelne Röhrenstücke in einander verschiebbar eingerichtet werden müssen. Dies ist namentlich der Fall bei Röhren, die in freier Luft liegen und der Sonnenhitze wie der Winterkälte ausgesetzt sind, daher im Sommer länger, im Winter aber kürzer werden. In solchen Fällen werden sogenannte Expansionsröhren angewendet, wie Fig. 11 und 12, Tafel XXIV. der Resultate zeigen.

Diese Verbindung geschieht entweder mit einer Stopfbüchse oder mit einer Kolbendichtung, wie bei einer Druckpumpe.

Anfertigung und Verbindung schmiedeeiserner Röhren. Röhren von Schmiedeeisen werden entweder bei ganz kleinem oder bei ganz grossem, beinahe niemals bei mässigem Durchmesser angewendet. Ist nämlich der Durchmesser ganz klein, z. B. 2, 3, 4 Centimeter, so können solche Röhren geschweisst und gezogen werden, wie dies bei den Wasserheizungsröhren, Gasröhren und Schiffskessel- wie Lokomotivkesselröhren der Fall ist. Weite Röhren dagegen von 30 bis 60 Centimeter und noch mehr Durchmesser können aus Blech genietet werden. Röhren von 10 bis 20 Centimeter lassen sich aber sehr schwer aus Schmiedeeisen anfertigen, denn das Schweissen und Ziehen geht bei solchen Dimensionen nicht gut an, und auch das Vernieten ist mit Schwierigkeiten verbunden, weil man im Inneren den Nietköpfen nicht gut beikommen kann.

Die kleinen schmiedeeisernen Röhren von 2, 3, 4 Centimeter innerer Weite werden durch eine Art Kupplungshülse in der Art zusammengeschraubt, wie Fig. 7 und 8, Tafel XXIV. der Resultate zeigen.

Weite Röhren von 60 und mehr Centimetern werden verbunden, indem man sie ineinanderschiebt und vernietet, wie dies bei runden Kesseln üblich ist, oder indem man an den Rohrenden Winkeleisen annietet, die dann Flantschen bilden, vermittelst welchen die Verbindung mit Schrauben geschehen kann.

Die erstere dieser Verbindungen gewährt Festigkeit, die letztere dagegen hat die gute Eigenschaft, dass die Verbindung leicht aufgehoben werden kann, was für viele Fälle von praktischem Werth ist.

Röhren aus Kupfer und Messing. Kupferröhren werden durch Löthen und Ziehen angefertiget. Ihre Verbindung geschieht in einer Weise, wie Fig. 7, Tafel XIII. zeigt, durch schmiedeeiserne Ringe, die die Stelle von Flantschen vertreten.

Es werden nämlich über jede Röhre zwei Ringe aus Schmiedeeisen geschoben, dann die Ränder der Röhre umgebogen, so dass gleichsam kleine Flantschen entstehen. Stösst man zwei Röhrenenden mit ihren kleinen Flantschen aneinander, schiebt die schmiedeeisernen Ringe bis sie an die Kupferflantschen anstossen und schraubt endlich die Ringe zusammen, so entsteht eine Verbindung, die hinsichtlich der Festigkeit wie Dichte nichts zu wünschen übrig lässt.

Messingröhren können auf mannigfaltige Weise verbunden werden. Fig. 3, 4, 5, Tafel XXIV. der Resultate sind Beispiele von solchen Verbindungen.

Ventile, Hahnen, Schieber, Klappen.

(Resultate Seite 87, Tafel XXV. und XXVI.)

Ventile, Hahnen, Schieber, Klappen sind Bestandtheile, vermittelst welchen die Kommunikation in Röhren hergestellt oder aufgehoben werden kann.

Einfache Kegel-Ventile. Nach ihrer Grundform sind die Ventile Kegelventile, Kugelventile oder Klappenventile. Die beiden ersteren werden stets aus Metall, die letzteren zuweilen aus Metall, zuweilen aus Leder oder Kautschuk hergestellt. Die wesentlichsten Bedingungen, welche solche Ventile erfüllen sollen, sind, dass sie leicht und rechtzeitig geöffnet und geschlossen werden können, im geschlossenen Zustande vollkommen dicht verschliessen und im geöffneten Zustande dem Durchgang des Wassers oder der Flüssigkeiten keinerlei erhebliche Hindernisse in den Weg legen. Das Oeffnen der Ventile geschieht bei Pumpen durch Wasserdruck, bei den Dampfmaschinen dagegen durch einen geometrischen Zusammenhang des Ventiles mit anderen aktiven Maschinenbestandtheilen. Die ersteren kann man auch selbstwirkende Ventile nennen.

Wir wollen nun sehen, durch welche Formen und Verhältnisse gute Ventile zu Stande gebracht werden können.

Es sei Fig. 8, Tafel XIII., ein konisches Druckventil für eine Pumpe, d_1 der grössere, d der kleinere Durchmesser des Ventilkörpers, p_1 der Druck, welchen das in der Steigröhre befindliche Wasser gegen jeden Quadratcentimeter der oberen Ventilfläche ausübt, q das Gewicht des Ventils, so ist $\frac{d_1^2 \pi}{4} p_1 + q$ die zum Heben des Ventils nothwendige Kraft. Allein bei einer Druckpumpe geschieht die Erhebung des Druckventils durch das unter dem Ventil befindliche Wasser. Nennen wir nun p den Druck, welcher auf jeden Quadratcentimeter der unteren Fläche des Ventils ausgeübt werden muss, damit der vertikal abwärts gerichtete Druck überwunden werden kann, so hat man offenbar:

$$\frac{d^2 \pi}{4} p = \frac{d_1^2 \pi}{4} p_1 + q$$

Hieraus folgt:

$$p = p_1 \left(\frac{d_1}{d}\right)^2 + \frac{4 q}{d^2 \pi} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Das letzte vom Gewicht des Ventils herrührende Glied kann in allen Fällen gegen das erstere vernachlässiget werden; es ist daher mit genügender Genauigkeit $p = p_1 \left(\frac{d_1}{d}\right)^2$, woraus zu ersehen ist, dass dieser untere Druck, den der Kolben hervorbringen muss, sehr stark ausfällt, wenn der grosse Durchmesser des Ventiles beträchtlich grösser ist, als der kleine. Bei guten Anordnungen von Ventilen findet man, dass $\frac{d_1}{d} = 1{\cdot}2$ ist, und dann wird

$$\frac{p}{p_1} = (1{\cdot}2)^2 = 1{\cdot}44$$

Damit das Druckventil sich hebt, muss also der Kolben anfangs beinahe um die Hälfte stärker getrieben werden, als später, wenn sich das Ventil gehoben hat, und nur noch der Druck p_1 zu bewältigen ist. Dieser plötzliche im Moment des Oeffnens eintretende Uebergang aus dem starken Druck p in den schwächeren p_1 bringt jederzeit harte Stösse und Erschütterungen hervor, ist daher nachtheilig.

Damit das Ventil, wenn es in dem Ventilsitz liegt, möglichst genau abschliesst, müssen zunächst das Ventil und der Ventilsitz vollkommen übereinstimmende Formen haben, was durch Einschleifen des Ventiles in den Sitz mit Schmirgel erreicht werden kann. Allein eine mathematisch genaue Congruenz dieser Flächen wird man doch niemals hervorbringen können, oder würde sich doch nicht dauernd erhalten lassen, man muss daher dafür sorgen, dass kleine Unvollkommenheiten der Ausführung nicht leicht erhebliche Nachtheile hervorbringen können, und dies wird durch angemessene Breite der Auflage des Ventils erreicht.

Man erhält angemessene Formen, wenn man als Regel aufstellt, dass die Höhe des Ventilkörpers (und nicht die Auflage) constant und zwar gleich 1·2 Centimeter gemacht werden soll. Nach dieser Regel nimmt die Breite der Auflage mit der Grösse des Ventiles etwas zu, und werden die kleinen Ventile sehr spitzkeglich, die grösseren Ventile dagegen ganz flachkeglich, so zwar, dass man bei Ventilen, deren Durchmesser circa 20 Centimeter beträgt, eine ebene Platte für die Kegelform substituiren darf.

Berechnet man nach den zwei Regeln $\frac{d_1}{d} = 1{\cdot}2$ und $h = 1{\cdot}2$ Centimeter eine Reihe von Ventilen, und zwar in der Weise, dass der kleinere Durchmesser eines Ventils gleich ist dem grösseren Durchmesser des zunächst kleineren Ventils der Reihe und legt sodann alle Ventile nach der Reihenfolge ihrer Grösse aufeinander, so bilden die Kegelseiten sämmtlicher Ventile ein Polygon, und man kann sich die Aufgabe stellen, die stetige krumme Linie zu finden, welche durch sämmtliche Punkte dieses Polygons geht. Man findet leicht, dass die Gleichung dieser Linie AMB, Fig. 9, Tafel XIII. ausgedrückt wird durch:

$$y = A \left(p \right)^{\frac{x}{h}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Hierbei ist $OP = x$, $MP = y$, $p = \frac{d_1}{d} = 1{\cdot}2$ das Verhältniss der Durchmesser irgend eines Ventiles, $h = PP_1 = 1{\cdot}2$ Centimeter die constante Höhe eines Ventilkörpers, A eine willkürliche Constante, deren Werth von dem willkürlichen Ort des Anfangspunktes der Coordinaten abhängt. Für $x = 0$ wird $y = A$, es ist mithin A der Halbmesser desjenigen Ventils, nach welchem man den Anfangspunkt verlegt.

Die Kenntniss dieser Linie, die durch die Gleichung (1) bestimmt wird, hat nur in sofern einen praktischen Werth, als dadurch das Formensystem aller Kegelventile zur klaren Anschauung gebracht wird.

Damit die richtige Form eines Ventiles und seines Sitzes sich dauernd erhalten kann, ist es von Wichtigkeit, dass das Ventil genau die Grösse des Sitzes habe, Fig. 10, Tafel XIII., denn so wie das Ventil kleiner, Fig. 11, oder grösser, Fig. 12, ist als der Sitz, werden die Berührungsflächen durch die hämmernde Bewegung des Ventils nur theilweise angegriffen und verlieren dadurch ihre konische Form. Auch ist es gut, wenn die Ränder des Ventilkörpers wie des Sitzes etwas abgerundet werden, Fig. 13, weil die scharfen Kanten am leichtesten Formverletzungen veranlassen können.

Damit das Wasser wenn das Ventil gehoben ist ohne Hinderniss und ohne beschleunigt werden zu müssen aus dem Saugrohr um das Ventil herum in das Druckrohr gelangen kann, sollen die ringförmigen Querschnitte zwischen dem Sitz und der Ventilfläche, so wie auch zwischen dem oberen Rand des Ventils und dem inneren Umfang des Ventilgehäuses so gross sein, als der Querschnitt des Saugrohres.

Nennt man d_2 den Durchmesser des Ventilgehäuses, Δ die normale Entfernung der Ventilfläche von der Sitzfläche, die bei gehobenem Ventil vorhanden sein soll, so hat man zur Bestimmung von d_2 und Δ

$$d_2^2 \frac{\pi}{4} - \frac{d_1^2 \pi}{4} = d \pi \Delta = d^2 \frac{\pi}{4}$$

demnach

$$d_2^2 = d^2 \left[1 + \left(\frac{d_1}{d}\right)^2\right]$$

$$\Delta = \frac{d}{4}$$

oder weil wir als Regel aufgestellt haben, dass $\frac{d_1}{d} = 1{\cdot}2$ sein soll:

$$d_2 = 1{\cdot}56\ d,\quad \Delta = 0{\cdot}25\ d$$

Ein für das prompte Spiel der Ventile wichtiges Moment ist noch die Führung des Ventiles beim Heben und Niederfallen desselben. Diese Führung geschieht bei ganz kleinen Ventilen bis zu 2 Centimeter Durchmesser durch einen cannelirten Stiel, bei grösseren bis zu 6 Centimeter Durchmesser vermittelst eines Hohlcylinders mit durchbrochenen Wänden, bei noch grösseren bis zu 10 Centimeter Durchmesser durch einen Rundstab, der in einer Leitung schleift, endlich bei ganz grossen Ventilen durch einen runden Stiel, der oberhalb und unterhalb des Ventiles in Leitungen schleift, Fig. 7 bis 10, Tafel XXV. der Resultate.

Selbstwirkende Doppelsitz-Ventile. Eine besondere Art von Pumpenventilen sind die Doppelsitzventile, Fig. 12, Tafel XXV. der Resultate Dieselben sind zuerst von *Wicksteed* bei den Londoner Pumpwerken in Anwendung gebracht worden und gewähren den Vortheil, dass sie nur sehr wenig gehoben zu werden brauchen, um für den Durchgang des Wassers hinreichend grosse Oeffnungen darzubieten, haben jedoch den Nachtheil, dass sie einen heftigen inneren Wasserdruck erfordern, um vom Sitz gehoben zu werden. Um dies nachzuweisen, dient Fig. 15, Tafel XIII.

Es sei A der Querschnitt der inneren Ventilhöhlung, a der Querschnitt des oberen Ventilsitzes, $f\ f_1$ die Ringflächen, in welchen das Ventil die beiden Sitze berührt, p_1 und p die Intensitäten der äusseren und inneren Pressungen. Soll das Ventil gehoben werden, so muss der innere und nach aufwärts wirkende Druck $(A - a)\ p$ wenigstens so gross sein, als der äussere nach abwärts wirkende Druck $(A - a + f + f_1)\ p_1$. Für den kleinsten Werth von p, welcher die Hebung des Ventils zu bewirken vermag, ist demnach:

$$(A - a)\ p = (A - a + f + f_1)\ p_1$$

oder

$$p = \frac{A - a + f + f_1}{A - a}\ p_1 = \left(1 + \frac{f + f_1}{A - a}\right) p_1$$

Dieser Druck wird um so kleiner, je kleiner $f f_1$ und a ist, wird also am kleinsten, wenn $a = 0$ genommen wird. Dann aber verwandelt sich das Doppelsitzventil in ein ganz einfaches Ventil. Dass diese Ventile, obgleich sie sich so schwer heben lassen, dennoch gute Dienste leisten, rührt nicht von den Ventilen her, sondern hat seinen Grund in der eigenthümlichen Construktions- und Wirkungsweise der Pumpen, bei welchen sie angewendet werden.

Bei diesen Pumpen geschieht nämlich die Hebung des Wassers durch ein schweres Gewicht, das durch die Kraftmaschine gehoben, hierauf aber frei gelassen wird, um den Kolben in den Pumpencylinder hineinzutreiben. Würde man diese Doppelsitzventile bei Pumpen anwenden, deren Kolben durch die Kraftmaschine vermittelst eines geometrischen Zusammenhanges getrieben wird, so würde man die Erfahrung machen, dass sie da keine guten Dienste leisten, denn es würde beim Beginn jedes Kolbenschubes ein harter Stoss entstehen.

Doppelsitzventile für Dampfmaschinen. Bei grossen Dampfmaschinen zum Heben von Trinkwasser, so wie auch bei den sogenannten Wasserhaltungsmaschinen der Bergwerke werden Ventilsteuerungen gebraucht, und diese Ventile sind ebenfalls mit Doppelsitzen versehen; allein in dieser Anwendung sind diese Ventile tadellos, denn sie lassen sich leicht öffnen und gewähren bei geringer Erhebung einen freien Dampfdurchgang. Fig. 1, Tafel XIV. ist eine theoretische Darstellung eines solchen Ventiles.

Es sei A der innere Querschnitt des unteren Ventilsitzes, a der Querschnitt des oberen Ventilsitzes, $f f_1$ die untere und obere ringförmige Auflagefläche, p_1 der starke äussere, p der schwache innere Druck, K die Kraft, mit welcher auf den Ventilstiel nach vertikaler Richtung aufwärts eingewirkt werden muss, damit die Hebung des Ventils erfolgt, so hat man, wenn man das Gewicht des Ventiles vernachlässiget:

$$K = (A - a + f + f_1)\, p_1 - (A - a)\, p$$

oder

$$K = (A - a)(p_1 - p) + (f + f_1)\, p_1$$

Diese Kraft K fällt also klein aus, wenn a gross genommen wird, und wenn die Auflageflächen $f f_1$ klein sind.

Man erkennt die leichte Erhebung eines solchen Doppelventiles noch besser, wenn man demselben die Einrichtung Fig. 2, Tafel XIV. gibt, aus der man sieht, dass diese Anordnung aus zwei gewöhnlichen mit einander verbundenen Ventilen von ungleicher Grösse besteht, von denen das kleine nur bestimmt ist, einen Theil des Druckes, der das Heben des grossen Ventiles erschwert, zu balanciren.

Heisst man A und a die untere Fläche der beiden Ventile, $f\ f_1$ die ringförmigen Auflagen derselben, p_1 den innen wirkenden Dampfdruck, p den aussen wirkenden Druck, K die zum Heben des Doppelventiles erforderliche Kraft, so hat man:

$$K = (A + f)\ p_1 + (a + f_1)\ p - a\ p_1 - A\ p$$

oder

$$K = (A - a)\ (p_1 - p) + f\ p_1 + f_1\ p$$

Klappenventile aus Metall. Die metallenen Klappenventile, Fig. 5 und 6, Tafel XXV. der Resultate, werden nur bei Pumpwerken gebraucht, vermittelst welchen sehr grosse Wassermengen auf geringe Höhen zu heben sind. Sie geben nämlich sehr grosse Oeffnungen, verschliessen aber nie so genau als Kegelventile, denn es hält sehr schwer, die Gewerbe so vollkommen anzufertigen und in dauerndem guten Zustand zu erhalten, wie es für einen dichten Verschluss bei hohem Wasserdruck nothwendig ist. Auch bei den sogenannten Luftpumpen der condensirenden Dampfmaschinen werden metallene Klappenventile gebraucht. Wenn die Ventilöffnung sehr gross sein muss, wird sie nicht rund oder quadratisch, sondern länglich viereckig gemacht, und zwar so, dass die lange Seite des Viereckes parallel läuft mit der Drehungsaxe der Klappe. Bei dieser Form braucht die Klappe nur sehr wenig gehoben zu werden, um den Flüssigkeiten einen hinreichend freien Durchgang darzubieten.

Klappenventile aus Leder. Fig. 13, Tafel XXV. der Resultate. Lederklappenventile werden oftmals und insbesondere bei Schachtpumpwerken gebraucht. Die ganze Klappe besteht aus einer runden, zwischen vier halbmondförmigen Metallplatten eingeklemmten Lederscheibe. Längs ihres Durchmessers ist dieselbe zwischen einer an dem Ventilsitz angegossenen Querstange und einem oben darüberliegenden Eisenstab vermittelst Schrauben eingeklemmt. Das Leder bildet durch seine Biegsamkeit ein natürliches dichtschliessendes Gewerbe. Das Ueble bei diesen Lederklappen ist nur, dass das Leder durch die fortdauernde Nässe, der es ausgesetzt ist, bald schwammig, oder gar chemisch verändert wird und desshalb oft erneut werden muss. In neuerer Zeit wird bei Ventilen oftmals Kautschuk statt Leder angewendet, Fig. 14, Tafel XXV. der Resultate.

Hahnen.

Hahnen werden vorzugsweise bei kleineren Wasserleitungsröhren gebraucht, um die verschiedenen Communikationen herzustellen oder aufzuheben.

Fig. 1 und 2, Tafel XXV. der Resultate ist ein Hahn, um eine gerade fortlaufendeRöhre zu verschliessen.

Fig. 3 und 4 ist ein Hahn für zwei unter rechtem Winkel zusammentreffende Röhren.

Ueber die Formen dieser Hahnen ist folgendes zu bemerken: Die Oeffnungen sind an dem Hahngehäuse aussen an der Flantsche kreisrund, innen an dem Hahnkörper und im Hahnkörper selbst viereckig, die beiden Querschnitte sind jedoch von gleicher Grösse. Diese Verschiedenheit in der Querschnittsform ist nur deshalb angenommen, weil der Hahn bei einer schmalen und hohen Oeffnung einen beträchtlich kleineren Durchmesser erhalten kann, als bei einer kreisrunden Oeffnung, und dadurch wird der ganze Gegenstand leichter, was bei dem kostspieligen Material, aus welchem die Hahnen angefertigt werden, wohl zu berücksichtigen ist, und überdies erhält der ganze Gegenstand eine gefälligere Form.

Die äussere Form des Gehäuses entspricht einerseits der innern Höhlung, ist aber andererseits so beschaffen, dass sie sich auf Werkzeugmaschinen regelmässig bearbeiten lässt. Die konische Form des Hahnkörpers hat den Zweck, den Hahn an die Gehäusehöhlung anschliessen zu machen, wenn sich die Berührungsflächen durch den Gebrauch abgerieben haben. Für grosse Röhren sind diese Hahneneinrichtungen nicht angemessen, sie fallen zu schwer und daher kostspielig aus, und das Herumdrehen eines grossen Hahnen geht zu schwer.

Drehklappen.

Fig. 3, Tafel XXVI. der Resultate. Drehklappen sind vorzugsweise zum Verschliessen weiter Röhren sehr geeignet, insbesondere wenn nicht der höchste Grad von Dichte verlangt wird. Die Einrichtung ist verhältnissmässig sehr einfach, leicht zu bearbeiten und gewährt den Vortheil der leichten Beweglichkeit, indem nur allein die Zapfenreibung der Klappenaxe zu überwinden ist. Wegen ihrer Beweglichkeit werden die Drehklappen auch bei Dampfmaschinen gebraucht, um die Dampfzuströmung mit Hilfe eines Schwungkugelregulators so zu reguliren, dass keine beträchtlichen Ungleichförmigkeiten im Gang der Maschine eintreten können.

Schieber.

Die Schieber bewirken bei sorgfältiger Ausführung und wenn insbesondere Schieber und Bahn auf einander geschliffen werden, einen sehr exakten und möglicher Weise den besten Verschluss, den man überhaupt hervorbringen kann. Die ganze Einrichtung ist aber eine verhältnissmässig complizirte und kostspielige und erfordert bei intensivem Druck gegen die Schieber ziemlich viel Kraft. Die Anordnung Fig. 2, Tafel XXVI. der Resultate, bei welcher der Schieber durch eine Schraube bewegt wird, ist für Wasserleitungen angemessen. Die Anordnung Fig. 1, wobei der Schieber durch Zahnstange und Getriebe bewegt wird, ist angemessen für Gaswerke, und wird auch zu diesem Zwecke allgemein gebraucht.

Deckel mit Stopfbüchsen für Dampfcylinder und Pumpencylinder.

(Resultate Seite 86, Tafel XXIV.)

Der Durchmesser und die innere Länge (von Deckel zu Deckel gemessen) der Dampf- und Pumpencylinder ergibt sich aus dem Studium dieser Maschinen. Hier betrachten wir diese Grössen als gegebene Daten, aus welchen die übrigen Detailabmessungen der Cylinder und Deckel mit Stopfbüchsen bestimmt werden können.

Die wichtigste Detaildimension ist die Wanddicke δ eines Dampf- oder Pumpencylinders, wenn der Durchmesser D gegeben ist.

Wenn man nur allein die Pressung des Dampfes oder des Wassers und den von aussen her gegen einen solchen Cylinder wirkenden atmosphärischen Druck zu berücksichtigen hätte, würde in der Regel eine ungemein schwache Wanddicke vollständig genügen. Allein diese Cylinder müssen gegen das Entweichen des Dampfes einen hohen Grad von Dichte gewähren, und müssen überdies sehr steif sein, damit sie durch das gewaltsame Einspannen in Drehbänke und Bohrmaschinen nicht merklich deformirt werden. Denn wenn ein Cylinder durch das Einspannen deformirt und dann ausgebohrt wird, entsteht eine Höhlung, die nur so lange cylindrisch ist, als sich der Cylinder noch im eingespannten Zustand befindet, die aber aufhört cylindrisch zu sein, so wie die Einspannung beseitigt wird.

Die Wanddicke, welche ein Cylinder erhalten muss, um nicht nur dem inneren Dampfdruck und äusseren atmosphärischen Druck, sondern auch diesen gewaltsamen, bei der Bearbeitung vorkommenden Einwirkungen hinreichenden Widerstand zu leisten, und um ferner auch bei einer etwas porösen Beschaffenheit des Gusses eine hinreichende Dichte zu gewähren, kann selbstverständlich auf rationellem Wege nicht gefunden, sondern muss aus Erfahrungsthatsachen gefolgert werden, und eben so verhält es sich auch mit den übrigen an einem Cylinder und dessen Deckel vorkommenden Detailabmessungen.

Eine Vergleichung grösserer und kleinerer Dampfcylinder hat zu folgenden empirischen Regeln geführt.

Wanddicke des Cylinders	$\delta = 1{\cdot}5 + \frac{D}{60}$
Anzahl der Deckelschrauben	$= 3 + \frac{D}{7}$
Metalldicke der Deckelplatte	$= \delta$
Dicke der Deckelschraubenbolzen	$= \delta$
Breite einer Flantsche des Deckels oder des Cylinders	$= 2\,\delta$
Dicke einer Flantsche	$= 1{\cdot}33\,\delta$
Entfernung eines Schraubenbolzenmittels vom Rand des Deckels	$= 1{\cdot}2\,\delta$

Untergeordnetere Detailverhältnisse sind in Fig. 1, Tafel XXIV. der Resultate eingeschrieben.

Die Deckelfläche ist in der Regel eine ebene Fläche, dies ist aber nur dann richtig, wenn die Kolbenfläche selbst eine Ebene bildet. Ist dagegen die Kolbenfläche gewölbt, oder hat sie aus irgend einem Grund eine von der Ebene abweichende Form, so muss auch die Deckelfläche eine mit der Kolbenoberfläche übereinstimmende Form erhalten, vorausgesetzt, dass der Raum zwischen dem Deckel und Kolben am Ende seines Schubes ein schädlicher Raum ist. Bei einfach wirkenden Dampfmaschinen kommt z. B. nur *ein* schädlicher Raum vor und zwar an der Seite, wo der Dampf eintritt. Zuweilen werden die Stopfbüchsendeckel mit doppelten Wänden versehen, also hohl gegossen, wodurch sie nicht nur an Festigkeit gewinnen, sondern noch den Vortheil gewähren, dass man diesen Hohlraum mit Dampf heizen kann, um so den im Cylinder wirkenden Dampf gegen Abkühlung und Condensation zu schützen. Dies ist insbesondere bei Expansionsmaschinen von Wichtigkeit. Aus dem gleichen Grunde umgibt man auch bei Expansionsmaschinen den Cylinder mit einem zweiten dichten Cylinder, und heizt den ringförmigen Zwischenraum mit Dampf.

Unter allen Umständen soll ein Dampfcylinder mit einer die Wärme nicht leitenden Umhüllung aus Haaren oder Filz umgeben und um diese herum eine Verkleidung aus Holz oder Blech angebracht werden.

Fig, 2 und 6, Tafel XXIV. der Resultate sind Stopfbüchsen aus Messing für Pumpencylinder.

Kolben für Pumpen und Dampfmaschinen.

(Resultate Seite 87 und 88, Tafel XXVII.)

Von den Kolben der Pumpen und Dampfmaschinen werden Eigenschaften verlangt, die sich schwer vereinigen lassen. Sie sollen dicht schliessen und doch nur wenig Reibungswiderstand verursachen. Mehrere von den Kolben, deren Beschreibung nun folgt, haben in der That diese Eigenschaften.

Bei Pumpen, die nicht continuirlich, sondern nur von Zeit zu Zeit zu arbeiten haben, kann ein ganz einfacher metallener Kolben recht wohl gebraucht werden. Es ist dies insbesondere die für Löschspritzen geeignetste Einrichtung.

Eine früher oft bei grossen Pumpenkolben angewendete Construktion mit Lederdichtung besteht aus aufeinandergeschichteten Lederringen, die durch den Kolbendeckel zusammengepresst und dadurch auch auseinandergedrängt werden. Es ist dies eine ausser Gebrauch gekommene Einrichtung. Sie ist wegen des vielen Leders kostspielig, gewährt keinen dauernd sicheren Verschluss und verursacht in der Regel viele Reibung, weil es nicht möglich ist, den Lederringen gerade die rechte Grösse zu geben.

Fig. 9, Tafel XXVII. der Resultate ist ein ganz vorzüglicher Kolben für eine doppelt wirkende Druckpumpe, der Kolben besteht aus zwei tassenförmig gepressten Lederscheiben, die zwischen drei Metallscheiben eingeklemmt sind. Der Rand dieser Lederkörper wird durch den Wasserdruck selbst gegen die Cylinderwand gepresst und verhindert dadurch das Entweichen des Wassers.

Fig. 8 ist ein kleiner, Fig. 7 ein grosser Ventilkolben für Brunnen- und Hebepumpen. Diese Kolben sind ganz ähnlich eingerichtet, wie die Seite 252 beschriebenen Lederklappenventile, nur ist bei den Kolben an deren Umfang eine Lederumwicklung vorhanden, die von einem Metallring gehalten wird. Der über den Kolbenkörper hinausragende Rand dieses Leders wird von dem Wasserdruck gegen die Cylinderwand gepresst und bringt dadurch den dichten Schluss hervor.

Fig. 12 ist ein kleiner Kolben mit Hanfdichtung für Warmwasserpumpen, bei welchen Leder wegen des Verkochens nicht angewendet werden darf. Diese Dichtung besteht aus aufeinandergeschichteten eingeölten Ringen aus zartem Hanf geflochten. Durch den Kolbendeckel können diese Ringe zusammengepresst und dadurch indireckt fest gegen die Cylinderwand gepresst werden.

Fig. 11 ist ein ähnlicher Kolben, er ist jedoch mit einem Ventil versehen und kann für kleinere Dampfmaschinen-Luftpumpen gebraucht werden.

Bei einer Vergleichung verschiedener grosser und kleiner Pumpenkolben hat sich die empirische Regel ergeben, dass die Höhe der Kolbendichtung oder die Höhe des Kolbens gleich $8\left(1+\frac{D}{100}\right)$ genommen werden darf, wobei D den Durchmesser des Kolbens in Centimetern bedeutet.

Fig. 4 zeigt die Einrichtung eines Kolbens für Gebläse. Die Dichtung geschieht wie bei den Wasserpumpenkolben, vermittelst Lederringen mit aufwärts und abwärts gebogenem Rand.

Fig. 2 zeigt die Stopfbüchsendichtung für Taucherkolben.

Fig. 5 ist ein Kolben mit Hanfdichtung für eine Dampfmaschine. Die Dichtung besteht auch hier aus aufeinandergeschichteten und eingefetteten Ringen von Hanfgeflechten, und sie kann durch Niederschrauben der Deckelplatte zusammengepresst und dadurch zugleich indirekt auseinandergetrieben werden. Diese Kolben haben die vortreffliche Eigenschaft, dass sie die Cylinder nicht angreifen, sondern im Gegentheil auf das Feinste ausschleifen, allein sie haben auch mehrere sehr nachtheilige Eigenschaften. Eine derselben ist, dass der Verschluss nicht gleich dicht bleibt, denn die Hanfmasse nützt sich ab und verliert ihre Elastizität, so, dass man in nicht gar langen Zeitintervallen gezwungen ist, die Dichtung entweder ganz zu erneuen, oder doch nachzuhelfen. Für die Niederdruck-Dampfmaschinen der Dampfschiffe sind diese Kolben gut brauchbar und werden da auch sehr allgemein angewendet, allein für Hochdruckmaschinen ist der Verschluss nicht dicht genug.

Für Hochdruckdampfmaschinen werden gegenwärtig ganz allgemein Kolben mit Metalldichtung gebraucht. Diese Metalldichtung besteht entweder aus zwei sich federnden Metallringen, oder aus zwei Schichten von Metallsegmenten, die durch Federn nach aussen getrieben werden.

Fig. 1 ist ein Ringkolben. Die Ringe werden gewöhnlich von Gusseisen, zuweilen aber auch von Schmiedeeisen, Kanonenmetall oder aus Metallcomposition hergestellt. Welches Metall das beste ist, ist noch nicht entschieden, wahrscheinlich ist der Unterschied zwischen dem einen und dem andern so gering, dass er sich thatsächlich kaum erkennen lässt. Auch über die Form der Ringe ist man nicht im Reinen. Zuweilen werden die Ringe überall gleich breit (nach radialer Richtung) gehalten, zuweilen wird der Ring da, wo er aufgeschnitten ist, zuweilen aber an der diametral gegenüber befindlichen Stelle breiter gehalten. Wahrscheinlich ist es beinahe gleichgültig, ob man den Ring gleich oder ungleich breit hält, weil aber die gleiche Breite die einfachere Form ist, so möchte sie wohl den Vorzug verdienen. Auch in der Einrichtung der Federung, durch welche die Ringe gespannt werden, hat man auf die mannigfaltigste Weise variirt, aber gegenwärtig wird diese ganze innere Federung meistens ganz weggelassen, so dass die Ringe nur durch ihre eigene Elastizität an der Cylinderwand anliegen. Von besonderer Wichtigkeit ist die sorgfältige Bearbeitung der Ringe und der innern Flächen, mit welchen die Ringe in Berührung kommen. Die Ringe dürfen ja nicht eingeklemmt werden, sondern sie müssen aufeinander und an den inneren Seiten der Kolbenplatten spielen können. Denkt man sich, dass der innere Abstand der Kolbenplatten etwas grösser ist als die Höhe beider Ringe zusammen, so kann man sich leicht überzeugen, dass der innere Raum des Kolbens stets mit dem Theil des Cylinderraumes communizirt, nach welchem hin der Kolben sich bewegt. Denn zunächst wird der Kolbenkörper fortgetrieben und dieser nimmt dann erst die Ringe mit sich fort, es muss also, wie Fig. 3, Tafel XIV. zeigt, im Innern des Kolbens stets nur ein schwacher Druck herrschen. Man hat auch Kolben construirt, bei welchen im Gegentheil im Innern des Kolbens stets der starke Dampfdruck wirkt, allein diese verursachen wahrscheinlich viele Reibung.

Nicht nur bei diesen Ringkolben, sondern noch mehr bei den Segmentkolben hat man unendlich vielerlei Einrichtungen und Federwerke versucht, und überhaupt auf die kleinlichste Weise herumgepröbelt, aber es scheint mir das alles keinen praktischen Werth zu haben und ich glaube, dass man dieses Segmentwerk ganz verlassen und auch für ganz grosse Maschinen einfache Ringkolben anwenden wird.

Bei Maschinen mit liegenden Cylindern kann man ohnedies nur Ringkolben gebrauchen, weil bei dieser Lage der Cylinder die Segmente leicht in Unordnung gerathen könnten, und so werden sich schon aus diesem Grunde die Ringkolben mehr und mehr verbreiten. Die Lokomotiv-Maschinen, Seedampf-Maschinen und kleineren Fabrik-Maschinen haben meistens horizontale Cylinder.

Die nach der Richtung der Cylinderaxe gemessene Summe h der Ringhöhen oder Segmentschichten ist wegen des dichten Verschlusses so wie auch wegen der Cylinderabnutzung von Wichtigkeit. Damit ein Kolben gut schliesst, muss der Gesammtdruck der Dichtung gegen die Cylinderfläche eine gewisse Grösse haben. Die Intensität des Druckes (Druck per 1 Quadratcentimeter) der Dichtung gegen den Cylinder kann daher klein gemacht werden, wenn die Dichtungshöhe h gross gemacht wird, wodurch der Cylinder gegen das Ausschleifen geschützt wird. Es ist also eine verhältnissmässig hohe aber weich anliegende Dichtung besser, als eine niedrige streng anliegende.

Eine Vergleichung der Kolben von gut ausgeführten grösseren und kleineren Dampfmaschinen hat zu der Regel geführt, dass die Höhe h der Metalldichtung gleich $4\left(1+\frac{D}{100}\right)$, die Höhe einer Hanfdichtung dagegen gleich $8\left(1+\frac{D}{100}\right)$ genommen werden darf.