

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Gesammelte Werke

Schriften vermischten Inhalts

Hertz, Heinrich

Vaduz/Liechtenstein, 1987

1. Versuche zur Feststellung einer oberen Grenze für die kinetische Energie der elektrischen Strömung

[urn:nbn:de:bsz:31-269592](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-269592)

1. Versuche zur Feststellung einer oberen Grenze für die kinetische Energie der elektrischen Strömung.

Aus WIEDEMANN'S Annalen der Physik und Chemie. Bd. 10.
S. 414—448. 1880.

Nach den Gesetzen der Induktion ist die Intensität i in einem linearen Stromkreise, in welchem die variable elektromotorische Kraft A wirkt, gegeben durch einen Anfangswert und die Differentialgleichung:

$$iw = A - 2P \frac{di}{dt} ,$$

in welcher w den Widerstand, P das Potential des Leiters auf sich selbst bezeichnet. Durch Multiplikation mit idt folgt die Gleichung:

$$Aidt = i^2 w dt + d(Pi^2) ,$$

welche zeigt, daß das durch obige Gleichung gegebene Gesetz im Einklange steht mit dem Prinzipie von der Erhaltung der Energie, unter der Voraussetzung nämlich, daß die von der Kette geleistete Arbeit einerseits und die im Stromkreise gewonnene Wärme und die vermehrte potentielle Energie andererseits die einzigen in Betracht kommenden Arbeitsgrößen sind. Diese Voraussetzung ist nicht erfüllt, und es können also die obigen Gleichungen exakte Gültigkeit nicht beanspruchen in dem Falle, daß sich die Elektrizität mit einer trägen Masse bewegt, deren Einfluß nicht völlig verschwindet. In diesem Falle ist der rechten Seite der zweiten Gleichung ein Glied hinzuzufügen, welches der vermehrten kinetischen Energie der Strömung entspricht. Letztere ist dem Quadrate der Stromstärke proportional, kann also $= mi^2$ gesetzt werden, wo m eine von den Verhältnissen der Strombahn abhängige Kon-

stante ist; und es treten daher an Stelle der obigen Gleichungen die korrigierten:

$$Aidt = i^2 w dt + d(Pi^2) + d(mi^2) ,$$

$$iw = A - 2P \frac{di}{dt} - 2m \frac{di}{dt} ,$$

$$= A - 2(P + m) \frac{di}{dt} .$$

Ganz analoge Schlüsse lassen sich auch in dem Falle anwenden, daß wir ein System von Stromkreisen vor uns haben, in welchen die elektromotorischen Kräfte $A_1, A_2 \dots$ wirken. Nach Einführung der Korrektur für die Masse nehmen die bekannten Differentialgleichungen, welche die Intensitäten bestimmen, die Form an:

$$i_1 w_1 = A_1 - 2(P_{11} + m_1) \frac{di_1}{dt} - P_{12} \frac{di_2}{dt} - \dots - P_{1n} \frac{di_n}{dt} ,$$

$$i_2 w_2 = A_2 - P_{12} \frac{di_1}{dt} - 2(P_{22} + m_2) \frac{di_2}{dt} - \dots - P_{2n} \frac{di_n}{dt} ,$$

$$\vdots$$

$$i_n w_n = A_n - P_{1n} \frac{di_1}{dt} - \dots - 2(P_{nn} + m_n) \frac{di_n}{dt} .$$

Die einzige Änderung, welche eine träge Masse der Elektrizität in diesen Gleichungen hervorgebracht hat, besteht sonach in einer scheinbaren Vergrößerung der Eigenpotentiale, und es erhellt ohne weiteres:

1) daß die elektromotorische Kraft der Extrastrome unabhängig ist von den gleichzeitig in anderen Leitern hervorgerufenen Induktionsströmen und den in diesen bewegten Massen,

2) daß die Integralwerte der Induktionsströme nicht beeinflusst werden von den bewegten Massen, weder der induzierenden noch der induzierten Leiter,

3) daß dagegen die Integralintensität der Extrastrome größer erscheint, als die aus der einfachen Induktionswirkung berechnete.¹⁾

¹⁾ Unter Hinweis auf diese einfachen Schlüsse war von der philosophischen Fakultät der Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin den Studierenden für das Jahr 1879 die Aufgabe gestellt worden, über die

Der Wert dieser Vergrößerung hängt ab von den Größen m , deren Bedeutung jetzt näher erläutert werden möge und zwar unter Zugrundelegung der WEBER'schen Anschauung von der elektrischen Strömung. Das Vorhandensein der mit den Größen m verbundenen Glieder ist übrigens unabhängig von der Richtigkeit dieser Anschauung und von der Existenz elektrischer Flüssigkeiten überhaupt; jede Erklärung des Stromes als eines Bewegungszustandes träger Materie wird diese Glieder gleichfalls einführen müssen, und nur die Auslegung der Größen m wird eine verschiedene sein.

Es enthalte die Volumeneinheit des Leiters λ Einheiten positiver Elektrizität, und es sei die Masse jeder Einheit = ρ Milligramm. Die Länge des Leiters sei l und sein überall als gleich vorausgesetzter Querschnitt = q . Dann enthält die Längeneinheit des Leiters $q\lambda$ elektrostatische Einheiten, und die gesamte im Leiter bewegte positive Elektrizität hat die Masse $\rho \cdot q \cdot \lambda \cdot l$ mg. Die Anzahl der elektrostatischen Einheiten, welche bei der Intensität i (in elektromagnetischem Maße) in der Zeiteinheit durch den Querschnitt gehen, ist einerseits = $155\,370 \cdot 10^6 i$, andererseits gleich der Geschwindigkeit v , multipliziert mit $q\lambda$. Sonach ist:

$$v = \frac{155\,370 \cdot 10^6}{q\lambda} i,$$

und die kinetische Energie der im Leiter enthaltenen positiven Elektrizität:

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} l \rho q \lambda \left\{ \frac{155\,370 \cdot 10^6}{\lambda} \right\}^2 \frac{i^2}{q^2} \\ &= \frac{1}{2} \frac{l^2}{q} \cdot \rho \frac{155\,370^2 \cdot 10^{12}}{\lambda} = \frac{1}{2} \mu \frac{l^2}{q}. \end{aligned}$$

Die Größe $\frac{1}{2} l^2 / q$ ist in endlichen Maßen angebar, die Größe $\rho \frac{155\,370^2 \cdot 10^{12}}{\lambda}$, welche mit μ bezeichnet worden ist, ist eine

Größe von Extrastromen Versuche auszuführen, aus welchen wenigstens eine obere Grenze für die bewegte Masse würde festgestellt werden können. Es war schon in der Aufgabe darauf hingewiesen, daß zu diesen Versuchen die Extrastrome aus doppeldräftigen Spiralen, deren Zweige in entgegengesetzter Richtung durchflossen wären, besonders geeignet sein würden. Die vorliegende Arbeit ist im wesentlichen identisch mit derjenigen, welche des Preises gewürdigt wurde.

Konstante, welche nur vom Material des Leiters abhängt und für verschiedene Leiter den Dichtigkeiten der Elektrizität in denselben umgekehrt proportional ist. Ihrer Dimension nach ist dieselbe eine Fläche; mit der Bezeichnung Milligramm-millimeter versehen giebt sie die lebendige Kraft beider Elektrizitäten, d. h. die gesamte kinetische Energie der Strömung in einem Kubikmillimeter eines Leiters, in welchem die magnetische Stromdichtigkeit 1 herrscht.

Die Bestimmung der Gröfse μ , oder doch einer oberen Grenze für dieselbe, war die Aufgabe der vorliegenden Versuche.

Methode der Versuche.

Da wir die lebendige Kraft der gesamten Elektrizität einmal $= mi^2$, das andere Mal $= (l\mu/q)i^2$ gesetzt haben, so folgt μ aus m nach der Formel $\mu = qm/l$. Zur Bestimmung von m würde es hingereicht haben, die Intensität J des Extrastromes in einem Leiter zu bestimmen, dessen Potential P und Widerstand w in absolutem Mafse bekannt waren. Aus der Gleichung $J = (2i/w)(P + m)$ würde sich m ohne weiteres ergeben. Da aber die Messung der Extrastrome nur in verzweigten Leitersystemen möglich ist, also eine grofse Zahl von Widerständen zu bestimmen wäre, so empfiehlt es sich mehr, in derselben Leitung durch zwei verschiedene Potentiale Extrastrome zu erregen, wodurch zwei Gleichungen für die Gröfßen w und m erhalten werden. Verhält sich die Intensität im unverzweigten Stromkreise zu derjenigen Intensität, nach welcher der Extrastrom gemessen wird, wie $\alpha:1$, und ist J die gemessene Intensität, so sind die in Betracht kommenden Gleichungen:

$$\frac{\alpha w J}{i} = 2P + 2m, \quad \frac{\alpha w J'}{i'} = 2P' + 2m,$$

und also:

$$m = \frac{P \frac{J'}{i'} - P' \frac{J}{i}}{\frac{J}{i} - \frac{J'}{i'}}.$$

Man wird gut thun, das eine Potential P' so grofs zu nehmen, dafs der Einfluss der Masse jedenfalls dagegen ver-

schwindet, das andere Potential P dagegen möglichst klein zu wählen. Man kann alsdann die Gleichungen einfacher schreiben:

$$\begin{aligned} \frac{awJ}{i} &= 2P + 2m, & \frac{awJ'}{i'} &= 2P', \\ m &= \frac{i'J}{iJ'} P' - P, & \text{oder, wenn } i' &= i : \\ m &= P \left\{ \frac{J P'}{J' P} - 1 \right\}. \end{aligned}$$

Nach diesem Prinzip wurden die Versuche ausgeführt. Als stromgebende Leitersysteme dienten bei den ersten Versuchsreihen doppeldrätige Spiralen, bei den späteren geradlinig ausgespannte Doppeldrähte. Diese Drahtsysteme konnten ohne Änderung ihres Widerstandes so geschaltet werden, daß die beiden Zweige derselben in gleichem und in entgegengesetztem Sinne durchströmt waren. Die aus beiden Schaltungen resultierenden Potentiale wurden durch die Rechnung und die Intensitäten der aus beiden erfolgenden Extraströme durch den Versuch bestimmt. Waren diese Intensitäten den berechneten Potentialen proportional, so konnte der Einfluß einer Masse nicht nachgewiesen werden; wurde eine Abweichung von der Proportionalität konstatiert, so folgte die lebendige Kraft der Strömung nach den obigen Formeln.

Die Messung der Extraströme geschah allemal mittels einer WHEATSTONE'schen Brücke, in deren einen Zweig das stromgebende Drahtsystem eingeschaltet war, während das Potential der anderen Zweige so klein als möglich gemacht wurde. Die Brücke war so abgeglichen, daß ein dieselbe durchfließender konstanter Strom keine dauernde Ablenkung der Galvanometernadel hervorrief; wurde dann aber die Richtung desselben außerhalb der Brücke umgekehrt, so passierten zwei gleiche und gleichgerichtete Extraströme das Galvanometer, deren Integralintensität durch den Ausschlag der Nadel gemessen wurde. Sobald die Nadel von ihrem Ausschlag zurückkehrte, konnte dann die Umschaltung wiederholt und so die Multiplikationsmethode in Anwendung gebracht werden.

Als Hauptschwierigkeit trat diesen Messungen die geringe Größe der zu beobachtenden Extraströme entgegen, welche

die eben beschriebene Methode in ihrer einfachsten Gestalt unmöglich machte. Allerdings konnte man schon durch blofse Steigerung der induzierenden Stromstärke die Extraströme beliebig grofs machen, aber die Schwierigkeiten, welche eine genaue Regulierung der Brücke hatte, wuchsen weit schneller, als die so erhaltenen Intensitäten. Bei den gröfsten Stromstärken, bei welchen eine solche Regulierung noch dauernd möglich war, bewegte ein einzelner Extrastrom aus entgegengesetzt durchströmten Zweigen die Nadel des Galvanometers nur um Bruchteile eines Skalenteiles, während schon die Annäherung der Hand an einen Quecksilbernapf oder die Strahlung einer entfernten Gasflamme auf die Spiralen hinreichte, Ausschläge der Nadel von mehr als 100 Skalenteilen hervorzurufen. Ich versuchte daher, die Anwendung sehr starker Ströme dadurch zu ermöglichen, dafs ich dieselben nur auf Augenblicke durch die mittels eines schwachen Stromes regulierte Brücke leitete. Es zeigte sich indessen, dafs die infolge der Wärmewirkungen des Stromes momentan in der Brücke entstandenen elektromotorischen Kräfte von derselben Ordnung waren, wie die der zu beobachtenden Extraströme, sodafs brauchbare Resultate nicht erhalten wurden. Nur so viel zeigten die auf diese Weise angestellten Versuche, dafs eine bedeutende Abweichung vom Potentialgesetz jedenfalls nicht stattfindet.

Um deshalb auch mit schwächeren Strömen messbare Ausschläge zu erhalten, leitete ich bei jedem Durchgang der Nadel durch die Ruhelage eine gröfsere Zahl von Extraströmen in gleicher Richtung durch das Galvanometer. Zu dem Ende wurde der Strom im geeigneten Augenblick aufserhalb der Brücke 20 mal schnell hintereinander umgeschaltet, zugleich aber zwischen jeder Umschaltung des Stromes das Galvanometer gewendet. Dasselbe blieb aufserdem, um jede stärkere Dämpfung zu vermeiden, nachdem die Brücke einmal reguliert war, im allgemeinen geöffnet und wurde nur während der Zeit mit der übrigen Kombination in Verbindung gesetzt, welche zur Erzeugung der Extraströme notwendig war.

Die genannten Operationen wurden mittels eines besonderen Kommutators ausgeführt und nahmen ca. 2 Sekunden in Anspruch, eine Zeit, welche hinreichend grofs ist, um

sämtliche Extrastrome zur vollen Entwicklung gelangen zu lassen, und sich auch als hinreichend klein gegen die Schwingungsdauer der Nadel erwies.

Diese Methode bot mehrere Vorteile dar. Zunächst konnten genau meßbare Wirkungen schon mit sehr schwachen und daher auch sehr konstanten erzeugenden Strömen hervorgerufen werden. In allen folgenden Versuchen bestand der äußere Stromkreis aus einem DANIELL'schen Element und einem Ballastwiderstand von 3 bis zu 80 S.-E. Sind ferner die Widerstände der Brücke nicht genau abgeglichen, und passiert infolge davon auch von dem konstanten Strom ein Teil das Galvanometer, so wird doch dieser Teil im Galvanometer beständig seine Richtung ändern, so dafs, wenn die Ungleichheit nur klein ist, der durch sie verursachte Fehler fast völlig verschwindet.

Da weiter die Verbindung des Galvanometers mit den übrigen Drähten der Kombination ihre Richtung beständig ändert, so werden diejenigen in der Brücke bestehenden oder durch den Strom erregten elektromotorischen Kräfte, welche ihre Richtung nicht mit der Richtung des Stromes ändern, ohne Einfluß auf die Nadel sein. Von großem Werte ist der Umstand, dafs während des größten Teiles der Schwingung das Galvanometer allen störenden Einflüssen entzogen war.

Infolge dieser günstigen Bedingungen zeigten die Versuche eine bei der Kleinheit der zu messenden Größen befriedigende Übereinstimmung, die Abweichung der erhaltenen Resultate vom Mittel war im allgemeinen kleiner als $\frac{1}{30}$ des ganzen Wertes. Auch hier wurde das Verfahren bei jedem Durchgang der Nadel durch die Ruhelage wiederholt. Bis zur Erlangung eines konstanten Ausschlags konnte indessen die Multiplikation nicht fortgesetzt werden, denn zu der konstanten und geringen Dämpfung der Nadel durch den Luftwiderstand kam die nur kurze Zeit wirkende Dämpfung, welche durch die Einschaltung des Galvanometers in die Brücke entstand. Die Dauer dieser Einschaltung war nicht immer genau dieselbe, die daherrührende Dämpfung also auch nicht genau bestimmbar. Da nun ihr Einfluß bei weiten Schwingungen sehr merklich wird, so war das Verfahren auf kleinere Ausschläge beschränkt, und es wurden daher im allgemeinen nur

7 bis 9 Elongationen gemessen. Das Verfahren, nach welchem aus den erhaltenen ganzen Schwingungsbogen der wahrscheinlichste Wert des Extrastromes bestimmt wurde, soll zunächst auseinandergesetzt werden.

Es sei T die Schwingungsdauer der Galvanometernadel, λ das beständig wirkende logarithmische Dekrement, $q = e^{-\lambda}$ das Verhältnis einer Schwingung zur vorhergehenden und zur Abkürzung:

$$\frac{T}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} e^{-\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\pi}{\lambda}} = x \quad .$$

Ferner seien a_1, a_2, a_3 die successiven Elongationen rechts und links von der Ruhelage, $\alpha_1 = a_1 + a_2, \alpha_2 = a_2 + a_3$ etc. die ganzen Schwingungsbogen, und $k_1, k_2 \dots$ die Inkremente der Geschwindigkeit in der Ruhelage, welche die Induktionsstöße messen. Dann ist, wenn von einer besonderen Dämpfung während des Stoßes einstweilen abgesehen wird:

$$a_2 = k_1 x + q a_1$$

$$a_3 = k_2 x + q a_2 = k_2 x + q k_1 x + q^2 a_1 \quad ,$$

also wird:

$$\alpha_1 = x \cdot k_1 + a_1 (1 + q)$$

$$\alpha_2 = x \cdot k_2 + x k_1 (1 + q) + a_1 q (1 + q) \quad .$$

Wird die erste Gleichung, mit q multipliziert, von der zweiten subtrahiert, so wird erhalten:

$$\alpha_2 - \alpha_1 q = (k_1 + k_2) x \quad \text{und analog}$$

$$\alpha_3 - \alpha_2 q = (k_2 + k_3) x$$

$$\vdots$$

$$\alpha_n - \alpha_{n-1} q = (k_{n-1} + k_n) x \quad .$$

Hieraus erhalten wir den Mittelwert der Stöße $k_1 \dots k_n$, welche alle gleich sein müßten, wenn die Apparate exakt arbeiteten:

$$xk = \frac{\alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_n - q(\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_{n-1})}{2(n-1)} \quad ,$$

oder, wenn die Summe der ganzen Schwingungsbogen mit Σ bezeichnet wird:

$$xk = \frac{(\Sigma - \alpha_1) - q(\Sigma - \alpha_n)}{2(n-1)}$$

Die Anwendung dieser Formel ist sehr bequem und empfiehlt sich immer dann, wenn die einzelnen Stöße nicht regelmässig genug sind, um einen konstanten Grenzwert der Schwingung hervorzubringen, oder wenn aus anderen Gründen nur eine beschränkte Zahl von Elongationen beobachtet worden ist.

Tritt zu der beständig wirkenden Dämpfung noch eine momentane während der Schliessung, so kann letztere als ein der Bewegung entgegen gerichteter Stoss betrachtet werden, welcher proportional der Dauer der Schliessung und der Geschwindigkeit der Nadel ist. Ist letztere = v , erstere = τ , das logarithmische Dekrement während der Schliessung = λ' , so ist die Grösse eines solchen Stosses:

$$- 4 \frac{\lambda'}{T} \cdot \tau \cdot v$$

Sind nun a_1 und a_2 die voraufgehende und die nachfolgende Elongation, so erreicht die Nadel die Ruhelage mit der Geschwindigkeit $a_1 q / x$ und verlässt dieselbe mit der Geschwindigkeit a_2 / x ; da das Anwachsen der Geschwindigkeit sehr nahezu gleichförmig geschieht, ist für v der mittlere Wert $(a_1 q + a_2) / 2x$ zu setzen, und die Grösse des ganzen Stosses wird daher:

$$- 2 \frac{\lambda' \tau}{T x} (a_1 q + a_2) = - \frac{c}{x} (a_1 q + a_2)$$

Indem wir diesen Geschwindigkeitszuwachs zu dem durch den Induktionsstoss veranlassten k addieren, erhalten wir zunächst die Gleichungen:

$$a_2 = k_1 x + a_1 q - c (a_2 + a_1 q) \quad ,$$

$$a_3 = k_2 x + a_2 q - c (a_3 + a_2 q) \text{ etc.}$$

oder:

$$(1+c) a_2 = k_1 x - (1-c) a_1 q \quad ,$$

$$(1+c) a_3 = k_2 x - (1-c) a_2 q \text{ etc.} \quad ,$$

und durch eine ähnliche Rechnung wie oben:

$$(1+c)\alpha_2 - (1-c)q\alpha_1 = (k_2+k_1)x \quad ,$$

$$(1+c)\alpha_3 - (1-c)q\alpha_2 = (k_3+k_2)x \quad ,$$

$$\dots \dots \dots$$

$$(1+c)\alpha_n - (1-c)q\alpha_{n-1} = (k_n+k_{n-1})x \quad .$$

Schreiben wir an Stelle der Gröfsen $k_1 \dots k_n$ ihren theoretischen Wert k , so erhalten wir nach einer einfachen Umformung die Gleichungen:

$$\alpha_2 - q\alpha_1 + c(\alpha_2 + q\alpha_1) = 2kx \quad ,$$

$$\alpha_3 - q\alpha_2 + c(\alpha_3 + q\alpha_2) = 2kx \quad ,$$

$$\vdots$$

$$\alpha_n - q\alpha_{n-1} + c(\alpha_n + q\alpha_{n-1}) = 2kx \quad ;$$

und aus diesen sind nach der Methode der kleinsten Quadrate die wahrscheinlichsten Werte der unbekanntenen Gröfsen k und c zu bestimmen.

Die sehr weitläufige Rechnung wurde indessen nicht für alle Beobachtungen durchgeführt, sondern es wurde aus einer Anzahl derselben der Wert von c bestimmt und das Mittel der erhaltenen wenig differierenden Werte für die übrigen Beobachtungen als richtig angenommen. Ist c bekannt, so folgt einfacher:

$$kx = \frac{(\sum \alpha_1) - q(\sum \alpha_n) + c((\sum \alpha_1) + q(\sum \alpha_n))}{2(n-1)}$$

Da das mit c behaftete Glied überhaupt nur als Korrektur auftritt, kommt es auf eine haarscharfe Bestimmung von c gar nicht an. Dadurch, dass man das Mittel aus zwei successiven Stößen bildet, nämlich:

$$k_mx = \frac{\alpha_m - q\alpha_{m-1} + c(\alpha_m + q\alpha_{m-1})}{2} \quad ,$$

kann man sich Kenntnis davon verschaffen, wie weit die einzelnen Werte vom Mittel abweichen.

Da im folgenden immer nur die Endresultate gegeben werden sollen, will ich eine Multiplikationsreihe mit Berechnung der einzelnen Stöße vollständig mitteilen, um die Übereinstimmung der Versuche unter sich beurteilen zu lassen.

Extrastrome aus geradlinigen Drahten (bei gleichsinnig durchströmten Drahten.)

Intensität des induzierenden Stromes: 75,7.

$$q = 0,9830, \quad c = 0,016.$$

Ablesung corr. auf Bogen	Schwin- gungs- bogen α_n	$\alpha_n - q\alpha_{n-1}$	$\alpha_n + q\alpha_{n-1}$	Größe der einzelnen Stöße in Skalenteilen
				$kx = \frac{\alpha_n - q\alpha_{n-1} + c(\alpha_n + q\alpha_{n-1})}{2}$
517,2	30,7	—	—	—
547,9	72,0	41,8	102,3	21,7
475,9	111,3	40,5	182,5	21,7
587,2	149,4	40,0	258,8	22,1
437,8	186,5	39,6	338,4	22,4
624,3	222,3	39,0	405,6	22,7
402,0	254,7	36,2	473,2	21,9
656,7	285,5	35,1	535,9	21,8

Im Mittel ergibt sich $kx = 22,05$, die größte Abweichung beträgt weniger als $\frac{1}{30}$ des Wertes. Da in jedem Stoß 40 Extrastrome vereinigt waren, so betrug der von jedem einzelnen hervorgerufene Ausschlag nicht mehr als 0,551 Skalenteil. Etwa denselben Grad der Übereinstimmung zeigten auch die übrigen Multiplikationsreihen, für welche die einzelnen Stöße berechnet wurden.

Beschreibung der Apparate.

Ehe ich zu den einzelnen Versuchen übergehe, will ich diejenigen Anordnungen beschreiben, welche allen Versuchen gemeinsam waren.

1. Sollte bei gleicher induzierender Stromstärke und gleichen Werten der Potentiale die Intensität des Extrastromes im Galvanometer ein Maximum sein, so mußte der Widerstand des Galvanometers möglichst klein, derjenige der übrigen Zweige aber gleich sein. Diese Anordnung hatte noch einen besonderen Vorteil. Es bieten sich nämlich dem Schließungsstrom und dem Öffnungsstrom verschiedene Wege dar, da sich der erste auch durch die äußere Schließung entladen kann, der zweite nicht. Um daher alle Versuche auf gleiche Verhältnisse zu reduzieren, muß im allgemeinen eine Korrektur angebracht werden, welche von dem Widerstand der äußeren

Schließung abhängig ist. Diese Korrektur fällt weg, wenn der Widerstand der vier Zweige gleich ist. In der That, ist w dieser Widerstand, w_g der Widerstand des Galvanometers und w_x der Widerstand der Kette, so folgt für die Intensität im Galvanometer, wenn in einem Zweige die elektromotorische Kraft E wirkt, nach den gewöhnlichen Formeln $E/2(w+w_g)$, welcher Wert von w_x unabhängig ist.

Wurden also die vier Zweige gleich gemacht, so konnten die mit verschiedenen Ketten erhaltenen Resultate ohne weiteres verglichen werden.

2. Die passiven Widerstände der Brücke mußten so gewählt werden, daß der aus ihnen herrührende Teil des Extrastromes möglichst klein war. Es würden sich in dieser Hinsicht unpolarisierbare Flüssigkeitssäulen mit großem Durchmesser am meisten empfohlen haben, da das Potential solcher Säulen sehr klein ist. Indessen gelang es mir bei der großen Empfindlichkeit der Brücke nicht, solche von hinreichender Konstanz herzustellen. Ich wandte deshalb dünne Neusilberdrähte an, die durch Glasröhren gezogen und mit destilliertem Wasser umgeben waren, um gegen Temperaturänderungen geschützt zu sein. Dieselben wurden so angeordnet, daß die verschiedenen Zweigen angehörigen und in entgegengesetzter Richtung durchflossenen nebeneinander zu liegen kamen. Die noch übrig bleibenden Werte des Potentials waren klein und konnten mit hinreichender Genauigkeit in Rechnung gezogen werden. Da die Neusilberdrähte sehr dünn waren, lag die Gefahr nahe, daß dieselben bei der Umschaltung des Stromes geringen, aber schnell eintretenden Temperaturänderungen ausgesetzt seien. Solche Änderungen würden im Moment des Entstehens des Stromes die Brücke ungleich gemacht und so eine schwer zu kontrollierende Vergrößerung oder Verkleinerung des Extrastromes hervorgerufen haben. Bei einer letzten Versuchsreihe wandte ich daher cylindrische Stäbe von BUNSEN'scher Gaskohle, von 5 mm Durchmesser an, wie solche zur Erzeugung des elektrischen Lichtes gebraucht werden.

3. Die Messung der Intensität des induzierenden Stromes geschah außerhalb der Brücke; die angewandte Tangentenbussole bestand aus einem einfachen Kupferbügel von 213,2 mm Durchmesser, in dessen Mittelpunkt eine Nadel von ca. 25 mm

Länge an einem einfachen Coconfaden aufgehängt war. Um die Schwingungen derselben möglichst stark zu dämpfen, war sie in ein Gefäß mit destilliertem Wasser eingelassen. Die Ablesung geschah mit Skala und Fernrohr, die Entfernung der ersteren von der Bussole betrug 1295 mm, 1 Skalenteil Ablesung entspricht der absoluten elektromagnetischen Intensität 0,01218. Die Messung geschah unter allen Umständen so, daß der Ausschlag nach rechts, nach links und wieder nach rechts beobachtet wurde. Das Resultat ist bis auf $\frac{1}{100}$ seines Wertes sicher.

Zur Messung der Extraströme diente ein MEYERSTEIN'sches Galvanometer von sehr geringem Widerstande, wie solche bei Messungen mit dem Erdinduktor angewandt werden. Das Nadelpaar war astatisch an 12 einfachen Coconfäden aufgehängt, die Schwingungsdauer desselben betrug 27,66 Sekunden. Das Galvanometer war auf einem isolierten Steinpfeiler, 2905 mm von Skala und Fernrohr und etwa ebenso weit von der Brückenvorrichtung entfernt aufgestellt und mit letzterer durch parallele dicke Kupferdrähte verbunden.

4. Der Kommutator hatte bei jedem Durchgang der Nadel durch die Ruhelage schnell hintereinander die folgenden Operationen auszuführen:

- Einschaltung des Galvanometers in die Brücke,
- Umschaltung des Stromes,
- Umschaltung des Galvanometers
- ... (20mal wiederholt), ...
- Umschaltung des Stromes,
- Ausschaltung des Galvanometers.

Seine Einrichtung ist aus Fig. 1 ersichtlich. Am Rande einer um eine vertikale Axe drehbaren Scheibe sind in radialer Stellung 20 amalgamierte Kupferhäkchen von der Form Fig. 2 angebracht, welche in das Quecksilber der Gefäße *B* und *C* eben eintauchen. Sie stehen der Axe abwechselnd näher und ferner, so daß die inneren Spitzen der

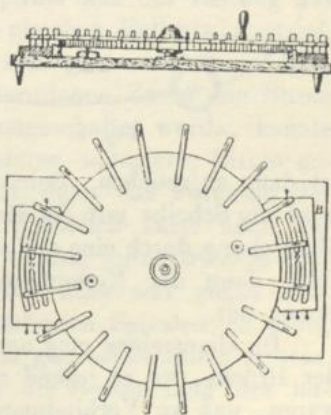


Fig. 1.

ferneren mit den äußeren Spitzen der näheren auf einem Kreise um die Axe liegen. Indem sie über das Gefäß *B*

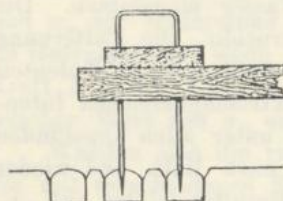


Fig. 2.

gleiten, schalten sie den Strom, indem sie über *C* gleiten, das Galvanometer um. Die Einrichtung der Quecksilbergefäße und die Art, wie die Umschaltung vor sich geht, ist aus Fig. 3 zu ersehen. Das Gefäß *B* steht dem Gefäß *C* nicht genau gegenüber, sondern ist um die halbe

Entfernung zweier Haken gegen dasselbe verschoben, so daß die Umschaltung des Galvanometers zwischen je zwei Umschaltungen des Stromes fällt. Während

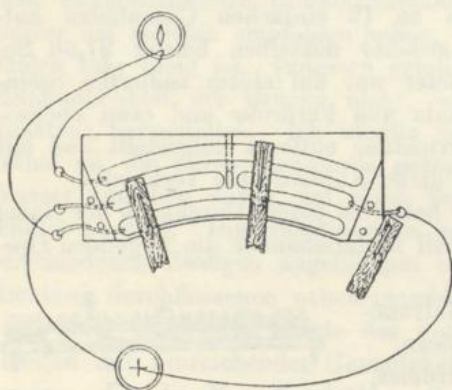


Fig. 3.

nach Erteilung des Induktionsstoßes die Nadel ihre Schwingung vollendet, stehen die Haken symmetrisch zum Gefäß *C*, derart, daß ein Haken über die Lücke des mittleren Napfes, die benachbarten rechts und links neben die Napfe zu stehen kommen; die Verbindung des Galvanometers mit der Brücke

ist dann aufgehoben. Sobald die Nadel die Ruhelage erreicht, wird die Scheibe mit der Hand gedreht und nach einer ganzen Umdrehung durch eine einfache Arretierung festgehalten, dabei führt dann der Kommutator die oben angegebenen Operationen aus.

Im allgemeinen mag noch bemerkt werden, daß die Drähte der Brücke, wo es irgend anging, direkt miteinander verlötet waren, nur wo Verbindungen häufig zu lösen und wiederherzustellen waren, wurden Klemmschrauben und Quecksilbernapfe angewandt.

Versuche mit doppeldräftigen Spiralen.

Ich komme jetzt zu den einzelnen Versuchen, zunächst zu denjenigen mit doppeldräftigen Spiralen. Zu denselben standen mir zwei vollkommen gleiche, sehr' regelmäsig gewickelte Spiralen zu Gebote, deren Länge 73,9 mm, deren äusserer und innerer Durchmesser resp. 83,6 und 67,3 mm betragen. Sie bestanden aus 8 Schichten zu je 68 Windungen. Die Gesamtlänge des Drahtes wurde durch Vergleichung mit dem Widerstand der obersten Schicht bestimmt und zu 130032 mm gefunden. Der Durchmesser des Drahtes betrug 0,93 mm, der Gesamtwiderstand ca. 3,1 S.-E. Da die Spiralen vollkommen gleich waren, wurden sie gleichzeitig benutzt und in die diagonal gegenüberstehenden Zweige der Brücke eingeschaltet. Die aus ihnen herrührenden Extraströme summierten sich dann in der Brücke.

Gemäfs den obigen Auseinandersetzungen waren die Induktionswirkungen zweier Potentiale P und P' zu beobachten, während der Widerstand der Leitung unverändert blieb. Das Potential P war das der in entgegengesetzter Richtung durchströmten Spiralen. Um ein zweites Potential P' zu erhalten, schaltete ich einen Zweig einer Spirale aus der Leitung aus und ersetzte ihn durch einen ihm gleichen Ballastwiderstand, dessen Gröfse sich in der Brücke sehr genau regulieren liefs.

Indem nun durch den freigewordenen Zweig ein Strom geleitet und in passender Weise ungeschaltet wurde, konnte der von dem einen Zweig im anderen induzierte Strom gemessen werden. Die Gröfse P' war dann das Potential des einen Zweiges auf den anderen. Natürlich hätte auch der Extrastrom aus den in gleicher Richtung durchströmten Spiralen benutzt werden können, dieser aber war gegen denjenigen aus entgegengesetzt durchströmten Spiralen zu grofs, um unter gleichen Bedingungen noch gut beobachtbar zu sein.

Es handelt sich zunächst um die Bestimmung der numerischen Werte von P und P' . P läfst sich aus den geometrischen Verhältnissen der Spiralen mit hinreichender Annäherung bestimmen und soll die Rechnung sogleich durchgeführt werden; P' hingegen läfst sich auf diesem Wege nur unter vereinfachenden Annahmen finden, welche einen beträchtlichen

Fehler mit sich bringen. Ich zog es daher vor, dasselbe durch den Versuch zu bestimmen, indem ich es mit dem bekannten Potential geradliniger Drähte verglich.

Bestimmung von P. Über die Lagerung der Drähte werden zunächst die folgenden Voraussetzungen gemacht, welche der Wahrheit sehr nahe kommen dürften:

1) In einer und derselben Schicht wechseln positiv und negativ durchströmte Drähte beständig ab, die Abstände der Mittellinien sind gleich und gleich dem mittleren Abstand, welchen man erhält, wenn man die Länge der Spirale durch die Zahl der Windungen dividiert. 2) Zwei benachbarte Schichten liegen seitlich um den halben Abstand zweier Mittelpunkte gegeneinander verschoben. Durch diese Annahmen ist die geometrische Lage der Drähte vollständig gegeben; ob aber die äußersten Drähte an den Enden der Spirale alle in gleichem Sinne durchströmt sind, oder ob Wechsel in dieser Hinsicht stattfinden, läßt sich für die inneren Schichten nicht konstatieren. Aus diesem Grunde und wegen der unvermeidlichen Unregelmäßigkeiten ist eine exakte Bestimmung des Potentials auch nicht möglich; es lassen sich nur Grenzen angeben, innerhalb deren es liegen muß, und es wird sich zeigen, daß diese Grenzen ziemlich eng gezogen werden können. Bei der Berechnung des Potentials einer Schicht auf sich selbst werden wir, ohne einen merklichen Fehler zu begehen, dieselbe aufschneiden, in eine Ebene ausbreiten und als Teil eines unendlich langen geradlinigen Drahtsystems betrachten können, dessen Querschnitt mit dem der Schicht zusammenfällt. Denn die Lagerung jedes Elementes zu den benachbarten Teilen wird dadurch nicht geändert, die Wirkung entfernter Teile aufeinander aber ist Null.

Zunächst bestimmen wir das Potential Π einer einzelnen Schicht auf sich selber. Sei die Länge der Drähte = S , ihr Radius = R , der Abstand zweier benachbarten = q , endlich ihre Zahl = n . Sei ferner $\frac{1}{2}\alpha_0$ das Potential eines Drahtes auf sich selber, α_m das Potential eines Drahtes auf den in der Entfernung $m q$ befindlichen, dann ist:

$$\alpha_0 = 2S \left(\log \frac{2S}{R} - \frac{3}{4} \right), \quad \alpha_m = 2S \left(\log \frac{2S}{mq} - 1 \right)$$

und man findet durch Abzählung:

$$II = na_0 - (2n-1)a_1 + (2n-2)a_2 - \dots - a_{2n-1} ,$$

und durch Einsetzung der Werte für die a :

$$II = 2Sn \left\{ \frac{1}{4} + \log \frac{q}{R} + \frac{1}{n} \log \frac{1^{2n-1} \cdot 3^{2n-3} \dots (2n-3)^3 (2n-1)}{2^{2n-2} \cdot 4^{2n-4} \dots (2n-2)^2} \right\} .$$

Der Quotient II/S hat also hier einen bestimmten Wert, welcher als das Potential der Längeneinheit bezeichnet werden kann.

Die direkte Berechnung des in obigem Ausdruck enthaltenen Logarithmus ist bei großen n nicht mehr wohl möglich, für solche ist daher ein Näherungswert zu finden. Zu dem Ende zerlegen wir den Ausdruck in:

$$n \log \frac{1^2 3^2 5^2 \dots (2n-3)^2 (2n-1)}{2^2 4^2 \dots (2n-2)^2} \\ + \log \frac{2^2}{1 \cdot 3} \cdot \frac{4^4}{3^2 5^2} \cdot \frac{6^6}{5^3 7^3} \dots \frac{(2n-2)^{2n-2}}{(2n-3)^{n-1} (2n-1)^{n-1}} ,$$

welche Teile gesondert berechnet werden sollen. Der erste kann geschrieben werden:

$$= n \sum_1^{n-1} \log \frac{(2m-1)(2m+1)}{(2m)^2} = n \sum_1^{n-1} \log \left(1 - \frac{1}{4m^2} \right) .$$

Da $1/4m^2$ für alle in Betracht kommenden Werte < 1 ist, können wir $\log(1 - 1/4m^2)$ entwickeln und erhalten für den ersten Teil:

$$- n \left\{ \frac{1}{4} \sum_1^{n-1} \frac{1}{m^2} + \frac{1}{3^2} \sum_1^{n-1} \frac{1}{m^4} + \dots \right\} ,$$

oder, wenn wir die Summen nach bekannten Formeln entwickeln:

$$= - n \left\{ \text{const.} - \frac{1}{4(n-1)} + \frac{1}{8(n-1)^2} - \frac{1}{24(n-1)^3} + \dots - \frac{1}{96(n-1)^3} + \dots \right\} .$$

Die Konstante ist offenbar $= -\log(2/\pi)$, denn für unendlich werdende n muß der ganze Ausdruck gegen die Grenze $n \log(2/\pi)$ konvergieren. Entwickeln wir die übrigen Glieder nach fallenden Potenzen von n und fassen die gleichen Potenzen zusammen, so erhalten wir schließlic den ersten Teil gleich:

$$\log \left(\frac{2}{\pi} \right)^n + \frac{1}{4} + \frac{1}{8n} + \frac{5}{96n^2} + \dots$$

Eine ganz analoge Rechnung läßt sich für den zweiten Teil durchführen, derselbe ist:

$$\begin{aligned} &= \sum_1^{n-1} \log \frac{2m^{2m}}{(2m-1)^m (2m+1)^m} = \sum_1^{n-1} \log \left(1 - \frac{1}{4m^2} \right)^m \\ &= \frac{1}{4} \sum_1^{n-1} \frac{1}{m} + \frac{1}{3^{\frac{1}{2}}} \sum_1^{n-1} \frac{1}{m^3} + \frac{1}{10^{\frac{1}{2}}} \sum_1^{n-1} \frac{1}{m^5} + \dots \end{aligned}$$

also nach der gleichen Rechnung wie oben:

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{4} \left(0,577216 + \log(n-1) + \frac{1}{2(n-1)} - \frac{1}{12(n-1)^2} + \dots \right) \\ &+ \frac{1}{3^{\frac{1}{2}}} \left(\sum_1^{\infty} \frac{1}{m^3} + \dots \right) - \frac{1}{2(n-1)^2} + \dots \\ &+ \frac{1}{10^{\frac{1}{2}}} \left(\sum_1^{\infty} \frac{1}{m^5} + \dots \right) \\ &+ \frac{1}{10^{\frac{1}{2} \cdot 4}} \left(\sum_1^{\infty} \frac{1}{m^7} + \dots \right) \\ &+ \dots \end{aligned}$$

Wird hierin das konstante Glied direkt berechnet, die übrigen Glieder aber nach fallenden Potenzen von n entwickelt, so wird der zweite Teil erhalten:

$$= 0,18848 + \frac{1}{4} \log n - \frac{1}{8n} - \frac{7}{192n^2} - \dots$$

Die Summe beider Teile ergibt das ganze gesuchte Glied:

$$\begin{aligned} &= 0,43848 + \log \sqrt[4]{n} \left(\frac{2}{\pi} \right)^n + \frac{3}{192n^2} + \dots \\ &= \log \left\{ 1,5503 \sqrt[4]{n} \left(\frac{2}{\pi} \right)^n \right\} + \frac{3}{192n^2} + \dots \\ &= n \log \left\{ \sqrt[4]{5,7773n} \cdot \frac{2}{\pi} \right\} + \frac{3}{192n^2} \dots, \end{aligned}$$

und sonach wird mit beträchtlicher Annäherung das Potential der Schicht auf sich selber:

$$H = 2Sn \left\{ \frac{1}{4} + \log \frac{2q \sqrt[4n]{5,7773n}}{R\pi} \right\}.$$

Für große n konvergiert die in dem Ausdrucke enthaltene Wurzel rasch gegen die Einheit, für solche Werte von n kann daher auch einfacher geschrieben werden:

$$H = 2Sn \left\{ \frac{1}{4} + \log \frac{2q}{R\pi} \right\}.$$

Zu dieser Annäherung gelangen wir direkt, wenn wir das Potential der ganzen Vorrichtung auf einen mittleren Draht berechnen und den erhaltenen Wert als für alle Drähte gültig annehmen. Dieser vereinfachten Methode können wir uns bedienen bei der Berechnung des Potentials zweier verschiedener Schichten aufeinander.

Es sei ϵ der senkrechte Abstand zweier Schichten voneinander, und es mögen in denselben die einzelnen Drahtpaare solche Lagen haben, daß sich die gleichsinnig durchströmten Drähte gegenüberliegen, so daß ihre Axen in einer zu beiden Schichten senkrechten Ebene sich befinden. Dann ist das Potential der einen Schicht auf einen mittleren Draht der anderen Schicht:

$$\begin{aligned} &= 2S \left\{ \begin{array}{l} \log 2S' - \log \epsilon \quad \quad \quad - 1 \\ - 2 \log 2S' + 2 \log \sqrt{\epsilon^2 + q^2} + 2 \\ + 2 \log 2S' - 2 \log \sqrt{\epsilon^2 + 4q^2} - 2 \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ - \log 2S' + \log \sqrt{\epsilon^2 + (2n+1)^2 q^2} + 1 \end{array} \right\}, \\ &= - 2S \log \frac{\epsilon(\epsilon^2 + 2^2 q^2)(\epsilon^2 + 4^2 q^2) \dots (\epsilon^2 + (2n)^2 q^2)}{(\epsilon^2 + q^2)(\epsilon^2 + 3^2 q^2) \dots \sqrt{\epsilon^2 + (2n+1)^2 q^2}}, \\ &= 2S \log \frac{1^2 + \left(\frac{\epsilon}{q}\right)^2}{\frac{\epsilon}{q}} \cdot \frac{3^2 + \left(\frac{\epsilon}{q}\right)^2}{2^2 + \left(\frac{\epsilon}{q}\right)^2} \dots \frac{\sqrt{(2n+1)^2 + \left(\frac{\epsilon}{q}\right)^2}}{\epsilon^2 + (2n)^2 q^2}. \end{aligned}$$

Für das hinter dem Logarithmenzeichen stehende Produkt erhalten wir einen Näherungswert in geschlossener Form, wenn wir die Gleichung:

$$\cos^2 \frac{z}{2} = \left(1 - \frac{z^2}{1^2 \pi^2}\right)^2 \left(1 - \frac{z^2}{3^2 \pi^2}\right)^2 \left(1 - \frac{z^2}{5^2 \pi^2}\right)^2 \dots$$

durch die andere:

$$\sin z = z \left(1 - \frac{z^2}{1^2 \pi^2}\right) \left(1 - \frac{z^2}{2^2 \pi^2}\right) \dots$$

dividieren, beiderseits $z = v\sqrt{-1}$ setzen und durch $\sqrt{-1}$ dividieren; wir erhalten hierdurch die Gleichung:

$$\frac{1 + e^{-v}}{1 - e^{-v}} = \lim \left\{ \frac{1^2 + \left(\frac{v}{\pi}\right)^2}{\frac{v}{\pi}} \cdot \frac{3^2 + \left(\frac{v}{\pi}\right)^2}{2^2 + \left(\frac{v}{\pi}\right)^2} \dots \frac{\sqrt{(2n-1)^2 + \left(\frac{v}{\pi}\right)^2}}{(2n)^2 + \left(\frac{v}{\pi}\right)^2} \right\},$$

und sonach wird das obige Potential für ein großes n näherungsweise:

$$= 2S \log \frac{1 + e^{-\frac{\varepsilon \pi}{q}}}{1 - e^{-\frac{\varepsilon \pi}{q}}},$$

oder bei Vernachlässigung von Gliedern von der Ordnung $e^{-3\varepsilon \pi / q}$

$$= 4S e^{-\frac{\varepsilon \pi}{q}}.$$

Indem wir diesen Ausdruck mit $2n$ multiplizieren, erhalten wir das Potential der einen Schicht auf die andere:

$$= + 8S n e^{-\frac{\varepsilon \pi}{q}}.$$

Wird nun die eine derselben gegen die bisher angenommene Lage seitlich um die Strecke q verschoben, so wird offenbar das Potential:

$$= - 8S n e^{-\frac{\varepsilon \pi}{q}};$$

für alle mittleren Lagen hat das Potential eine zwischen beiden extremen Werten liegende Größe. Wenn wir also den Einfluss der verschiedenen Schichten aufeinander überhaupt vernachlässigen, so beträgt der Fehler für jedes in Betracht kommende Paar von Schichten weniger als $8S n e^{-\varepsilon \pi / q}$.

Dabei sind jedoch je zwei unmittelbar benachbarte Schichten nicht in Rechnung zu bringen, da das Potential derselben aufeinander in der That mit großer Annäherung gleich Null ist. Durch Einsetzung solcher Werte von q , ϵ , R , welche den gewöhnlichen Verhältnissen entsprechen, überzeugt man sich leicht, daß der besprochene Fehler weniger als den 70ten Teil des Potentials der Schicht ausmacht. Insoweit wir aber von demselben absehen, erhalten wir das Potential der ganzen Spirale, indem wir das der einzelnen Schichten auf sich selbst einfach addieren, und es wird dasselbe daher schließlic, wenn wir mit l die gesamte in der Spirale enthaltene Drahtlänge bezeichnen:

$$P = l \left\{ \frac{1}{4} + \log \frac{2q \sqrt[4]{5,7773n}}{R\pi} \right\}.$$

Für die in unserem Falle vorliegenden Spiralen war:

$$l = 130032 \text{ mm}, \quad n = 34, \quad R = 0,465 \text{ mm}, \\ q = 1,087 \text{ mm}, \quad P = 89250 \text{ mm}.$$

Eine Bestimmung des hierbei möglicherweise begangenen Fehlers nach den obigen Prinzipien ergab denselben kleiner als 1200 mm.

Bestimmung von P' . Das Potential P' des einen Zweiges der Spirale auf den anderen wurde, wie schon bemerkt, durch Vergleichung mit dem Potential geradliniger Drähte bestimmt. Die Anordnung des Versuches zeigt die Fig. 4. A und B sind geradlinige, auf dem Boden des Laboratoriums ausgespannte Drahtsysteme von den eingeschriebenen Dimensionen, in A (dem induzierten Kreise) ist das Galvanometer und ein Zweig der Spirale C eingeschaltet, in B die Kette, die Tangentenbussole und der Kommutator.

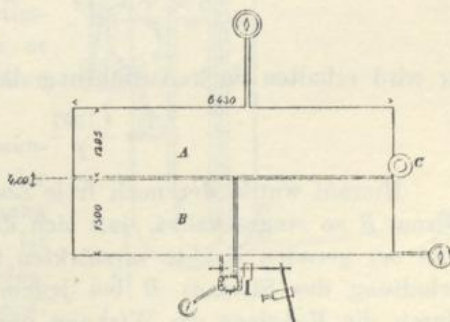


Fig. 4.

Es wurde zunächst die induzierende Wirkung des Kreises *B* auf *A* bestimmt. Da diese sehr klein war, so wurde die schon oben beschriebene Beobachtungs- und Rechnungsart in Anwendung gebracht, bei welcher der Kreis *A* im allgemeinen geöffnet war. Da die Wirkung des geradlinigen Systems *B* auf die Spirale *C* nicht Null war, so wurde letztere auf beide möglichen Arten in den Kreis *A* eingeschaltet. Die Werte des Induktionsstoffes wurden bei verschiedenen Intensitäten des induzierenden Stromes beobachtet; nachdem sie auf gleiche Intensität (100 Skalenteile der Tangentenbussole) reduziert waren, wurden sie gefunden

1) bei der ersten Schaltung der Spirale:

in Skalenteilen des Galvanometers

0,3997 0,3955 0,3791 0,4006 Mittel 0,3939;

2) bei der zweiten Schaltung:

0,3034 0,3102 Mittel 0,3068.

Das Mittel aus beiden Werten, nämlich 0,3502, entspricht der Induktion des Kreises *B* auf *A*. Das zugehörige logarithmische Dekrement war das der freischwingenden Nadel, nämlich:

$$\lambda = 0,0172.$$

Um mit den bei einer anderen Dämpfung gemachten Versuchen vergleichbar zu sein, muß der Stoff multipliziert werden mit:

$$\frac{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}{T} e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\pi}{\lambda}};$$

er wird erhalten nach Ausführung der Rechnung:

$$= \frac{1,1097}{T}.$$

Hierauf wurde der noch freie Zweig der Spirale *C* in den Strom *B* so eingeschaltet, daß sich die Wirkungen der Spirale und der geraden Drähte verstärkten und durch einfache Umschaltung des Stromes *B* bei jedem Durchgange der Nadel durch die Ruhelage die Wirkung des einen Zweiges auf den anderen beobachtet. Nach Reduktion auf die Intensität 100 wurden die Werte der Induktionsstoffe zu

164,3 164,7 im Mittel zu 164,5 Skalenteilen

gefunden. Das zugehörige Dekrement war diesmal $\lambda = 0,6362$, die entsprechende Reduktion auf eine ungedämpft schwingende Nadel giebt die Gröfse des Stofses:

$$= \frac{696,0}{T}$$

Von der Verschiedenheit der Schwingungsdauer je nach der statthabenden Dämpfung kann hier und im Folgenden abgesehen werden. Demnach verhält sich das Potential der Zweige der Spirale aufeinander zu dem der geradlinigen Drähte aufeinander wie:

$$696,0 - 1,1 : 1,1097 = 694,9 : 1,1097.$$

Das letztere Potential konnte leicht aus den geometrischen Verhältnissen der Drähte berechnet werden und wurde gefunden = 60428 mm, woraus dann das Potential des einen Zweiges der Spirale auf den anderen folgt:

$$= 37840000 \text{ mm.}$$

Die gleiche Gröfse hatte ich schon einmal auf einem etwas anderen, aber ungenaueren Wege bestimmt und gleich

$$38680000 \text{ mm}$$

gefunden. Beide Werte stimmen hinreichend überein, es soll jedoch nur der erstere benutzt werden.

Ausführung der Messungen. Die Anordnung der Brücke, welche zur Messung der Extrastrome diente, ist in Figur 5 genauer wiedergegeben. Die Einmündungsstellen des Stromes sind A und A' , die des Galvanometerdrahtes B und B' . Durch Verschiebung der Verbindung A' der Kette mit dem dicken Kupferdrahte EP wurde die Brücke reguliert. In die diagonal

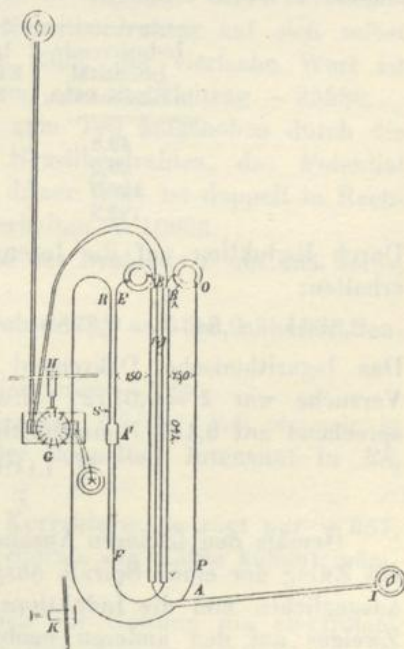


Fig. 5.

diagonal

gegenüberliegenden Zweige AB und AB' sind die Spiralen und in die anderen beiden Zweige die als passive Widerstände dienenden Neusilberdrähte eingeschaltet, letztere sind dicht nebeneinander so gelegt, daß der Strom in ihnen entgegengesetzte Richtung hat. Die von der Kette kommenden und die zum Galvanometer führenden Drähte passieren den Kommutator G , welcher so gestellt ist, daß er während der Beobachtung durch das Fernrohr H in Thätigkeit gesetzt werden kann. Bei einer Umdrehung desselben gehen 20 doppelte Extraströme aus je zwei Spiralen, im ganzen also 80 einfache Extraströme durch das Galvanometer. Die Tangentenbussole befindet sich in J , zu ihr gehört das Fernrohr K .

Zunächst wurde die Größe des Extrastromes aus entgegengesetzt durchströmten Zweigen bestimmt und für dieselbe die folgenden Werte erhalten:

Induzierende Intensität in Skalenteilen	Intensität des Extrastromes in Skalenteilen
48,8	0,1790
50,0	0,1738
123,2	0,4621
122,2	0,4417

Durch Reduktion auf die Intensität 100 werden die Werte erhalten:

0,3664 0,3476 0,3750 0,3600 im Mittel 0,3622.

Das logarithmische Dekrement der Nadel während dieser Versuche war $\lambda = 0,0172$, wird der obige Stofs dem entsprechend mit $3,168/T$ multipliziert, so wird er erhalten:

$$= \frac{1,1476}{T}$$

Gemäß den früheren Auseinandersetzungen wurde sodann ein Zweig der einen Spirale ausgeschaltet, die Brücke wieder ausgeglichen und die Induktionswirkung des frei gewordenen Zweiges auf den anderen beobachtet. Verschwand in dem ersteren ein Strom von der Intensität 100, so betrug der im Galvanometer beobachtete Stofs:

61,50 61,66 im Mittel 61,58 Skalenteile.

Das bei diesem Versuche vorhandene logarithmische Dekrement

war $\lambda = 0,4396$, der entsprechende Reduktionsfaktor $3,876/T$, und es wird sonach der reduzierte Stofs:

$$\frac{238,67}{T}$$

Bei den in der Brücke vorhandenen Widerständen und Stromverzweigungen entsprach also dieser Stofs dem Potential:

$$P' = 37840000.$$

Waren die Zweige der Spiralen in entgegengesetzter Richtung durchströmt, so war die entsprechende elektromotorische Kraft des Extrastromes für jede Spirale:

$$2P = 178500.$$

Hierzu tritt jedoch als Korrektur das Potential der übrigen Teile der Brücke, welches sich in folgender Weise berechnet:

1) Das Potential jedes Neusilberdrahtes auf sich selbst (Durchmesser 0,246 mm) war 6395, der vierfache Wert ist negativ in Rechnung zu ziehen, also der Beitrag -25580 .

2) Diese Wirkung wird zum Teil aufgehoben durch die Wirkung des benachbarten Neusilberdrahtes, das Potential beider aufeinander ist 5348, dieser Wert ist doppelt in Rechnung zu bringen, also wird erhalten $+10696$.

3) Das doppelte Potential des Drahtes OP auf sich selbst ist $+9028$.

4) Das Potential des Drahtes OP auf den näheren Neusilberdraht ist $+2789$.

5) Dasselbe auf den entfernteren -1230 .

6) Das Potential des Drahtes RS auf EA' , doppelt in Rechnung gezogen wegen der doppelten Intensität in RS , giebt den Beitrag $+5254$.

Die Summe aller dieser Korrekturen beträgt nur $+957$, wovon also auf jede einzelne Spirale die Hälfte kommt, nämlich $+478$ mm.

Es kommt also schliesslich zur Geltung die elektromotorische Kraft 178978, welche fast genau so groß ist wie die allein aus den Spiralen herrührende. Der Fehler dieses Wertes, welcher aus Vernachlässigung einzelner Teile des Potentials der Spiralen herrührt, beträgt nach dem Vorigen bis zu 2400 mm, von derselben Ordnung wird vermutlich der Fehler sein, wel-

cher aus Vernachlässigung einzelner Teile der Brücke entspringt.

Nach der Theorie müßte nun der Wert des Extrastromes aus entgegengesetzt durchströmten Spiralen die Gröfse haben:

$$\frac{238,67}{T} \cdot \frac{178\,978}{37840000} = \frac{1,1351}{T}$$

Der thatsächlich beobachtete Wert war $1,1476/T$. Die Abweichung beider beträgt wenig mehr als $\frac{1}{100}$ des ganzen Wertes, während die Fehler der Beobachtung und die Unbestimmtheit der Rechnung im besten Falle $\frac{1}{30}$ desselben ausmachen. Ist daher auch die große Übereinstimmung des berechneten und des beobachteten Wertes eine zufällige, so zeigt der Versuch doch, daß höchstens $\frac{1}{20}$ bis $\frac{1}{30}$ des an sich sehr kleinen Extrastromes aus doppeldrätigen Spiralen seine Entstehung einer trägen Masse der bewegten Elektrizität verdanken kann, und daß die oben angegebene Formel das Potential einer solchen Spirale in der That mit großer Annäherung giebt.

Weiterer Versuche mit Spiralen glaubte ich mich überheben zu dürfen; wenn auch die Beobachtung zu größerer Genauigkeit geführt werden könnte, so war doch eine exakte Bestimmung der in Betracht kommenden Potentialwerte durch die Rechnung nicht möglich.

Erste Versuchsreihe mit geradlinigen Drähten.

Um in dieser Hinsicht günstigere Bedingungen des Versuches zu erlangen, versuchte ich die Gröfse des aus entgegengesetzt durchströmten geradlinigen Doppeldrähten herrührenden Extrastromes zu bestimmen und mit der Theorie zu vergleichen.

Zu diesen Versuchen war die Brücke in folgender Weise geordnet. Drei der vier Widerstände, welche sämtlich wie früher gleich waren, wurden durch dünne Neusilberdrähte gebildet; zwei von diesen waren vollkommen gleich gestaltet, so daß die aus ihnen entspringenden Extrastrome sich aufgehoben; der dritte bestand aus einem in sich zusammengefalteten Draht, dessen Potential klein und genau zu berechnen war, es wurde gefunden $p = 6597$ mm. Diesem letzteren ent-

gegen wirkte der vierte Widerstand der Brücke, das zu untersuchende Drahtsystem. Dasselbe war auf dem Boden des Laboratoriums ausgespannt und mit dem Experimentiertisch durch vertikale Drähte verbunden; es hatte die Gestalt eines Rechtecks von 7229 mm Länge, 946 mm Breite, dessen Seiten aus je zwei in geringem Abstände verlaufenden Drähten bestanden, deren jeder einen Zweig des Systems bildete. Durch einen Kommutator konnte bewirkt werden, daß beide Zweige in gleicher oder in entgegengesetzter Richtung durchströmt wurden. Der benutzte Draht war harter Kupferdraht, sein Durchmesser wurde an mehreren Stellen mit Mikroskop und Mikrometerschraube bestimmt und mit kleinen Abweichungen im Mittel = 0,4104 mm gefunden. Um den Abstand der beiden Zweige genau festzuhalten, wurden die Drähte über Holzstützen mit genau passenden Einschnitten geleitet. Diese Stützen wurden mit Hilfe zweier zunächst angefertigter Messingschablonen hergestellt. An letzteren wurde die Entfernung der Drähte mit Mikroskop und Mikrometerschraube gemessen und so im Mittel gefunden gleich 2,628 mm von Mitte zu Mitte. Um die Drähte gegen schnelle Temperaturänderungen durch Luftströme zu schützen, waren dieselben in ihrer ganzen Länge mit einer Hülle von Baumwolle umgeben.

Das Potential der ganzen Vorrichtung, welche nur aus teils parallelen, teils zueinander senkrechten Drähten bestand, war nach den schon früher angegebenen Formeln leicht und exakt zu bestimmen; es fand sich:

- 1) bei gleichgerichteter Durchströmung der Zweige:

$$P' = 486\,200 \text{ mm};$$

- 2) bei entgegengesetzt gerichteter Durchströmung der Zweige:

$$P = 96580 \text{ mm}.$$

Es ergibt sich sonach das Intensitätsverhältnis der in beiden Fällen zu erwartenden Extraströme:

$$= \frac{P' - p}{P - p} = 5,330 \quad .$$

In dieser Berechnung ist nur vernachlässigt die Wirkung der Kommutatoren, der verschiebbaren Vorrichtung zur Regu-

lierung der Brücke, und die des äußeren Stromkreises auf die Teile der Brücke. Der Einfluss dieser Wirkungen ist sehr klein, und der aus ihnen entspringende Fehler verschwindet jedenfalls gegen denjenigen, welcher aus der Beobachtung herrührt.

Die nach der schon früher auseinandergesetzten Methode angestellte und berechnete Beobachtung ergab die folgenden Resultate.

1) bei gleichgerichteten Zweigen:

Intensität des induzierenden Stromes in Skalenteilen der Tangentebusssole	Größe des einfachen Extrastromes in Skalenteilen des Galvanometers	Intensität des induzierenden Stromes in Skalenteilen der Tangentebusssole	Größe des einfachen Extrastromes in Skalenteilen des Galvanometers
152,7	1,121	78,9	0,561
75,7	0,551	78,4	0,548
93,6	0,673	74,2	0,549
116,4	0,831	145,2	1,065
67,6	0,478	—	—

Durch Reduktion auf die Intensität 100 Skalenteile werden die Werte erhalten:

7,43 7,28 7,20 7,14 7,07 7,11 7,01 7,37 7,33 im Mittel 7,213
mit einem mittleren Fehler von 0,137 oder $\frac{1}{60}$ des ganzen Wertes.

2) bei entgegengesetzt durchströmten Zweigen:

Intensität des induzierenden Stromes	Intensität des Extrastromes	Intensität des induzierenden Stromes	Intensität des Extrastromes
152,7	0,2088	150,5	0,2025
152,7	0,2051	116,1	0,1443
140,1	0,1872	288,9	0,3992
139,0	0,1817	—	—

Durch Reduktion auf die Intensität 100 werden die Werte erhalten:

0,1367 0,1344 0,1337 0,1307 0,1345 0,1243 0,1382.

Die sechste Beobachtung, deren große Abweichung von den übrigen offenbar von einem besonderen Fehler herrührt, soll verworfen werden, die übrigen geben im Mittel 0,1348 mit

einem mittleren Fehler von 0,0028 oder ca. $\frac{1}{60}$ des ganzen Wertes. Das beobachtete Verhältnis der beiden Extrastrome:

$$= \frac{7,213}{0,1348} = 5,352$$

weicht von dem berechneten = 5,330 nur um $\frac{1}{60}$ ab, die Abweichung liegt also durchaus innerhalb der unvermeidlichen Fehler der Beobachtung.

Es muß bemerkt werden, daß in die oben gegebenen Resultate alle Beobachtungen ohne Unterschied aufgenommen worden sind.

Zweite Versuchsreihe mit geradlinigen Drähten.

Noch eine zweite Versuchsreihe mit geradlinigen Drähten wurde angestellt, welche sich von der vorigen nur dadurch unterschied, daß an Stelle des zusammengefalteten Neusilberwiderstandes ein Widerstand von BUNSEN'scher Gaskohle angewandt wurde, und daß auch für das stromgebende Drahtsystem ein stärkerer Kupferdraht gewählt wurde. Es sollte diese Abänderung die bei den vorigen Versuchen vorliegende Gefahr beseitigen, daß während der Umschaltung selbst eintretende kleine Temperaturschwankungen eine Abänderung der scheinbaren Größe des Extrastromes hervorrufen, also etwa eine Abweichung desselben vom Potentialgesetz verdecken könnten. Um derartige und ähnliche Störungen bemerkbarer zu machen, wurden die Extrastrome bei einer möglichst großen Zahl verschiedener Intensitäten des induzierenden Stromes beobachtet. Die Abweichung der Integralstärke der Extrastrome von der Proportionalität mit diesen Intensitäten mußte ihre Ursache notwendig in solchen Störungen haben.

Der Durchmesser des angewandten Drahtes war 0,6482 mm, der Abstand der beiden Zweige 3,441 mm. Das Potential wurde genau wie oben berechnet, und es wurde gefunden:

$$2P' = 920956 \text{ mm}, \quad 2P = 185252 \text{ mm}.$$

Das Potential des entgegenwirkenden Kohlenwiderstandes war:

$$2p = 2997 \text{ mm},$$

also das berechnete Verhältniß der Extraströme:

$$\frac{P-p}{P-p} = 5,0367 .$$

Die Versuche gaben die folgenden Resultate:

Nr.	Intensität des induzieren- den Stromes	Intensität der Extraströme			
		bei entgegen- gesetzten Zweigen	bei gleich- gerichteten Zweigen	auf Intensität 100 reduziert bei entgegen- gesetzten Zweigen	bei gleich- gerichteten Zweigen
1.	11,3	0,0275	0,1225	0,2434	1,084
2.	17,2	0,0492	0,1940	0,2860	1,127
3.	18,8	0,0478	0,2082	0,2542	1,107
4.	20,9	0,0582	0,2430	0,2784	1,162
5.	24,1	0,0628	0,2775	0,2606	1,152
6.	27,7	0,0700	0,3235	0,2527	1,167
7.	33,3	0,0857	0,3792	0,2537	1,138
8.	37,2	0,0957	0,4015	0,2572	1,080
9.	47,7	0,1057	0,5243	0,2216	1,099
10.	57,8	0,1330	—	0,2301	—
11.	66,2	0,1478	0,7357	0,2234	1,112
12.	72,7	0,1555	—	0,2139	—
13.	88,7	0,2135	—	0,2135	—
14.	108,6	0,2432	—	0,2240	—
15.	108,7	0,2945	1,1425	0,2158	1,051
16.	141,3	0,3005	1,1825	0,2128	1,049
17.	172,6	0,3872	—	0,2276	—
18.	192,1	0,4105	—	0,2138	—

Als Mittelwert des Extrastromes bei gleichgerichteten Zweigen und Intensität 100 wird erhalten 1,111 mit dem mittleren Fehler 0,038. Hieraus und aus dem berechneten Verhältniß würde für die Gröfse des Extrastromes bei entgegengesetzt durchströmten Zweigen folgen 0,2203. Vergleicht man diesen Wert mit den beobachteten, so sieht man, dafs die bei ganz schwachen Strömen beobachteten Werte bedeutend gröfser sind; und auch der Mittelwert sämtlicher Beobachtungen, nämlich 0,2379, weicht von der Rechnung ab. Indessen erkennt man auch, dafs aus dieser Abweichung ein Schlufs in Bezug auf eine Masse in keiner Weise berechtigt wäre, da sie nur bei denjenigen Beobachtungen stattfindet, welche wegen der Kleinheit der Wirkungen schon sehr unsicher waren, auch unter sich schlecht übereinstimmen. Benutzt man nur die bessere Hälfte der Versuche, von Nr. 8 an, so erhält man für den Extrastrom aus entgegengesetzten

Zweigen den Mittelwert 0,2197 mit dem mittleren Fehler 0,0060, und für das Verhältnis der beiden Extraströme 5,054, einen Wert, welcher von dem berechneten 5,037 um eine Gröfse abweicht, die vollständig innerhalb der unvermeidlichen Beobachtungsfehler liegt. Die Abweichung der kleineren beobachteten Werte läfst sich leicht und auf verschiedene Weise auf thermische, magnetische oder diamagnetische Ursachen zurückführen, deren Wirkung nicht der Intensität proportional wächst, sondern schnell ein Maximum erreicht.

Rekapitulation der Resultate und Folgerungen.

Um aus den Versuchen eine obere Grenze für die Gröfse μ , deren Bedeutung in der Einleitung festgestellt wurde, abzuleiten, mögen die Resultate kurz rekapituliert werden.

Wir gehen aus von den Formeln:

$$m = P \left\{ \frac{J}{J'} \frac{P'}{P} - 1 \right\}, \quad \mu = \frac{qm}{l}.$$

Die hierin vorkommenden Gröfsen hatten bei den verschiedenen Versuchen die folgenden Werte.

1) Bei den Versuchen mit den Spiralen war:

$$\begin{array}{ll} l = 130032 & P' = 37840000 \\ q = 0,6793 & J = 1,1476 \\ P = 89250 & J' = 238,67 \end{array}$$

Der wahrscheinliche Fehler der einzelnen Angaben läfst sich nicht genau feststellen, da die zugehörigen Messungen und die dabei vorhandenen Fehlerquellen sehr mannigfaltig waren, jedoch ist sicher bei keiner Messung ein Fehler begangen, der gröfser als $\frac{1}{20}$ des Wertes war, und auch die Fehler der Rechnung, durch welche P bestimmt wurde, können nach dem Obigen diese Gröfse nicht erreichen. Nehmen wir daher an, dafs die Gröfse $JP'/J'P$, welche sich aus den Beobachtungen zusammensetzt, um $\frac{1}{20}$ ihres Wertes falsch sei, in dem Sinne, dafs eine vorhandene Wirkung der Masse dadurch verdeckt wird, so werden wir eine Grenze erhalten, deren Überschreitung sehr unwahrscheinlich ist, nämlich:

$$m < 89250 \left\{ \frac{J}{J'} \frac{P'}{2P} \cdot \frac{21}{20} - 1 \right\}^1),$$

$$m < 6668, \quad \mu < 0,0348 \text{ mm}^2.$$

2) Eine engere Grenze erhalten wir aus den ersten Versuchen mit geradlinigen Drähten. Hier war:

$$l = 35892, \quad P = 89980, \quad J' = 0,7213,$$

$$q = 0,1323, \quad \frac{P'}{P} = 5,330, \quad J = 0,1348.$$

Die berechneten Potentiale können als exakt richtig angenommen werden, da ihr Fehler wohl kaum $\frac{1}{1000}$ erreicht. Für die Größen J und J' können die wahrscheinlichsten Fehler aus den Versuchen abgeleitet werden, sie werden erhalten:

$$\text{für } J' = 0,0092, \quad \text{für } J = 0,0019.$$

Nehmen wir hier an, daß beide Intensitäten um die volle Größe des wahrscheinlichsten Fehlers falsch gemessen seien, und zwar beide in ungünstigem Sinne, also J zu klein, J' zu groß, so erhalten wir:

$$m < 89980 \left\{ 5,330 \cdot \frac{0,1367}{0,7121} - 1 \right\},$$

$$m < 2085, \quad \mu < 0,0077 \text{ mm}^2.$$

3) Bei der zweiten Versuchsreihe mit geradlinigen Drähten war:

$$l = 35892, \quad P = 92620, \quad J' = 1,111,$$

$$q = 0,3300, \quad \frac{P'}{P} = 5,0367, \quad J = 0,2196.$$

Bei der Bestimmung von J sind nur die Beobachtungen von Nr. 8 an benutzt. Die sich aus den Versuchen ergebenden wahrscheinlichsten Fehler sind:

$$\text{für } J' = 0,026, \quad \text{für } J = 0,0040.$$

Die gleiche Annahme wie oben ergibt hier:

$$m < 92620 \left\{ 5,0367 \cdot \frac{0,2236}{1,085} - 1 \right\},$$

$$m < 3521, \quad \mu < 0,0323 \text{ mm}^2.$$

¹⁾ Der Bruch P'/P ist hier durch $P'/2P$ zu ersetzen, da P' das Potential eines Leiters auf einen anderen, P ein Eigenpotential bezeichnet.

Die Grenze wird hier nicht so eng erhalten wie bei den vorigen Versuchen, hauptsächlich aus dem Grunde, weil dort q , der Querschnitt des Drahtes, kleiner, also die Bedingung für das Bemerkbarwerden der Masse günstiger war.

Unter Benutzung der ersten Versuchsreihe mit geradlinigen Drähten, als der besten, erhalten wir also das Resultat:

Die kinetische Energie der elektrischen Strömung in einem Kubikmillimeter eines kupfernen Leiters, welcher von einem Strome von der elektromagnetischen Dichtigkeit 1 durchflossen wird, beträgt weniger als:

0,008 Milligrammmillimeter.

Da die kinetische Energie gleich der halben Masse multipliziert mit dem Quadrate der Geschwindigkeit ist, so ist die Masse der positiven Elektrizität in 1 mm^3 :

$$< \frac{0,008 \text{ mg}}{v^2},$$

ist beispielsweise $v = 1 \text{ mm}$, 10 mm etc., so ist die Masse der positiven Elektrizität $< 0,008 \text{ mg}$, $< 0,00008 \text{ mg}$ etc.

Es muß jedoch die Bemerkung gemacht werden, daß möglicherweise die kinetische Energie der Strömung die hier gesteckten Grenzen überschreitet, ohne daß deshalb die Beobachtungen einen Fehler in sich schlössen. Verhält sich nämlich die Leitungsfähigkeit der Metalle wie die Dichtigkeit der in ihnen enthaltenen Elektrizität, so müssen die in zwei Drähten von gleichem Widerstand von der Trägheit herrührenden elektromotorischen Kräfte gleich sein, welches auch immer Material, Länge und Querschnitt der Drähte ist. Es mußten in diesem Falle auch die aus den vier Zweigen der Brücke herrührenden Extraströme, soweit sie ihre Entstehung einer Masse verdanken, gleich sein und sich daher aufheben. Nur unter der Annahme, daß obige Proportionalität nicht stattfindet, sondern daß die Dichtigkeit der Elektrizität in den verschiedenen Leitern wenigstens annähernd die gleiche sei, war es erlaubt, von der Wirkung der in den kurzen Neusilber- und Kohlenzweigen bewegten Masse abzusehen, wie wir es gethan haben.

Umgekehrt, gelänge es, auf anderem Wege nachzuweisen, daß die lebendige Kraft der elektrischen Strömung die oben

aufgestellte Grenze überschreitet, so würden die obigen Versuche den Beweis liefern, daß sich die Dichtigkeiten der Elektrizität in den benutzten Materien verhalten wie deren Leitungsfähigkeiten.

Eine Entscheidung über die vorgeführten Möglichkeiten ist der Theorie nach zu erlangen durch dynamometrische Versuche oder durch die Beobachtung des zeitlichen Verlaufes der Induktions- und Extraströme; praktisch aber versprechen alle Versuchsanordnungen, die ich ausfindig zu machen imstande war, nur dann Aussicht auf Erfolg, wenn die träge Masse die hier festgesetzte Grenze um viele tausendmale überschreitet.

Zum Schlusse will ich, unter Ausschluss der zuletzt besprochenen Annahme, die gefundene Grenze für die Größe μ in die Rechnungen einsetzen, welche von Hrn. Geheimrat HELMHOLTZ im 72. Bande des BORCHARDT'schen Journals¹⁾ ausgeführt sind. Es wird dort gezeigt, daß unter gewissen, näher bestimmten Voraussetzungen und unter Annahme des WEBER'schen Gesetzes in einer leitenden Kugel vom Radius \mathfrak{R} gewisse Strömungsformen, die durch eine Ordnungszahl α gegeben sind, dann instabil werden, wenn nach unserer Bezeichnungsweise:

$$\mathfrak{R} > \alpha \sqrt{\frac{\mu\pi}{2}} \text{ ist. } ^2)$$

Hieraus und aus der für μ gefundenen Grenze $\mu = 0,008 \text{ mm}^2$ ergibt sich, daß unter den gemachten Voraussetzungen die erste und Grundströmung schon in einer Kugel von 0,11 mm Radius instabil werden würde, und daß in einer Kugel von 1 cm Radius schon die ersten 90 Teilströmungen, also nahezu die gesamte Strömung ins Unendliche würde wachsen können.

Extraströme in Eisendrähten.

Ist der durchflossene Draht fähig, magnetische Polarität anzunehmen, so wird dieser Umstand eine ähnliche Vermeh-

¹⁾ [Wiss. Abh. Bd. I. S. 589.]

²⁾ Unsere Größe μ ist in der dort benutzten Bezeichnungsweise ausgedrückt gleich $\mu/2A^2$.

rung des Eigenpotentials zur Folge haben, wie eine etwa vorhandene träge Masse der Elektrizität; die Grösse der Polarisationsfähigkeit wird sich daher nach derselben Methode bestimmen lassen, welche wir zum Nachweis einer trägen Masse in Anwendung zu bringen gesucht haben.

Teils um mich von der Brauchbarkeit der Methode zu diesem Zwecke zu überzeugen, teils um eine Schätzung darüber zu erhalten, wie weit die magnetischen Eigenschaften anderer Metalle zu Störungen Anlaß geben könnten, stellte ich einige Versuche mit Eisendrähten an. In denselben war der zu untersuchende Widerstand der Brücke aus einem weichen Eisendrahte von 0,66 mm Durchmesser und 14070 mm Gesamtlänge gebildet, der, ähnlich wie früher der Kupferdraht, aus zwei Zweigen bestand, welche in zwei verschiedenen Weisen geschaltet werden konnten. Die Form des Drahtes bestand wieder aus Rechtecken, so daß für beide Schaltungen sich die Eigenpotentiale der Vorrichtung genau berechnen ließen. Aus den bei diesen beiden Potentialen erhaltenen Werten des Extrastromes mußte sich der Theorie nach schon die Vermehrung des Eigenpotentials durch den Magnetismus berechnen lassen, in Wirklichkeit zeigte sich dies nicht thunlich, da die Wirkung des Magnetismus nicht klein, sondern sehr groß gegen die reine Induktionswirkung war. Es wurde deshalb an Stelle des Eisendrahtes ein Zweig einer der früher erwähnten Spiralen mit dem nötigen Ballastwiderstande in die Brücke eingeschaltet und mit dem Extrastrome, welchen dies bekannte Potential hervorbrachte, der Extrastrom aus dem Eisendrahte verglichen.

Die Beobachtungen wurden nach den früher besprochenen Methoden angestellt; ihre Details bieten kein Interesse, sie gaben aber die Daten an die Hand, um in absolutem Maße die in dem Eisendrahte wirkenden magnetisierenden Kräfte sowohl als auch die erreichten Polarisierungen zu bestimmen. Die Resultate sind in folgender kleinen Tabelle zusammengestellt. Die erste Spalte giebt in absolutem Maße den Wert der magnetisierenden Kraft K an der Mantelfläche des cylindrischen Drahtes (von wo aus sie gegen die Axe zu abnimmt, proportional dem Abstände von der Axe); die zweite Spalte

giebt die aus den zugehörigen Beobachtungen berechneten Werte der sogenannten Polarisationskonstanten θ :

K	θ	K	θ
0,96	8,12	1,98	8,83
1,17	8,42	2,94	9,67
1,47	9,02	3,12	9,67
1,62	8,92	3,99	9,96
1,74	8,65	7,20	11,60

Diese Werte von K und θ können selbstverständlich nur nahezu als zusammengehörige Werte bezeichnet werden. Abgesehen von manchen Unregelmäßigkeiten zeigt sich, daß innerhalb der vorliegenden Grenzen θ wächst mit K , ein Verhalten, welches unter anderen Umständen schon häufig beobachtet ist. Die Beobachtungen auf größere Stromstärken auszudehnen, war wegen der zu beträchtlichen Wärmeentwicklung im Eisendrahte nicht möglich.