Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1862

Pendelschwingungen

urn:nbn:de:bsz:31-270970

Zeitmessung durch Uhren.

Die Zeit kann durch gleichförmige und durch gleichförmig periodische Bewegungen gemessen werden. Ist eine stetig gleichförmige Bewegung vorhanden, so werden bei derselben in gleichen Zeiten gleich lange Wege zurückgelegt. Nimmt man als Zeiteinheit diejenige Zeit an, in der eine ganz bestimmte Weglänge s zurückgelegt wird, so findet man irgend eine andere Zeit T, in welcher ein Weg S zurückgelegt wird, indem man diesen Weg S durch den einer Zeiteinheit entsprechenden Weg s dividirt.

Bei einer solchen stetig gleichförmigen Bewegung kann möglicher Weise jede beliebige Zeit gleich genau bestimmt werden.

Durch periodische, z. B. durch schwingende Bewegungen, können mit Genauigkeit nur solche Zeiten gemessen werden, die ganze vielfache von der Zeit einer Schwingung sind. Zeittheilchen, die kleiner als eine Schwingungszeit sind, müssen in diesem Falle durch Schätzung bestimmt werden.

Uhren sind Messapparate, welche entweder eine stetig gleichförmige oder eine periodisch gleichförmige Bewegung darbieten. Eine natürliche Uhr der ersteren Art ist die Erde durch ihre gleichförmige Axendrehung. Eine künstliche Uhr mit stetig gleichförmiger Bewegung erhält man durch das sogenannte Centrifugal-Pendel.

Bei den meisten Uhren werden jedoch periodische Schwingungen zur Zeitmessung benutzt und zwar entweder Pendelschwingungen oder Schwungradschwingungen. Wir werden uns nun mit der Theorie dieser beiden Schwingungen beschäftigen.

Pendelschwingungen.

Eine genaue Theorie der Pendelschwingungen erfordert, dass alles berücksichtigt werde, was auf die Bewegung Einfluss haben kann. Es ist daher zu berücksichtigen:

1) Das Gewicht des Pendels und aller Theile, die mit demselben schwingen. 2) Die Widerstände, welche der Aufhängungsmechanismus verursachen kann. 3) Der Gewichtsverlust des Pendels in der Luft, welcher gleich ist dem Gewicht eines Luftvolumens, das so gross ist, als das Volumen des Pendels. 4) Der Luftwiderstand. 5) Die Temperatur der Luft, in welcher das Pendel schwingt. Von diesen Einflüssen kann jedoch nur der erste, von dem Gewichte herrührende mit voller Genauigkeit in Rechnung gebracht werden, alle

übrigen können nur annähernd durch mehr oder weniger naturgemässe Annahmen beachtet werden. Berücksichtigen wir zunächst nur allein das Gewicht, die Form und die Masse des Pendels, und vernachlässigen die unter 2 bis 5 angeführten Nebenumstände, dann erhalten wir folgende

Annäherungstheorie der Pendelschwingungen.

Es sei, Fig. 2, Tafel XXV., A der Drehungspunkt des Pendels. A x eine durch A gehende Vertikallinie, in welcher der Schwerpunkt des Pendelkörpers liegen wird, wenn dasselbe ruht. Dreht man das Pendel aus seiner Ruhelage bis der Schwerpunkt nach B fällt, und überlässt es dann der Einwirkung der Schwere, so schwingt es gegen die Ruheposition hin und es gelangt der Schwerpunkt nach einiger Zeit nach C. Es sei $\widehat{xAB} = \alpha$, $\widehat{CAB} = \varphi$, $\overline{AB} = \overline{AC} = l$ die Entfernung des Schwerpunktes vom Drehungspunkt, t die Zeit, welche verflossen ist, während das Pendel um den Winkel φ gedreht wurde. G das Gewicht des Pendelkörpers in Kilogrammen. M die auf den Schwerpunkt reduzirte Masse des Pendels, d. h. M ist eine ideale Masse, welche statt der wirklichen Masse des Pendels, in den Schwerpunkt concentrirt, ein eben so grosses Trägheitsmoment gibt als das wirkliche Pendel. Die drehende Bewegung des Pendels erfolgt genau so, wie wenn im Schwerpunkt eine Masse M concentrirt wäre, auf welche nach vertikaler Richtung eine Kraft gleich dem Gewicht G einwirkt.

Nun ist $\frac{d\varphi}{dt}$ die Winkelgeschwindigkeit, $l\frac{d\varphi}{dt}$ die absolute Geschwindigkeit des Punktes C, $d\left(l\frac{d\varphi}{dt}\right) = l\frac{d^2\varphi}{dt}$ die Aenderung dieser Geschwindigkeit im Zeitelemente dt, daher $\frac{l\frac{d^2\varphi}{dt}}{dt} = l\frac{d^2\varphi}{dt^2}$ die Beschleunigung von C, demnach [vermöge Gleichung (3), Prinzipien der Mechanik, Seite 53]:

$$l\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{1}{2}\frac{G}{M}\sin(\alpha-\varphi) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Diese Gleichung lässt sich zwar einmal integriren, wodurch man $\frac{d\varphi}{dt}$ als Funktion von t erhält, allein die zweite Integration, wodurch φ als Funktion von t erhalten wird, führt auf ein elliptisches Integrale. Für Anwendungen der Pendeltheorie auf Uhren darf man sich erlauben α und folglich auch $\alpha-\varphi$ als einen so kleinen Winkel