Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1862

Garnwage

urn:nbn:de:bsz:31-270970

Brückenwagen für schwere Lasten.

Diese Wagen dienen vorzugsweise zur Gewichtsbestimmung von beladenen Lastwagen, und ist das Gewicht in der Schale in der Regel $=\frac{1}{100}$ von dem Gewicht der Last.

Die Zeigerwage und die Garnwage.

Die Zeigerwage ist in der Weise eingerichtet, dass sie durch die Stellung eines Zeigers das Gewicht eines Körpers angibt. Sie wird theils zur Abwägung der Briefgewichte, insbesondere aber in den Baumwollspinnereien zum Sortiren der Garne gebraucht. Wir wollen uns mit der Theorie dieser Garnwage beschäftigen. Aus dem gesponnenen Garne werden sogenannte Strehne gebildet, von denen jeder nach der französischen Garnnummerirung eine Fadenlänge von 1000 Meter enthält. Die Feinheit des Garns wird gemessen, indem man die Anzahl der Strehne angibt die zusammen $\frac{1}{2}$ Kilogramm wiegen. Nennt man also allgemein n die Feinheits-Nummer eines Garnes, q das Gewicht eines Strehnes in Kilogrammen von 1000 Meter Fadenlänge, so ist

$$q = \frac{1}{2\,n} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

und es ist auch n die Anzahl der Strehne, die zusammen $\frac{1}{2}$ Kilogramm wiegen.

Diese Garnwage besteht aus einem um eine horizontale Axe möglichst beweglichen Winkelhebel, dessen Schwerpunkt nicht in der Drehungsaxe liegt. Einer der Arme ist mit einem Zeiger versehen, der auf eine eingetheilte Bogenskala zeigt, das Ende des Armes ist mit einem leichten Häkchen versehen, an welches der Strehn gehängt wird, dessen Nummer bestimmt werden soll. Wird ein Strehn angehängt, so nimmt der Winkelhebel eine Stellung an, bei welcher das Gewicht des Strehnes mit dem Gewichte des Winkelhebels im Gleichgewicht ist, der Zeiger weist dann auf eine bestimmte Stelle der Bogentheilung, und wenn diese in angemessener Weise angeordnet ist, so wird durch die Stellung des Zeigers das Gewicht des Strehnes angegeben.

Es sei, Fig. 17, Tafel XXIV., C der Drehungspunkt des Winkelhebels, B der Anhängepunkt des Strehnes, A der Schwerpunkt des Winkelhebels,

p das Gewicht des Winkelhebels in Kilogrammen,

$q = \frac{1}{2\,n}$ das Gewicht des Strehnes von Nummer n,

$\alpha = \widehat{A\,C\,B}$ der Winkel, den die Verbindungslinie des Drehungspunktes C mit dem Schwerpunkt A und mit dem Aufhängepunkt B zusammen bilden,

φ der Winkel, welchen der Zeigerarm $A\,C$ mit einer durch C gezogenen Horizontallinie bildet, wenn der Strehn mit dem Gewicht des Armes im Gleichgewicht ist,

$\left.\begin{matrix} C\,A = a \\ C\,B = b \end{matrix}\right\}$ die Entfernungen der Punkte A und B von C,

so ist die Bedingungsgleichung des Gleichgewichtes:

$$p\;a\;\cos\varphi = q\;b\;\cos\left[\pi - (\alpha + \varphi)\right]$$

oder

$$p\;a\;\cos\varphi = -\,b\;q\;\cos(\alpha + \varphi) = b\;q\;(\sin\alpha\,\sin\varphi - \cos\alpha\,\cos\varphi)$$

hieraus folgt:

$$\operatorname{tang}\varphi = \operatorname{cotg}\alpha + \frac{p\;a}{b\,q\,\sin\alpha} \;\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

oder wenn man q durch n ausdrückt:

$$\operatorname{tang}\varphi = \operatorname{cotg}\alpha + 2\,\frac{p\;a}{b}\,\frac{n}{\sin\alpha} \;\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Diese Gleichung bestimmt die Gleichgewichtslage des Winkelhebels. Hängt man an die Wage statt des Strehnes von Nr. n einen leichteren Strehn von Nr. $n+1$, so tritt nun eine Gleichgewichtslage ein, in welcher der Zeiger $A\,C$ mit der horizontalen Richtung einen Winkel φ_1 bildet. Zur Bestimmung dieses Winkels erhält man aus (3), wenn man in derselben $n+1$ statt n, und φ_1 statt φ setzt, folgenden Ausdruck:

$$\operatorname{tang}\varphi_1 = \operatorname{cotg}\alpha + \frac{2\;p\;a}{b\,\sin\alpha}\,(n+1) \;\ldots\ldots \quad (4)$$

Die Differenz der Gleichungen (4) und (3) gibt:

$$\operatorname{tang}\varphi_1 - \operatorname{tang}\varphi = \frac{2\;p\;a}{b\,\sin\alpha} \;\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Da für eine bestimmte Anordnung $\frac{2\;p\;a}{b\,\sin\alpha}$ eine constante Grösse ist, so folgt aus Gleichung (5), dass für jede Aenderung der Garnnummer um eine Einheit die Aenderung der trigonometrischen Tangente des Winkels φ constant ist.

Hieraus ergibt sich für die Construktion der Bogeneintheilung folgendes Verfahren. Fig. 18, Tafel XXIV.

Man verfertige eine solche Zeigerwage, indem man eine bereits existirende aus einer Spinnerei als Muster nimmt. Stelle die Wage auf, lege an den Bogen ein Lineal an, so dass seine Kante vertikal steht. Hänge einen schweren Strehn an, dessen Gewicht und Nummer bereits durch eine andere empfindliche Wage bestimmt worden ist (n_1 sei die Nr. dieses Strehnes), beobachte die Gleichgewichtsstellung $C A_1$ des Zeigers, verlängere die Richtung $C A_1$ bis an die Linealkante und bemerke sich den Punkt a_1. Hierauf hänge man statt des schweren Strehnes einen bedeutend leichteren von Nr. n_2 an, bemerke die Gleichgewichtsposition $C A_2$ des Zeigers, verlängere $C A_2$ bis an die Kante des Lineals und bemerke den Punkt a_2. Hierauf theile man den Abstand $a_2\, a_1$ in $n_2 - n_1$ gleiche Theile, ziehe aus den Theilungspunkten Radien nach C und bemerke die Stellen, wo diese Radien den Kreisbogen schneiden durch Striche, so hat man eine richtige Bogeneintheilung, d. h. eine solche Eintheilung, bei welcher die Aenderungen der trigonometrischen Tangenten des Winkels φ für jede Aenderung der Garnnummer um eine Einheit gleich gross sind, wie es die entwickelte Theorie verlangt.

Aber gleichwohl wird eine auf diese Weise angefertigte Garnwage sehr ungenaue Gewichtsbestimmungen geben, wenn nicht der Winkelhebel gewissen Bedingungen entspricht. Angenommen, n_1 sei die niedrigste, n_2 die höchste Garnnummer, die durch die Wage bestimmt werden soll, dann können die Winkel β_1 und β_2, welche diesen Nummern entsprechen, entweder sehr klein oder sehr gross ausfallen, je nachdem der Winkelhebel beschaffen ist, und beides ist für die Genauigkeit der Gewichtsbestimmungen nachtheilig. Fallen beide Winkel klein aus, so erhält überhaupt die ganze Bogentheilung eine geringe Ausdehnung, fallen daher sämmtliche Intervalle der Eintheilung sehr klein aus, wird daher der geringste Grad von Schwerbeweglichkeit des Wagebalkens zur Folge haben, dass man sich um mehrere Nummern irrt. Fallen dagegen beide Winkel (β_1 und β_2) sehr gross aus, so würden zwar die Intervalle auf der Tangententheilung alle sehr gross ausfallen, würden aber gleichwohl die äussersten Intervalle der Bogentheilung sehr klein, so dass mit einer solchen Wage wohl die mittleren Garnnummern genau, die niedrigsten und höheren dagegen nur ungenau bestimmt werden können. Es ist hieraus zu ersehen, dass eine solche Garnwage dann die grösste Genauigkeit geben wird, wenn der Winkelhebel so angeordnet wird, dass das erste und das letzte Intervall der Bogeneintheilung möglichst gross ausfällt. Unter welchen Umständen dies der Fall ist, wollen wir nun ausfindig zu machen suchen.

Nennt man:

e das constante Intervall der Tangenteneintheilung,

μ diejenige Garnnummer, welche der Horizontalstellung des Zeigers entspricht,

n_2 die höchste, n_1 die niedrigste von den Garnnummern, die durch die Wage zu bestimmen sind,

β_2, β_1 die Winkel des Zeigers gegen den Horizont, welche den Nummern n_2 und n_1 entsprechen,

$\beta_2 - \Delta\beta_2$, $\beta_1 - \Delta\beta_1$ die Winkel des Zeigers gegen den Horizont, welche den Nummern $n_2 - 1$, $n_1 + 1$ entsprechen,

so ist zunächst:

$$\left.\begin{array}{l} \operatorname{tang} \beta_2 = e\,(n_2 - \mu) \\ \operatorname{tang} (\beta_2 - \Delta\beta_2) = e\,(n_2 - \mu - 1) \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

Hieraus folgt durch Division:

$$\frac{\operatorname{tang} (\beta_2 - \Delta\beta_2)}{\operatorname{tang} \beta_2} = \frac{n_2 - \mu - 1}{n_2 - \mu} \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

oder wenn man zur Abkürzung setzt:

$$\frac{n_2 - \mu - 1}{n_2 - \mu} = \lambda \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

$$\frac{\operatorname{tang} (\beta_2 - \Delta\beta_2)}{\operatorname{tang} \beta_2} = \lambda \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Nun entspricht $\Delta\beta_2$ dem untersten Intervall der Bogeneintheilung, welches Intervall nach der oben gegebenen Erklärung möglichst gross ausfallen soll; wir müssen demnach β_2 selbst so zu bestimmen suchen, dass $\Delta\beta_2$ ein Maximum wird. Diesen vortheilhaftesten Werth von β_2 finden wir, wenn wir die Gleichung (9) in Bezug auf β_2 und $\Delta\beta_2$ differenziren, jedoch $d\,(\Delta\beta_2) = 0$ setzen, dann findet man:

$$\frac{d\,\beta_2}{\cos^2 (\beta_2 - \Delta\beta_2)} = \lambda\,\frac{d\,\beta_2}{\cos^2 \beta_2}$$

oder

$$\cos^2 \beta_2 = \lambda \cos^2 (\beta_2 - \Delta\beta_2)$$

oder

$$1 + \text{tang}^2 (\beta_2 - \Delta\, \beta_2) = \lambda\, (1 + \text{tang}^2\, \beta_2)$$

oder endlich, wenn man vermittelst (9) $\text{tang}\, (\beta_2 - \Delta\, \beta_2)$ durch $\text{tang}\, \beta_2$ ausdrückt:

$$1 + \lambda^2\, \text{tang}^2\, \beta_2 = \lambda + \lambda\, \text{tang}^2\, \beta_2$$

Hieraus folgt:

$$\text{tang}\, \beta_2 = \sqrt{\frac{1-\lambda}{\lambda\,(1-\lambda)}} = \sqrt{\frac{1}{\lambda}} = \sqrt{\frac{n_2 - \mu}{n_2 - \mu - 1}} \quad . \quad (10)$$

Nun ist in allen Fällen der Anwendung $n_2 - \mu$ gegen die Einheit sehr gross, daher $\frac{n_2 - \mu}{n_2 - \mu - 1}$ sehr nahe gleich der Einheit, demnach $\text{tang}\, \beta_2$ ebenfalls nahe gleich Eins, also β_2 nahe gleich 45°.

Ganz auf die gleiche Weise wie dieser vortheilhafteste Werth von β_2 gefunden wurde, kann man auch den vortheilhaftesten Werth von β_1 bestimmen, und findet für denselben selbstverständlich ebenfalls 45°.

Aus dieser Untersuchung geht also hervor, dass der Winkelhebel in solcher Weise angeordnet werden soll, dass der Zeiger, wenn ein Strehn von der niedrigsten Nummer angehängt wird um 45° aufwärts, und wenn ein Strehn von der höchsten Nummer angehängt wird, um 45° abwärts von der horizontalen Lage abweicht.

Wir werden sogleich erfahren, was zu thun ist, um dem Winkelhebel diese Eigenschaft zu ertheilen.

Für die vortheilhafteste Einrichtung ist

$$\text{für } n = n_1, \quad \varphi = -45^0$$

$$\text{„} \quad n = n_2, \quad \varphi = +45^0$$

Die Gleichung (3) gibt demnach für die vortheilhafteste Einrichtung folgende Bedingungen:

$$\left.\begin{aligned} -1 &= \text{cotg}\, \alpha + 2 \frac{p\, a}{b \sin \alpha}\, n_1 \\ +1 &= \text{cotg}\, \alpha + 2 \frac{p\, a}{b \sin \alpha}\, n_2 \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (11)$$

wodurch zwei Grössen bestimmt werden.

Aus diesen Gleichungen folgt zunächst durch Elimination von $\frac{2\, p\, a}{b \sin \alpha}$:

$$\frac{1 - \operatorname{cotg} \alpha}{1 + \operatorname{cotg} \alpha} = - \frac{n_2}{n_1}$$

oder

$$\frac{1 + \operatorname{tang} \alpha}{1 - \operatorname{tang} \alpha} = + \frac{n_1}{n_2}$$

oder auch

$$\operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = + \frac{n_1}{n_2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Die Differenz der Gleichungen (11) gibt ferner:

$$\frac{p\,a}{b} = \frac{\sin \alpha}{n_2 - n_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

Die Gleichung (12) bestimmt den vortheilhaftesten Werth des Winkels $\alpha = \widehat{A\,C\,B}$, Fig. 17, Tafel XXIV., und die Gleichung (13) bestimmt ferner, wenn einmal α bekannt ist, den besten Werth des Quotienten $\frac{p\,a}{b}$.

Da $\frac{n_1}{n_2}$ positiv und kleiner als Eins ist, ferner $n_2 - n_1$ positiv ist, so liegt α nothwendig im dritten Quadranten, denn nur wenn dies der Fall ist, kann $\sin \alpha$ positiv ausfallen, wie die Gleichung (13) fordert, und demnach $\operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$ kleiner als Eins werden, wie es Gleichung (12) vorschreibt.

Wir wollen von dieser Theorie eine Anwendung machen, um deutlich zeigen zu können, wie man sich zu benehmen hat, um den Anforderungen der Rechnung zu entsprechen.

Es sei eine Garnwage herzustellen, vermittelst welcher Garne von Nummer $n_1 = 20$ bis zu Nummer $n_2 = 60$ gut sortirt werden können.

Dann erhalten wir vermöge (12):

$$\operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{20}{60} = \frac{1}{3} = 0{\cdot}333 = \operatorname{tang}(\pi + 18^0 + 26')$$

demnach

$$45^0 + \alpha = 180^0 + 18^0 + 26'$$

$$\alpha = 153^0 + 26'$$

$$\sin \alpha = 0{\cdot}4472$$

Und nun folgt aus Gleichung (13):

$$p\,\frac{a}{b} = \frac{0{\cdot}4472}{40} = \frac{1}{89{\cdot}4}$$

Fig. 1, Tafel XXV. zeigt in einfachen Linien die Einrichtung der Garnwage. Tafel LXXIV. der „Bewegungsmechanismen“ zeigt die construktive Durchführung.