Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1862

Balancier und Gegenlenker

urn:nbn:de:bsz:31-270970

Die Balancier-Mechanismen.

Die Verwandlung einer geradlinig hin und her gehenden Bewegung in eine drehende kann auch bewerkstelligt werden indem man zunächst eine drehende Schwingung eines Balanciers hervorbringt und diese dann vermittelst Schubstange und Kurbel in eine continuirlich drehende umwandelt. Dabei handelt es sich vorzugsweise um solche Verbindungen der Kolbenstange mit dem Balancierende, dass erstere gerade geführt wird, während letzteres einen Kreisbogen beschreibt. Die Construktion und Berechnung dieser Geradführungen sollen uns nun beschäftigen.

Balancier und Gegenlenker.

Fig. 10, Tafel XXII. $a\,C$ und $o\,c$ sind zwei um C und o drehbare, durch ein Verbindungsstück $a\,c$ zusammenhängende Hebel. In $a\,c$ gibt es einen gewissen Punkt b, der beinahe in einer geraden vertikalen Linie auf und nieder geht, wenn die Hebel um einen nicht zu grossen Winkel aus ihrer mittleren Lage entfernt werden. Dieser Punkt ist daher der Einhängepunkt der Kolbenstange. Wenn von den drei Elementen, 1) $a\,C$ halbe Balancierlänge, 2) $o\,c$ Länge des Gegenlenkers, 3) $\frac{a\,b}{b\,c}$ Theilungsverhältniss des Verbindungsstückes, zwei derselben gegeben sind, kann das dritte durch Construktion oder durch Rechnung gefunden werden. Es sei die halbe Balancierlänge und das Theilungsverhältniss gegeben und die Länge des Gegenlenkers zu suchen. Diese Aufgabe kann durch Construktion leicht auf folgende Weise gelöst werden.

Man verzeichne den Balancier in der höchsten, mittleren und tiefsten Stellung ($C\,a_1$, $C\,a$, $C\,a_2$), ziehe die Sehne $a_1\,a_2$, halbire den Abstand $a\,p$, ziehe durch den Halbirungspunkt m eine Vertikallinie $x\,y$ und nehme an, dass sich in derselben der Einhängepunkt der Kolbenstange bewegen soll. Nun zeichne man das Verbindungsstück in seiner höchsten, mittleren und tiefsten Stellung ($a_1\,b_1\,c_1$, $a\,b\,c$, $a_2\,b_2\,c_2$) und zwar so, dass der Einhängepunkt b_1 b b_2 in die Linie $x\,y$ fällt. Sucht man endlich den Mittelpunkt o des Kreises, der durch die drei Punkte c_1, c, c_2 gezogen werden kann, so ist $o\,c = o\,c_1 = o\,c_2$ die Länge und o der Drehungspunkt des Gegenlenkers.

Durch diese Gliederung wird nur allein bewirkt, dass der Punkt b in der höchsten, tiefsten und mittleren Position des Balanciers in die Linie $x\,y$ fällt, nicht aber, dass der Punkt beständig in dieser Linie bleibt. Der Punkt b beschreibt in der That nicht eine gerade Linie, sondern nur das beinahe geradlinige Stück $b_1\,b_2$, Fig. 11, Tafel XXII., einer schleifenförmigen algebraischen Linie der vierten Ordnung.

Aus der Natur der Sache kann man leicht errathen, dass die wahre Bewegung des Punktes b von der geraden vertikalen Linie um so weniger abweicht, 1) je länger der Balancier im Verhältniss zur Hubhöhe, 2) je länger das Verbindungsstück $a\,c$. Diese Abweichung fällt bereits ganz unmerklich aus, wenn der Balancier dreimal und das Verbindungsstück $\frac{1}{2}$ mal so lang gemacht wird, als der Kolbenschub.

Die Beziehungen zwischen der Balancierlänge, der Gegenlenkerlänge und dem Theilungsverhältniss können auch durch Rechnung bestimmt werden, was für manche Zwecke nützlich ist.

Nennt man $a\,C = a$, $a\,b = b$, $b\,c = c$, $o\,c = r$, $\widehat{a_1\,C\,a} = \alpha$, $\widehat{c_1\,b_1\,y} = \widehat{c\,b\,y} = \widehat{c_2\,b_2\,y} = \varphi$,
ferner: ξ den Horizontalabstand und
v den Vertikalabstand der Punkte c_1 und c, so ist zunächst:

$$v^2 = \xi\,(2\,r - \xi)$$

demnach

$$r = \frac{1}{2}\left(\frac{v^2}{\xi} + \xi\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Nun ist:

Horizontalabstand der Punkte $C\,c_1 = a \cos\alpha + (b + c) \sin\varphi$

„ „ „ $C\,c = a - (b + c) \sin\varphi$

Vertikalabstand der Punkte $C\,c_1 = a \sin\alpha - (b + c) \cos\varphi$

„ „ „ $C\,c = - (b + c) \cos\varphi$

Daher wird:

Horizontalabstand der Punkte $c\,c_1 = \xi = 2\,(b + c) \sin\varphi - a\,(1 - \cos\alpha)$

Vertikalabstand der Punkte $c\,c_1 = v = a \sin\alpha$

Es ist aber ferner:

$$\overline{\mathrm{am}} = \overline{\mathrm{mp}} = \mathrm{b} \sin \varphi = \frac{1}{2} \mathrm{a} (1 - \cos \alpha)$$

demnach

$$\sin \varphi = \frac{1}{2} \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}} (1 - \cos \alpha)$$

Führt man diesen Werth in ξ und υ ein, so erhält man:

$$\xi = \mathrm{a} \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{b}} (1 - \cos \alpha)$$

$$\upsilon = \mathrm{a} \sin \alpha$$

und diese Werthe in (1) eingeführt, findet man:

$$\mathrm{r} = \frac{1}{2} \left[\mathrm{a} \frac{\mathrm{b}}{\mathrm{c}} \frac{\sin^2 \alpha}{1 - \cos \alpha} + \mathrm{a} \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{b}} (1 - \cos \alpha) \right] \quad . \; . \; . \; (2)$$

Hieraus folgt auch:

$$\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{c}} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} \left[\frac{\mathrm{r}}{\mathrm{a}} + \sqrt{\left(\frac{\mathrm{r}}{\mathrm{a}}\right)^2 - \sin^2 \alpha} \right] \quad . \; . \; . \; . \; (3)$$

Ist α nicht grösser als ungefähr 20°, so begeht man keinen merklichen Fehler, wenn man setzt $\sin \alpha = \alpha$, $\cos \alpha = 1 - \frac{1}{2} \alpha^2$, und dann folgt aus (2):

$$\mathrm{r} = \mathrm{a} \frac{\mathrm{b}}{\mathrm{c}} + \frac{1}{4} \mathrm{a} \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{b}} \alpha^2$$

Aber hier ist abermals $\frac{1}{4} \mathrm{a} \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{b}} \alpha^2$ eine gegen $\mathrm{a} \frac{\mathrm{b}}{\mathrm{c}}$ kleine Grösse, die vernachlässigt werden kann; daher hat man annähernd

$$\mathrm{r} = \mathrm{a} \frac{\mathrm{b}}{\mathrm{c}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (4)$$

Diese Annäherungsformel leistet vorzugsweise in dem Fall gute Dienste, wenn der Drehungspunkt des Gegenlenkers gegeben ist und die Theilung des Verbindungsstückes gesucht werden soll. Ist nämlich der Drehungspunkt gegeben, so kennt man annähernd $\mathrm{a} + \mathrm{r}$, setzt man $\mathrm{a} + \mathrm{r} = \mathrm{d}$, so folgt aus (4):

$$\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{c}} = \frac{\mathrm{d} - \mathrm{a}}{\mathrm{a}} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{a}} - 1$$

Hat man vermittelst dieser einfachen Formel $\frac{b}{c}$ bestimmt, so kann man nach dem früher angegebenen Verfahren den Drehungspunkt und die Länge des Gegenlenkers durch Construktion genauer bestimmen.

Das Watt'sche Parallelogramm für Land-Dampfmaschinen.

Fig. 12, Tafel XXII. Ist AB, BCD, DE eine mit richtigen Verhältnissen construirte Anordnung eines Balanciers AB, mit Gegenlenker DE und Verbindungsstück DCB, so wird die Stange CF geradlinig geführt. Verbindet man mit D eine Stange $D_1 \ldots . D_4$ parallel mit AB_4, indem man die parallelen Verbindungsstangen $B_1 D_1$, $B_2 D_2$, $B_3 D_3$, $B_4 D_4$ von gleicher Länge anbringt, und hängt in die Punkte C_1, C_2, D_3, C_4, wo diese Verbindungsstangen von der Verlängerung von AC geschnitten werden, Stangen ein, so werden auch diese geradlinig bewegt, denn die Punkte $C_1, C, C_2, D_3, C_4 \ldots$ beschreiben offenbar geometrisch ähnliche, demnach gerade Linien, weil C geradlinig bewegt wird. Dies ist das von *Watt* erfundene Parallelogramm in einer erweiterten Form. Den spezielleren Fall, welchen Watt bei seinen Dampfmaschinen angewendet hat, zeigt Fig. 13, Tafel XXII.

Wenn der Balancier und das Parallelogramm gegeben sind kann auch hier der Drehungspunkt und die Länge des Gegenlenkers sowohl durch Construktion, wie auch durch Rechnung gefunden werden. Durch Construktion kann dies geschehen, indem man den Balancier und das Parallelogramm in der höchsten, mittleren und tiefsten Stellung verzeichnet und dann den Mittelpunkt des Kreises sucht, der durch die drei Positionen des Punktes D geht. Dabei muss man die Position des Punktes D_3 in der vertikalen Linie annehmen, welche die Horizontalablenkung des Punktes B_3 halbirt, ähnlich wie dies bei Fig. 10, Tafel XXII. geschehen ist.

Setzt man $AB_3 = a$, $AB = b$, $DE = r$ und den Winkel, den die höchste und mittlere Position des Balanciers einschliesst, gleich α, so findet man leicht auf ähnliche Weise, wie auf Seite 372

$$r = \frac{1}{2}\left[\frac{b^2}{a-b}\,\frac{\sin^2\alpha}{1-\cos\alpha} + (a-b)\,(1-\cos\alpha\right]$$

Ist α so klein, dass man sich erlauben darf $\sin\alpha = \alpha$ und $\cos\alpha = 1 - \frac{1}{2}\alpha^2$ zu setzen, so erhält man: