Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1862

Hypocycloidischer Hin- und Hergang

Stange e so verbunden, dass es seine relative Lage gegen dieselbe nicht ändern kann, und die Axe von c ist vermittelst einer Stange d an die Axe von a gehängt, so dass sich die Entfernung der Mittelpunkte der Räder b und c nicht ändern kann. Die Schubstange e ist mit der Stange f, die auf und ab bewegt werden soll, zusammengegliedert. Das Bewegungsgesetz dieser Anordnung lässt sich in folgender Weise bestimmen.

Wenn das Rad c seine Lage gegen d nicht änderte, würde das Rad b und die Axe a um einen Winkel $g\,a\,h = \varphi$ gedreht, während das Gehänge d aus der vertikalen Stellung in diejenige übergeht, die in der Zeichnung dargestellt ist. Allein während der Winkel φ beschrieben wird, wird das Rad c durch die Stange e um den Winkel ψ gedreht, wodurch das Rad b abermals um ψ fortrückt. Die ganze Drehung des Rades b beträgt daher $\varphi + \psi = \varphi + \varphi + \Theta = 2\,\varphi + \Theta$, denn es ist $\psi = \Theta + \varphi$. Nennt man r den Halbmesser eines der Räder c und b und l die Länge der Stange e, so ist, wie die Figur lehrt:

$$\sin \Theta = \frac{2\,r}{l} \sin \varphi$$

oder

$$\Theta = \text{Arc} \sin \left(\frac{2\,r}{l} \sin \varphi \right)$$

Der Winkel ω, um welchen das Rad b gedreht wird, während der Winkel φ beschrieben wird, ist demnach:

$$\omega = 2\,\varphi + \Theta = 2\,\varphi + \text{Arc} \sin \left(\frac{2\,r}{l} \sin \varphi \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Für $\varphi = 2\,\pi$, d. h. bei einer Umdrehung von d oder bei einem Auf- und Niedergang von f wird $\omega = 2 \times 2\,\pi$. Die Axe a macht mithin zwei Umdrehungen, während die Stange f einmal auf und nieder geht.

Auch dieser von *Watt* ausgedachte sinnreiche Mechanismus ist wegen seiner Zusammengesetztheit von keinem praktischen Werth.

Hypocycloidischer Hin- und Hergang.

Fig. 19, Tafel XXI. a ist ein unbeweglicher Ring mit innerer Verzahnung. b ein Stirnrädchen, dessen Durchmesser gleich ist dem Halbmesser von a. Seine Zähne greifen in die innere Verzahnung von a ein und es dreht sich frei auf dem Zapfen einer Kurbel c, deren Halbmesser gleich ist dem Halbmesser von b und die an einer mit a concentrisch gelagerten Axe f befestigt ist. In dem Durchschnittspunkt g des vertikalen Durchmessers mit dem Theilriss von b ist an den Körper des Rades b ein Zapfen angebracht und in denselben eine vertikale Stange k eingehängt, die oben bei h geführt wird.

Wird die Axe f gedreht, so nimmt die Kurbel c das Rad b mit sich fort. Dieses bleibt mit seinen Zähnen an den Zähnen des Ringes hängen, was zur Folge hat, dass es in dem Ring herumrollt, und dabei bewegt sich der Zapfen g und mit ihm auch die Stange k längs des vertikalen Durchmessers von a auf und ab. Auch dieser Mechanismus ist nur ein sinnreiches Spielwerk und von keinem praktischen Werth.

Hin- und Hergang mit zwei Kurbeln.

Fig. 20, Tafel XXI. a a_1 sind zwei mit gleichen Rädern b b_1 versehene Axen. Die Zähne dieser Räder greifen in einander ein und an den Körpern der Räder sind Kurbelzapfen angebracht. c c_1 sind zwei Schubstangen. Sie umfassen mit ihren unteren Enden die Kurbelzapfen und sind oben in den Enden einer Traverse d eingehängt. Diese letztere befindet sich an der Stange e, die auf und ab bewegt werden soll.

Werden die Kurbeln aus der horizontalen Lage um einen Winkel φ gedreht und nennt man x den Weg, den gleichzeitig ein Punkt der Stange e nach aufwärts zurücklegt, so findet man leicht, dass

$$x = r \sin \varphi + l \left[\sqrt{1 - \left(\frac{r}{l}\right)^2 \cos^2 \varphi} - \sqrt{1 - \left(\frac{r}{l}\right)^2} \right]$$

Das Bewegungsgesetz ist also nicht das reine Sinusgesetz, sondern weicht von demselben etwas ab, und zwar um so mehr, je kürzer die Schubstangen im Verhältniss zu den Kurbeln sind.

Die Interferenz-Bewegung.

Fig. 1, Tafel XXII. Dieser Mechanismus unterscheidet sich von dem vorhergehenden dadurch, dass die Räder und die Kurbeln ungleich gross sind.

Nennt man m und m_1 die Anzahl der Zähne der Räder, r r_1 die Kurbelhalbmesser, x den Weg, den die Stange nach aufwärts zurücklegt, wenn das Rad b um einen Winkel φ nach der Richtung des Pfeiles gedreht wird, so ergibt sich x auf folgende Weise.