Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1862

Fünfte Verzahnung. Allgemeine Methode

urn:nbn:de:bsz:31-270970

Visual Library

4) Alle Evolventenzähne sind geometrisch ähnliche Formen und können deshalb am leichtesten durch Maschinen richtig geschnitten werden. Diese Eigenschaft wird einstens von sehr grosser praktischer Wichtigkeit werden, wenn man einmal ernstlich die Aufgabe in Angriff nehmen wird, Räderschneidemaschinen herzustellen, die unfehlbar richtige Zahnformen liefern.

Ausser diesen vier Eigenschaften besitzen die Evolventenzähne noch mehrere andere, die ebenfalls von Werth sind, deren Richtigkeit jedoch nicht so leicht nachgewiesen werden kann. Ungünstige Eigenschaften sind nicht bekannt; die Evolventenverzahnung verdient daher für die Ausführung bestens empfohlen zu werden.

Fünfte Verzahnung. Allgemeine Methode.

Wenn die Zahnform des einen Rades beliebig angenommen wird, kann man immer eine entsprechende Zahnform für das zweite Rad ausfindig machen, und zwar auf folgende Weise.

Es seien, Fig. 1, Tafel XVIII., C c die Mittelpunkte der Räder, K und k ihre Theilkreise, a der Berührungspunkt derselben, $a\,m\,p$ ein im Rade k angebrachter krummliniger Einschnitt von irgend einer Form. Nimmt man in $a\,p$ einen beliebigen Punkt m an, verzeichnet die zum Punkt m der Kurve $a\,p$ gehörige Normale $m\,n$, schneidet auf K von a an ein Bogenstück $a\,n_1$ gleich dem Bogen $a\,n$ ab, zieht durch n_1 eine gerade Linie, welche den Kreis K unter einem Winkel schneidet, der gleich ist dem Winkel, unter welchem der Kreis k durch die Normale $m\,n$ geschnitten wird, und macht endlich $\overline{m_1\,n_1} = \overline{m\,n}$, so ist m_1 ein Punkt der Kurve $a\,m_1\,p_1$, nach welcher der Zahn des Rades K geformt werden muss, um auf die Höhlung $a\,m\,p$ richtig einwirken zu können. Wiederholt man die so eben beschriebene Construktion, indem man in der Kurve $a\,m\,p$ mehrere Punkte annimmt, so erhält man eine Reihenfolge von Punkten der Kurve $a\,m_1\,p_1$.

Die Richtigkeit dieser Construktion erkennt man auf folgende Weise. Denken wir uns, dass die Räder K k um ihre Axen gedreht werden, bis n und n_1 in a zusammen fallen, so werden auch die Linien $m\,n$ und $m_1\,n_1$ zusammen fallen, denn diese Linien sind gleich lang und die Winkel, unter welchen sie die Kreise k und K durchschneiden, sind gleich gross gemacht worden.

Allein wenn die Linien $m\,n$ und $m_1\,n_1$ zusammenfallen, berühren sich die Kurven in den Punkten m und m_1, d. h. die beiden Zähne befinden sich in einer Position ihrer Wechselwirkung. Nun ist aber $\widehat{a\,n} = \widehat{a\,n_1}$ und folglich haben die verzeichneten Zähne die Eigenschaft, dass sie aus einer richtigen Position ihrer Wechselwirkung wiederum in eine richtige Position gelangen, wenn man die Theilrisse beider Räder um gleich viel fortbewegt, was eben die charakteristische Eigenschaft der wahren Zahnkurven ist.

Man kann auch die Construktion umkehren, indem man von dem convexen Zahn $a\,m_1\,p_1$ ausgeht und die concave Form $a\,m\,p$ sucht, allein dann findet man nicht für jede beliebig angenommene Convexität eine correspondirende Concavität, sondern nur dann, wenn die Convexität so stark gekrümmt ist, dass alle Normalen $m_1\,n_1$ den Kreis K durchschneiden. Nimmt man für $a\,m_1\,p_1$ einen Bogen der Evolvente des Kreises K und zieht sämmtliche Normalen, so berühren dieselben den Kreis K. Diese Kreisevolvente ist daher in dieser Hinsicht eine Grenzform, die bestimmt, wie stark gekrümmt eine Convexität genommen werden muss, damit eine entsprechende Concavität gefunden werden kann.

Abrundung der Zähne nach Kreisbögen.

Zu jeder ganz exakten Verzahnungsart kann man eine Annäherungsconstruktion mit Kreisbögen auffinden, und es gibt eine allgemeine Methode, vermittelst welcher die absolut besten Abrundungshalbmesser gefunden werden können.

Ist nämlich eine mathematisch richtige Zahnkurve und sucht man den wahren mittleren Werth des Krümmungshalbmessers, der der ganzen Zahnkrümmung entspricht, so ist dies der absolut beste Abrundungshalbmesser, wenn man kreisbogenförmige Zähne statt der exakten Form Z machen will. Wir wollen dieses Verfahren anwenden, um für die zweite Verzahnung mit geradlinigen Einschnitten und mit Epicycloiden die beste Kreisbogenverzahnung zu finden. Hierzu ist aber nothwendig, dass wir zuerst die Gleichungen einer Epicycloide aufstellen.

Es sei $\widehat{am}$, Fig. 2, Tafel XVIII., der epicycloidische Bogen, welchen der Punkt m des Kreises k beschrieben hat, während derselbe von a bis b auf dem Kreis K fortgerollt ist.

Nehmen wir $C\,a\,x$ als Abscissenaxe und nennen:

A den Halbmesser des Kreises K, a den Halbmesser des Kreises k, $C\,p = x$, $m\,p = y$ die Coordinaten eines Punktes m der Epicycloide. $\frac{A}{a} = i$, $\widehat{a\,C\,b} = \psi$, so findet man leicht für x und y nachstehenden Ausdruck:

$$\left.\begin{aligned} x &= (A + a)\cos\psi - a\cos(i+1)\psi \\ y &= (A + a)\sin\psi - a\sin(i+1)\psi \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (1)$$