Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1862

Geometrische Theorie der Verzahnung

urn:nbn:de:bsz:31-270970

Trägt man von 0 aus eine Theilung $01 = 12 = 23 \ldots$ auf, macht

$$\widehat{01_{\prime}} = (3-1)\ \widehat{01} = 2 \times \widehat{01}$$

$$\widehat{02_{\prime}} = (3-1)\ \widehat{02} = 2 \times \widehat{02}$$

$$\widehat{03_{\prime}} = (3-1)\ \widehat{03} = 2 \times \widehat{03}$$

. . . .

verbindet die Punkte $1_{\prime}, 2_{\prime}, 3_{\prime} \ldots$ mit 1, 2, 3, verlängert diese Linien bis sie sich in II, III, IV schneiden, so hat man das Normalensystem und die Krümmungsmittelpunkte der Hypocycloide. Diese kann also durch kleine Kreisbogenstücke 0 a, a b, b c . . . zusammengesetzt werden.

Nimmt man $n = 2$, so gibt dieses Verfahren parallele Normalen und als Hypocycloide den durch 0 gehenden Durchmesser, was auch ganz richtig ist.

Evolventen.

Nimmt man eine krummlinig begrenzte Scheibe, befestiget an ihrem Umfang einen vollkommen biegsamen, aber unausdehnsamen Faden, wickelt denselben um die Scheibe und zwar so, dass der Faden stets geradlinig gespannt bleibt, so beschreibt der Punkt, an welchem der Faden gefasst wurde, eine krumme Linie, welche die Evolvente der Scheibengrenzlinie ist, welche letztere auch Evolute genannt wird.

Es ist klar, dass der Faden in jeder seiner Positionen einerseits Tangente zu einem Punkt der Evolute und andererseits Normale zu einem Punkt der Evolvente ist. Man findet also das System der Normalen einer zu verzeichnenden Evolvente, wenn man zu der gegebenen Linie das Tangentensystem darstellt, was praktisch mit hinreichender Genauigkeit mit einem Lineal leicht geschehen kann.

Geometrische Theorie der Verzahnung.

Allgemeine Erklärungen. Versieht man zwei der Richtung nach parallel gelagerte Axen mit cylindrischen Scheiben, presst diese gegen einander und dreht hierauf eine der beiden Axen mit gleichförmiger Geschwindigkeit, so entsteht dadurch auch in der zweiten Axe und ihrer Scheibe eine gleichförmige drehende Bewegung, vorausgesetzt, dass der Widerstand, welcher etwa der Bewegung der zweiten Axe entgegen wirkt, nicht zu gross ist.

Wenn die beiden Scheiben nur aufeinander rollen und nicht glitschen, sind ihre Umfangsgeschwindigkeiten gleich gross, müssen sich demnach die Winkelgeshwindigkeiten der beiden Scheiben umgekehrt wie ihre Halbmesser verhalten. Nennt man R und R_1 die Halbmesser der Scheiben, ω und ω_1 die Winkelgeschwindigkeiten n und n_1 die Anzahl der Umdrehungen, welche die beiden Scheiben in einer Minute machen, endlich $\varDelta$ die Axendistanz, so hat man:

$$\left.\begin{aligned} & R + R_1 = \varDelta \\ & \frac{R}{R_1} = \frac{\omega_1}{\omega} = \frac{n_1}{n} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Hieraus folgt, wenn man $\varDelta$, n und n_1 als gegebene Grössen betrachtet:

$$\left.\begin{aligned} R_1 &= \frac{\varDelta}{1 + \frac{n_1}{n}} \\ R &= \frac{\varDelta}{1 + \frac{n}{n_1}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Diese Bewegungsmittheilung durch zwei auf einander rollenden cylindrischen Scheiben ist eine vollkommen sanfte und ist in sofern den praktischen Zwecken ganz angemessen, allein sie hat zwei nachtheilige Eigenschaften; sie ist unsicher, indem sehr leicht ein Glitschen der Scheiben eintritt und kann auch nicht zur Uebertragung von grösseren Kräften gebraucht werden, weil in diesem Falle die Scheiben sehr stark gegeneinander gepresst werden müssten, was bedeutende Axenreibungen verursachen würde. Versieht man aber die Umfänge der beiden Scheiben mit regelmässig geformten, in einander greifenden Zähnen, so brauchen die Scheiben nicht gegeneinander gepresst zu werden und kann dennoch eine Bewegung hervorgebracht werden, die identisch ist mit der Bewegung der zwei aufeinander rollenden Scheiben. Die Theorie der Verzahnung hat die Aufgabe zu lösen, solche Zahnformen ausfindig zu machen, dass durch dieselben Bewegungen hervorgerufen werden, die mit zwei aufeinander rollenden Scheiben übereinstimmen, also solche Bewegungen, dass das Verhältniss der Winkelgeschwindigkeiten der beiden Axen für jeden Zeitaugenblick der Bewegung einen und denselben constanten Werth hat. Wir werden in der Folge zeigen, dass die Aufgabe der Verzahnung eine unbestimmte ist und dass sie unendlich viele Auflösungen zulässt, werden auch die allgemeinen Methoden angeben, durch welche diese möglichen Lösungen gefunden werden können. Allein wir wollen gleich von vorn herein bemerken, dass nicht jede in geometrischer Hinsicht richtige Verzahnungsart auch in praktischer Hinsicht von gleichem Werth ist, sondern dass nur solche Verzahnungsarten zur Ausführung empfohlen werden können, die nicht zu starke Reibungen verursachen und bei welchen keine erheblichen Formänderungen der Zähne durch Abnützung entstehen. Die beste Verzahnung wäre diejenige, welche nicht nur den früher ausgesprochenen geometrischen Bedingungen entsprechen würde, sondern die noch überdies gar keine Reibung noch eine Formänderung der Zähne durch Abnützung verursachen würde.

Bei diesen einleitenden Erklärungen sind wir von der speziellen Annahme ausgegangen, dass die mit einander durch Räder zu verbindenden Axen parallel sind. Dies ist aber nicht immer der Fall, sondern sehr häufig bilden die Axenrichtungen einen Winkel, schneiden sich jedoch, und zuweilen bilden die Axenrichtungen einen Winkel, ohne sich zu schneiden. Wir haben also Verzahnungen anzugeben, 1) für parallele Axen, 2) für gegen einander geneigte, aber sich schneidende Axenrichtungen, 3) für gegen einander geneigte und sich nicht schneidende Axenrichtungen. Wir beginnen nun mit einigen speziellen Verzahnungsarten für parallele Axen, gehen sodann zu speziellen Anordnungen für geneigte Axen über und schliessen mit den allgemeinsten Verfahrungsarten zur Auffindung von richtigen Zahnformen für jede beliebige Gegeneinanderlagerung der Axen.

Erste Verzahnung mit Triebstöcken.

Es seien, Fig. 6, Tafel XVI., C und c die Mittelpunkte der Räder, K und k die Theilrisse derselben, d. h. zwei aus C und c beschriebene sich berührende Kreise, deren Halbmesser sich verkehrt wie die Winkelgeschwindigkeiten der beiden Axen verhalten. Die Halbmesser dieser Theilkreise können vermittelst der früher für die Scheiben aufgefundenen Gleichungen (2) berechnet werden. Versehen wir den Kreis k mit dünnen Stiften $1, 2, 3 \ldots$, die in gleichen Abständen aufeinander folgen, den Kreis K dagegen mit Zahnformen $a\,b$, $a_1\,b_1$, $a_2\,b_2 \ldots$, die nach der Epicycloide geformt sind, welche ein Punkt des Kreises k beschreibt, wenn derselbe auf dem Kreis K fortgerollt wird, so haben wir eine geometrisch richtige Verzahnung. Denn denken wir uns, der Zahn $a\,b$ werde in die Position $a_1\,b_1$ gebracht, so wird der Stift 1 nach dem Punkt 2 fortgeschoben, in welchem die Epicycloide $a_1\,b_1$ den Kreis k durchschneidet. Ist nun die Zahnform richtig, so muss die Bogenlänge $\widehat{a\,a_1}$ gleich sein der