Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1862

Winkelhebel

urn:nbn:de:bsz:31-270970

Setzt man in diesen Ausdruck für $\frac{d_1}{d}$ und für $\frac{d}{R}$ die Werthe, welche die Gleichungen (3) und (4) darbieten, so findet man:

$$\frac{\beta}{d} = 1{\cdot}33 \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\left(2{\cdot}25\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{3}}}{\left(\frac{N_1}{N}\right)^{\frac{1}{3}}} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\mathfrak{Z}^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{N_1}{N}\right)^{\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2}} \left(\mathfrak{Z}\right)^{\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2}}$$

oder

$$\frac{\beta}{d} = 1{\cdot}33 \left(2{\cdot}25\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{N_1}{N}\right)^{\frac{1}{3}} \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

hierdurch ist die Zahnbreite bestimmt.

Die Verhältnisse $\frac{\beta}{\alpha}$, $\frac{r}{d}$ bleiben unbestimmt und können innerhalb gewisser Grenzen nach Belieben genommen werden.

Nehmen wir $\frac{\beta}{\alpha} = 4$, $\frac{r}{d} = 2$, so finden wir aus den Formeln (3), (5), (7):

$$\left.\begin{array}{llll} \text{für } \frac{N_1}{N} = & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\[6pt] \frac{d_1}{d} = & 0{\cdot}78 \sqrt[3]{\mathfrak{Z}} & 0{\cdot}70 \sqrt[3]{\mathfrak{Z}} & 0{\cdot}63 \sqrt[3]{\mathfrak{Z}} \\[6pt] \frac{R}{d} = & 0{\cdot}28\, \mathfrak{Z} & 0{\cdot}26\, \mathfrak{Z} & 0{\cdot}23\, \mathfrak{Z} \\[6pt] \frac{\beta}{d} = & 3{\cdot}43 & 3{\cdot}00 & 2{\cdot}77 \end{array}\right\} \quad \ldots \quad (8)$$

Vermittelst dieser Resultate kann man nun die richtigen Abmessungen des Wurmapparates leicht bestimmen.

Winkelhebel.

(Resultate Seite 76, Tafel XV.)

Winkelhebel von Schmiedeeisen.

Es sei Fig. 10, Tafel XI., A C B ein Winkelhebel. Am Ende jedes der beiden Schenkel sei ein Zapfen angebracht, der Hebel selbst sei auf einen feststehenden Zapfen gesteckt und drehe sich um denselben.

Diese spezielle Einrichtung des Hebels ist nur zum Behufe der Rechnung angenommen und weil sich andere Einrichtungen leicht darauf zurückführen lassen. Die zu bestimmenden Grössen sind die drei Zapfen bei A, B und C und die Dimensionen des Querschnittes eines der Arme, gemessen am Drehungspunkt C.

Nennen wir:

p q die Längen der Schenkel A C und B C,

δ_p δ_q die Durchmesser der Zapfen bei A und B,

d den Durchmesser des Drehungszapfens bei C,

P und Q die bei A und B senkrecht gegen die Schenkel wirkenden Kräfte,

$\widehat{BCA} = \alpha$ den Winkel, den die Richtungen der Schenkel bilden,

Für einen zu construirenden Hebel dürfen wir P p q und α als die gegebenen Grössen ansehen. Im Gleichgewichtszustand der Kräfte ist $P p = Q q$, demnach $Q = P \frac{p}{q}$.

Nach den Seite 158 für schmiedeeiserne Zapfen aufgestellten Regeln erhalten wir zunächst:

$$\delta_p = 0{\cdot}12 \sqrt{P},$$

$$\delta_q = 0{\cdot}12 \sqrt{Q} = 0{\cdot}12 \sqrt{P \frac{p}{q}} = 0{\cdot}12 \sqrt{P} \sqrt{\frac{p}{q}} = \delta_p \sqrt{\frac{p}{q}} \,. \quad (1)$$

Um den Durchmesser d des Drehungszapfens zu bestimmen, muss zunächst der Druck R ausgemittelt werden, welchem derselbe ausgesetzt ist. Verlängern wir die Richtungen der Kräfte P und Q bis D, machen $DE = P$, $DG = Q$ und construiren das Parallelogramm DEFG, so ist die Diagonale DF der Grösse und Richtung nach der Druck R, welchen der Drehungszapfen auszuhalten hat und es muss, wegen des vorausgesetzten Gleichgewichtszustandes der Kräfte P und Q, die verlängerte Richtung von DF durch den Drehungspunkt C gehen. Aus der Figur folgt:

$$DF = R = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2 P Q \cos \alpha}$$

oder auch wenn man für Q seinen Werth $P \frac{p}{q}$ substituirt:

$$R = P \sqrt{1 + \left(\frac{p}{q}\right)^2 - 2 \left(\frac{p}{q}\right) \cos \alpha}$$

Nun ist aber $d = 0{\cdot}12 \sqrt{R}$, demnach findet man wegen $\delta_p = 0{\cdot}12 \sqrt{P}$

$$d = \delta_p \sqrt[4]{1 + \left(\frac{p}{q}\right)^2 - 2 \left(\frac{p}{q}\right) \cos \alpha} \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Die Werthe dieser vierten Wurzel können leicht in eine Tabelle (Seite 77 der Resultate) gebracht werden, wodurch man jeder Rechnung überhoben wird. Ist z. B. $\frac{p}{q} = 5$, $\alpha = 120°$, so findet man aus dieser Tabelle, dass der Werth der vierten Wurzel 2·4 beträgt; demnach wird $d = 2{\cdot}4\ \delta_p$.

Die Tabelle ist berechnet von $\alpha = 180°$ bis $\alpha = 0°$, $\alpha = 180°$ entspricht einem geradlinigen zweiarmigen Hebel, $\alpha = 0°$ einem geradlinigen einarmigen Hebel. Die Tabelle über 180° auszudehnen ist nicht nothwendig, indem $\cos \alpha = \cos (2\pi - \alpha)$.

Nennen wir noch zur Berechnung eines Schenkelquerschnittes h und b die beiden Dimensionen des als Rechteck gedachten Querschnittes, c die Länge des Zapfens am Ende des Schenkels p, $\mathfrak{S}$ die grösste Spannungsintensität, welche im Zapfen δ_p wie im Arme bei C eintreten darf, so können wir für den Zapfen die Gleichung

$$P \frac{c}{2} = \mathfrak{S} \frac{\pi}{32} (\delta_p)^3$$

und für den Arm p die Gleichung

$$P p = \frac{1}{6} \mathfrak{S}\, b h^2$$

aufstellen. Eliminiren wir aus dieser Gleichung $\mathfrak{S}$, so resultirt ein Ausdruck, aus welchem man leicht nachstehende Beziehung herleiten kann:

$$\frac{h}{\delta_p} = \sqrt[3]{\frac{6\pi}{16} \left(\frac{h}{b}\right) \left(\frac{p}{\delta_p}\right) \left(\frac{\delta_p}{c}\right)} \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Dieser scheinbar complizirte Ausdruck ist zur Berechnung einer kleinen Tabelle sehr bequem. Das Verhältniss $\frac{\delta_p}{c}$ ist als eine Constante anzusehen, für welche $\frac{2}{3}$ gesetzt werden darf, $\frac{p}{\delta_p}$ ist als eine gegebene Grösse anzusehen, wenn einmal δ_p aus P berechnet worden ist, $\frac{h}{b}$ ist je nach Umständen 2, 3 . . . zu setzen. Seite 78 der Resultate findet sich diese Tabelle. Angenommen es sei $p = 100$, $\delta_p = 5$, $\frac{h}{b} = 2$, so findet man aus der Tabelle $\frac{h}{\delta_p} = 3{\cdot}1$, demnach $h = 3{\cdot}1\ \delta_p = 3{\cdot}1 \times 5 = 15{\cdot}5$ und wegen $\frac{h}{b} = 2$, $b = \frac{15{\cdot}5}{2} = 7{\cdot}75$.

Für den Fall, dass an den Schenkelenden gar keine Zapfen anzubringen sind, benimmt man sich bei der Berechnung so, wie wenn solche Zapfen anzubringen wären, lässt sie aber in der Zeichnung weg. Wenn an den Schenkelenden Doppelzapfen angebracht werden sollen, benimmt man sich in der Rechnung so, wie wenn einfache Zapfen gefordert würden, nimmt aber in der Zeichnung die Zapfendurchmesser $\sqrt{\frac{1}{2}} = 0{\cdot}7$ mal schwächer, als die Rechnung für einfache Zapfen gegeben hat.

Ist der Hebel mit einer Drehungsaxe versehen, die an ihrem Ende mit Zapfen versehen werden soll, die gleich weit vom Hebelkörper entfernt sind, so benimmt man sich in der Rechnung wieder nur so, wie wenn der Hebel auf einen fixen Zapfen zu stecken wäre und berechnet vermittels der Tabelle Seite 77 der Resultate den Werth ven d, dann sind die richtigen Zapfendurchmesser der Drehungsaxe $0{\cdot}7\ d$.

Um das Zusammenwirken dieser für die Construktion der Winkelhebel aufgestellten Regeln zu zeigen, möge noch folgendes Beispiel dienen.

Es sei gegeben $p = 150$, $q = 50$, $\alpha = 120°$, $P = 1000$ Kilogramm, so findet man $\delta_p = 0{\cdot}12 \sqrt{1000} = 3{\cdot}8$, $\delta_q = 3{\cdot}8 \sqrt{\frac{150}{50}} = 6{\cdot}57$. Nun ist $\frac{p}{q} = 3$, $\alpha = 120$, die Tabelle Seite 77 der Resultate gibt demnach $d = 1{\cdot}9\ \delta_p = 7{\cdot}22$. Zur Berechnung der Armquerschnitte hat man $\frac{p}{\delta_p} = \frac{150}{3{\cdot}8} = 40$, und kann man setzen $\frac{h}{b} = 3$, die Tabelle Seite 78 der Resultate gibt dann $\frac{h}{\delta_p} = 4{\cdot}5$, demnach $h = 4{\cdot}5 \times 3{\cdot}8 = 17{\cdot}1$, $b = \frac{17{\cdot}1}{3} = 5{\cdot}7$.

Kurbeln, kurbelartige Hebel und Kurbelaxen.

(Resultate Seite 78 bis 80, Tafel XV. und XVI.)

Kurbeln und kurbelartige Hebel.

Kurbeln und kurbelartige Hebel unterscheiden sich in construktiver Hinsicht von den gewöhnlichen Hebeln, dass bei ersteren die Drehungsaxe auf Torsion, bei letzteren auf relative Festigkeit in Anspruch genommen ist.

Die Aufstellung besonderer Regeln zur Bestimmung der einzelnen an einer Kurbel vorkommenden Dimensionen wäre eigentlich, nach dem was bereits vorgekommen ist, nicht nothwendig, denn für