

# **Badische Landesbibliothek Karlsruhe**

**Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe**

## **Der Maschinenbau**

**Redtenbacher, Ferdinand**

**Mannheim, 1862**

Zahnräder

[urn:nbn:de:bsz:31-270970](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-270970)

Die in den Resultaten, vierte Auflage, Seite 66 aufgestellte Formel ist etwas weniger genau als die so eben hergeleitete. Die Formel der Resultate ergibt sich, wenn man annimmt: Es werde ein Gleiten der Riemen dann nicht eintreten, wenn in denselben durch das Andrücken der Spannrolle eine gleichförmige Spannung von der Grösse  $1.5 P$  hervorgebracht wird, dabei stellt man sich aber vor, dass während der Anspannung des Riemens durch die Spannrolle, auf die Transmissionsrollen weder eine Kraft noch ein Widerstand einwirkt.

Geht man von dieser annähernd richtigen Annahme aus, so ist die Verlängerung  $\frac{L \cdot 1.5 P}{\Omega \varepsilon}$ , welche durch die gleichförmige Spannung  $1.5 P$  entsteht, gleich zu setzen der Verlängerung  $\frac{L t}{\Omega \varepsilon}$ , durch die initiale Spannung mehr der Verlängerung  $\frac{1}{2} x^2 \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$ , hat man also die Gleichung:

$$\frac{L \cdot 1.5 P}{\Omega \varepsilon} = \frac{L t}{\Omega \varepsilon} + \frac{1}{2} x^2 \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \dots \dots \dots (8)$$

Wird die Spannrolle gegen das führende Riemenstück gedrückt (wie es bei der Formel der Resultate angenommen ist), so hat man, weil im führenden Riemenstück in der Regel eine Spannung  $2 P$  herrscht,

$$q = 2 P x \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \dots \dots \dots (9)$$

Durch Elimination von  $x$  aus (8) und (9) folgt:

$$q = 2 P \sqrt{\frac{2(a+b)}{ab} \frac{L(1.5P-t)}{\Omega \varepsilon}} \dots \dots \dots (10)$$

welcher Ausdruck mit jenem der Resultate übereinstimmt.

### Zahnräder.

(Resultate Seite 66 bis 76, Tafel XVII)

**Erklärungen.** Nimmt man zwei kreisrunde cylindrische oder konische Scheiben  $A$  und  $B$ , Fig. 1 und 2, Tafel XI., versieht jede derselben mit einer Axe, bringt sie hierauf in Berührung und presst sie gegen einander, so bewirkt eine Drehung einer dieser Scheiben zugleich eine Drehung der anderen, vorausgesetzt, dass der Bewegung der getriebenen Scheibe kein zu grosser Widerstand entgegen

wirkt. Diese Bewegung erfolgt in der Weise, dass die Peripheriegeschwindigkeiten der beiden Scheiben übereinstimmen; die Winkelgeschwindigkeiten der Scheiben oder ihre Umläufe in einer Minute müssen sich daher verkehrt wie die Halbmesser verhalten.

Derlei Friktionsscheiben bringen zwar eine sehr regelmässige, weiche, gleichförmige Bewegung hervor, allein sie sind nicht anwendbar, um grössere Kräfte zu übertragen, weil die Pressung zwischen den Scheiben zu gross werden müsste. Versieht man aber diese Scheiben mit zahnartigen Formen, die ineinander greifen, so brauchen die Scheiben nicht mehr gegen einander gepresst zu werden, und wird es bei geeigneter Form der Zähne möglich, eine eben so regelmässige und weiche Bewegung hervorzubringen, wie mit den Friktionsscheiben. Auf diese Weise entstehen die Zahnräder oder verzahnten Räder.

Diese Räder werden Stirnräder oder cylindrische Räder oder sie werden konische oder Kegelhäder genannt, je nachdem die Grundform der Scheiben eine cylindrische oder eine konische ist. Die ersteren dienen zur Verbindung von parallelen Axen, die letzteren dagegen zur Verbindung von Axen, deren Richtungen einen Winkel bilden und sich schneiden. Man kann auch Axen, deren Richtungen einen Winkel bilden, sich aber nicht schneiden, durch Zahnräder verbinden; die hierzu dienlichen Räder erhalten in der Regel eine Grundform, die von der cylindrischen wie konischen abweicht.

Ein Räderpaar, durch welches die Verbindung zweier Axen so hergestellt wird, dass durch die drehende Bewegung einer der Axen auch eine drehende Bewegung in der anderen entsteht, wird eine Räderübersetzung genannt, und zwar je nach der Grundform der Räder, Stirnräder- oder Kegelhäder- Uebersetzung.

Die Form, welche die Zähne erhalten müssen, damit sie eine Bewegung hervorbringen wie zwei Friktionsscheiben, wird in der später folgenden Theorie der Verzahnung gelehrt werden. Zur Aufstellung von Regeln zur Bestimmung aller Abmessungen der Räder genügt es, wenn wir aus der Verzahnungs-Theorie folgende elementare Sätze anführen.

Man nennt 1) Grundkreise oder Theilkreise: die Kreise der Friktionsscheiben, aus welchen man sich die Zahnräder entstanden denken kann; 2) Uebersetzungszahl: die Zahl, welche angibt, wie viele Umdrehungen das kleinere der Räder macht, wenn das grössere der Räder einmal umgeht; 3) Zahntheilung: die Entfernung der Mittel zweier unmittelbar aufeinander folgenden Zähne, gemessen auf dem Theilkreise; 4) Radhalbmesser: den Halbmesser der Grundkreise oder der Theilkreise.

Die Uebersetzungszahl ist gleich dem Verhältniss der Theilkreise.

Die Zahntheilungen zweier in einander greifenden Räder müssen gleich gross sein.

Die Zahnzahlen zweier in einander greifenden Räder verhalten sich demnach wie ihre Halbmesser.

Das Verhältniss der Zahnzahlen wird auch durch die Uebersetzungszahl ausgedrückt.

Die Umdrehungen zweier in einander greifenden Räder verhalten sich 1) verkehrt wie ihre Halbmesser; 2) verkehrt wie ihre Zahnzahlen.

Die Bestandtheile eines Rades sind 1) die Zähne, 2) der Radkranz, 3) die Radarme, 4) die Radnabe oder Radhülse. Tafel XVII. der Resultate.

Die Zähne sind entweder von Eisen oder von Holz. Im ersteren Falle werden sie an den Radkranz angegossen, im letzteren hingegen in den Radkranz eingesetzt und befestiget. Die Detailformen der Räder ersieht man aus den Figuren der Tafel XVII. der Resultate. Fig. 4, 5, 6 sind Radkränze, mit angegossenen Zähnen. Fig. 1, 2, 3, 7, 8, 9 Radkränze mit eingesetzten hölzernen Zähnen.

#### Stärke der Radtheile.

**Halbmesser des Rades.** Die wichtigsten Dimensionen eines Rades sind der Halbmesser und die Dimensionen der Zähne. Die Uebersetzungszahl bestimmt nur allein das Verhältniss der Radhalbmesser, nicht aber ihre absoluten Grössen. Diese letzteren werden durch die zu übertragenden Kräfte bestimmt. Nennt man  $M$  das statische Moment der Kraft oder des Widerstandes im grösseren Rade,  $R$  den Halbmesser des Rades, so ist  $\frac{M}{R}$  der auf den Umfang des grossen Rades reduzirte Druck, welchem die Zähne ausgesetzt sind. Der Druck zwischen den Zähnen steht also im verkehrten Verhältniss mit der Grösse des Rades. Die Zahndimensionen, welche natürlich von der Grösse des Druckes abhängen, werden also gross bei kleinen Rädern und klein bei grossen Rädern. Kleine Räder sind weniger kostspielig als grosse, geben aber keine so sanfte Bewegung als grosse und verursachen einen grösseren Reibungswiderstand. Eine rationelle Regel zur Bestimmung des Radhalbmessers kann nicht wohl aufgestellt werden, weil man die Kosten, Abnützung und Reibung nicht in Rechnung bringen kann, man muss daher eine empirische oder induktive Regel aufzustellen suchen.

Da überhaupt an den Rädern mancherlei Detaildimensionen vorkommen, die nur empirisch bestimmt werden können, so habe ich einstens eine sehr grosse Anzahl von gut ausgeführten Rädern hinsichtlich der an ihnen vorkommenden Dimensionen untersucht, und es hat sich dabei die sehr einfache Regel herausgestellt, dass der Halbmesser des grösseren zweier ineinander greifenden Räder in der Regel 5 bis 6 mal so gross ist, als der Durchmesser der Welle, welche der Kraft entspricht, die das Rad überträgt. Nennt man also  $N$  den Effekt in Pferdekräften, den die Räder übertragen,  $n$  die Anzahl der Umdrehungen des grösseren Rades,  $d$  den Durchmesser in Centimetern einer Welle für  $N$  Pferdekräfte und  $n$  Umdrehungen, so ist zu setzen:

$$d = 16 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}, \quad \frac{R}{d} = 5 \text{ bis } 6, \text{ selten } 7 \text{ oder } 8 \quad \dots (1)$$

Dieses Verhältniss nennen wir die relative Grösse des Rades, und sagen von einem Rade, dessen relative Grösse 5 oder 6 ist, es sei ein 5- oder 6-faches Rad in Bezug auf eine gewisse Welle.

Sieben- oder gar achtfache Räder kommen nur selten, nämlich nur bei sehr grossen Uebersetzungszahlen vor. Für gewöhnlichere Uebersetzungen, bei welchen also die Uebersetzungszahl 1, 2 oder höchstens 3 ist, finden wir bei guten Konstruktionen immer nur fünf- bis sechsfache Räder und zwar fünffache für aufrechte Wellen, sechsfache für Räder an liegenden Wellen.

Hat man auf diese Weise den Halbmesser  $R$  des grösseren der beiden Räder bestimmt, so ergibt sich dann der Halbmesser  $r$  des kleineren Rades, indem man den Halbmesser  $R$  des grösseren Rades durch die Uebersetzungszahl dividirt.

Der Durchmesser  $d$ , welcher die relative Grösse des Rades bestimmt, ist zugleich der wirkliche Durchmesser der Welle des grösseren Rades, wenn Welle und Rad einerlei Kraft übertragen. Ueberträgt aber das Rad nur einen Theil der in der Welle enthaltenen Kraft, so ist  $d$  nur als eine zur Berechnung dienende ideale Hilfsgrösse anzusehen, die nicht realisirt wird.

**Bähne.** Zur Beurtheilung der Festigkeit eines Zahnes können wir denselben als einen parallelepipedischen Körper betrachten, auf dessen Ende der Druck  $p$  einwirkt.

Nennen wir Fig. 3, Tafel XI.  $\alpha$  die Zahndicke,  $\gamma$  die Zahnlänge,  $\beta$  die Radbreite, so haben wir nach den Regeln der relativen Festigkeit:

$$P\gamma = \frac{1}{6} \sigma \alpha^2 \beta \dots \dots \dots (2)$$

wobei  $\varepsilon$  das Maximum der Spannungsintensität bedeutet. Aus (2) folgt:

$$\alpha = \sqrt{\left( \frac{6}{\varepsilon} \frac{\gamma}{\alpha} \right) \times \sqrt{P}} \dots \dots \dots (3)$$

Die Verhältnisse  $\frac{\gamma}{\alpha}$  und  $\frac{\beta}{\alpha}$  sind innerhalb gewisser Grenzen willkürlich. Gewöhnlich ist: a) Wenn die Zähne beider Räder von Eisen und an den Kranz gegossen sind:  $\frac{\gamma}{\alpha} = 1.5$ ,  $\frac{\beta}{\alpha} = 6$ . b) Wenn die Zähne eines der Räder von Holz, die des anderen von Eisen sind:  $\frac{\gamma}{\alpha} = 1$ ,  $\frac{\beta}{\alpha} = 4$ . Man erhält Dimensionen, die mit guten Konstruktionen übereinstimmen, wenn man nimmt: für Eisen  $\varepsilon = 90$ , demnach erhält man

$$T = 1115 \sqrt{P} \text{ pro } \square \text{ Zoll.}$$

für einen Zahn von Eisen:  $\alpha = 0.13 \sqrt{P}$ ,  $\beta = 6 \alpha$ ,  $\gamma = 1.5 \alpha$  (4)

Diese Zähne sind nur auf  $\frac{1}{20}$  ihrer relativen Festigkeit in Anspruch genommen. Ein Bruch ist demnach nicht so leicht zu befürchten.

Diese Regeln können zur Bestimmung der Zahndimensionen gebraucht werden, wenn der Druck  $P$  entweder unmittelbar gegeben ist oder leicht gefunden werden kann, was wohl zuweilen, nicht aber gewöhnlich der Fall ist.

Wenn Winden, Krahn und derlei Lastenhebungsmaschinen zu construiren sind, kann man in der Regel die zwischen den Zähnen der Räderwerke statt findenden Pressungen ohne umständliche Rechnungen finden. Wenn dagegen Räder für Transmissionen, hydraulische Kraftmaschinen oder Dampfmaschinen angeordnet werden sollen, ist in der Regel der in Pferdekräften ausgedrückte Effekt  $N$ , den ein Rad überträgt und die Anzahl der Umdrehungen  $n$  desselben in einer Minute gegeben, bedarf es also einer ziemlich zeitraubenden Rechnung, um aus diesen Daten und aus dem Halbmesser  $r$  des Rades den Druck  $P$  zu berechnen.

Die Methode der Verhältnisszahlen gibt uns auch in diesem Falle eine sehr lehrreiche und bequem anwendbare Regel zur Bestimmung der Zahndimensionen. Diese Regel erhalten wir auf folgende Weise.

Die Lehre von der Torsionsfestigkeit gibt uns für den Durchmesser einer Welle, die einem Torsionsmoment  $P R$  zu widerstehen hat:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi T}} \sqrt[3]{P R} \quad \dots \quad (5)$$

Durch Verbindung der Gleichungen (2) und (5) folgt:

$$\frac{d^3 \pi T}{16 R} \gamma = \frac{1}{6} \varepsilon \alpha^2 \beta \quad \text{oder} \quad \beta = \frac{6 \pi T}{16 \varepsilon} \frac{d^3 \gamma}{R \alpha^2} \quad \dots \quad (6)$$

Multipliziert man diese Gleichung mit  $\frac{\beta}{d^3}$  und zieht sodann die Quadratwurzel aus, so findet man nach geeigneter Gruppierung der Grössen:

$$\frac{\beta}{d} = \sqrt{\frac{6 \pi T}{16 \varepsilon} \frac{\gamma}{\alpha} \frac{\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}}{\sqrt{\frac{R}{d}}}} \quad \dots \quad (7)$$

Multipliziert man dagegen die Gleichung (6) mit  $\frac{\beta^2}{d^3}$  und zieht dann die Kubikwurzel aus, so ergibt sich:

$$\frac{d}{\beta} = \sqrt[3]{\frac{16 \varepsilon \alpha}{6 \pi T \gamma} \sqrt[3]{\frac{R}{\beta} \frac{\alpha}{\beta}}} \quad \dots \quad (8)$$

Vorausgesetzt, dass wir wie bisher immer den Wellendurchmesser nach den Formeln (6), Seite 164, bestimmen, nämlich nach

$$d = 0.39 \sqrt[3]{P R} = 16 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$$

so ist die Torsionsspannung  $T = 90$ . Führt man auch in (7) und (8) für  $\varepsilon$  und  $\frac{\gamma}{\alpha}$  die Seite 207 angegebenen Werthe ein, so findet man:

$$\text{für eiserne Zähne} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\gamma}{\alpha} = 1.5, \quad T = 90, \quad \varepsilon = 90 \\ \frac{\beta}{d} = 1.33 \sqrt{\frac{\beta}{\alpha} \frac{d}{R}} \\ \frac{d}{\beta} = 0.83 \sqrt[3]{\frac{R}{\beta} \frac{\alpha}{\beta}} \end{array} \right. \quad \dots \quad (9)$$

Die Formeln für  $\frac{\beta}{d}$  bestimmen das Verhältniss zwischen der Radbreite und dem Wellendurchmesser, wenn die relative Grösse

$\frac{R}{d}$  des Rades und das Verhältniss  $\frac{\beta}{\alpha}$  zwischen der Radbreite und der Zahndicke gegeben sind. Die Formeln für  $\frac{d}{\beta}$  dagegen bestimmen das Verhältniss zwischen dem Wellendurchmesser und der Radbreite, wenn die Verhältnisse  $\frac{R}{\beta}$  und  $\frac{\beta}{\alpha}$  gegeben sind. Durch die eine dieser Regeln wird so zu sagen das Rad bestimmt, wenn die Welle gegeben ist, durch die andere die Welle, wenn das Rad bekannt ist.

Um diese Regeln zu gebrauchen, muss man sich noch über das Verhältniss  $\frac{\beta}{\alpha}$  aussprechen. Wenn man den ganzen Umfang der Praxis ins Auge fasst, erkennt man leicht, dass es nicht zweckmässig ist, unter allen Umständen für  $\frac{\beta}{\alpha}$  den gleichen Werth zu nehmen, sondern es ist angemessen:

- 1)  $\frac{\beta}{\alpha}$  nur gleich 4 bis 5 zu nehmen für Räder zu Maschinen, die durch Menschenhände und mit geringer Geschwindigkeit bewegt werden und wenn ferner eine so gar sanfte Bewegung nicht gefordert wird, denn nimmt man  $\frac{\beta}{\alpha}$  klein, so werden die Zähne dick und die Zahntheilung gross, und wird die Anzahl der Zähne so wie die Radbreite klein. Diese Räder werden daher billig und genügen doch für die bezeichneten Zwecke.

Es ist ferner zweckmässig:

- 2)  $\frac{\beta}{\alpha} = 6$  zu nehmen für gewöhnliche Transmissionsräder und Triebwerke, die wohl mit ziemlicher aber doch nicht mit extravaganter Geschwindigkeit laufen, denn so wie man  $\frac{\beta}{\alpha}$  grösser nimmt, wird die Zahntheilung klein, die Anzahl der Zähne, so wie auch die Radbreite grösser, was zur Folge hat, dass die Bewegung sanfter und die Abnutzung der Zähne vermindert wird.

Endlich ist es angemessen:

- 3)  $\frac{\beta}{\alpha}$  gleich 7 bis 8 zu nehmen bei sehr schnell laufenden Rädern, und wenn eine möglichst vollkommene Bewegung gefordert wird, wie z. B. bei Werkzeugmaschinen, die genauere und feinere Funktionen durchzuführen haben.

Berücksichtigt man diese Bemerkungen, so wird man in jedem besonderen Falle einen angemessenen Werth für  $\frac{\beta}{\alpha}$  zu wählen wis-



sen, und ist dies geschehen und hat man sich bereits über die relative Grösse des Rades nach der Seite 206 aufgestellten Regel ausgesprochen, so kann man dann mittelst der Gleichungen (9) die Zahndimensionen bestimmen.

Bevor wir dies durch Beispiele erläutern, wollen wir erst noch Regeln für die Bestimmung der übrigen Grössenverhältnisse der Räder aufstellen und zwar zunächst für die Anzahl der Zähne.

Nennt man  $z$  die Anzahl der Zähne eines Rades,  $t$  die Zahntheilung,  $R$  den Halbmesser, so ist:

$$z = \frac{2 R \pi}{t} \dots \dots \dots (10)$$

Diese Gleichung kann aber auch geschrieben werden wie folgt:

$$z = 2 \pi \frac{\alpha}{t} \frac{\beta}{\alpha} \frac{d}{\beta} \frac{R}{d}$$

Führt man hier für  $\frac{d}{\beta}$  den Werth ein, welchen die Gleichung (7) darbietet, so findet man:

$$z = 2 \pi \frac{\alpha}{t} \sqrt{\frac{16 \mathfrak{S}}{6 \pi T} \frac{\alpha}{\gamma}} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{R}{d}\right)^{\frac{3}{2}} \dots \dots (11)$$

Sind die Zähne beider Räder von Eisen, so darf man  $\frac{t}{\alpha} = 2.1$  setzen. Sind dagegen die Zähne des einen Rades von Holz, die Zähne des anderen von Eisen, so ist  $\frac{t}{\alpha} = 2.67$ , vorausgesetzt, dass man mit  $\alpha$  die Dicke und überhaupt durch  $\alpha \beta \gamma$  stets die Dimensionen des *Eisenzahnes* bezeichnet.

Für eiserne Zähne ist zu setzen:

$$\frac{t}{\alpha} = 2.1, \quad \mathfrak{S} = 90, \quad T = 90, \quad \frac{\gamma}{\alpha} = 1.5$$

wird demnach:

$$z = 2.25 \left(\frac{R}{d}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (12)$$

Sind dagegen die Zähne des einen Rades von Holz, die des anderen von Eisen, so ist zu setzen:

$$\frac{t}{\alpha} = 2.67, \quad \mathfrak{S} = 90, \quad T = 90, \quad \frac{\gamma}{\alpha} = 1.5$$

wird mithin:

$$z = 1.79 \left(\frac{R}{d}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (13)$$

**Die Radhülse.** Die Dimensionen der Radhülse können nur durch empirische Regeln bestimmt werden. Die Länge hängt ab theils von der Radbreite, theils von dem Radhalbmesser. Die Metalldicke der Hülse hängt ab theils von der Wellendicke, theils von der Energie, mit welcher der Keil eingetrieben wird.

Folgende empirische Regeln geben angemessene Dimensionen:

|   |  |   |      |
|---|--|---|------|
| Länge der Hülse . . . . .   | $l = \beta + 0.06 R$                   | } | (14) |
| Durchmesser der Höhlung und Durchmesser des Wellenkopfes, auf welchen das Rad aufgekeilt wird . . . . . | $d_1 = \frac{5}{4} d$                  |   |      |
| Metalldicke der Hülse . . . . .   | $\delta = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} d$ |   |      |
| Breite des Keiles . . . . .   | $k = 0.9 \delta$                       |   |      |
| Dicke des Keiles . . . . .  | $k_1 = \frac{1}{2} k$                  |   |      |

**Die Arme.** Für die Anzahl der Arme des Rades stellen wir die Regel auf, dass diese Anzahl gleich genommen werden soll derjenigen ganzen Zahl, welche der relativen Grösse  $\frac{R}{d}$  des Rades am nächsten liegt.

Die Querschnittsform der Arme ist entweder  $\Gamma$  oder  $+$  förmig. Die erstere dieser Formen wird bei Kegelrädern, die letztere bei Stirnrädern angewendet. Der am Umfang des Rades und in seiner Ebene wirkenden Kraft hat nur die eine der beiden Nerven des Querschnitts Widerstand zu leisten; die andere schützt gegen die Einwirkung von solchen störenden Kräften, deren Richtung auf der Ebene des Rades senkrecht steht. Nennt man  $b$  die Dicke,  $h$  die Breite der Hauptnerve des Armes, letztere Dimension gemessen an der Axe des Rades, so darf man nach den Regeln der relativen Festigkeit die Gleichung aufstellen:

$$\frac{PR}{9l} = \frac{1}{6} \odot b h^3 \dots \dots \dots (15)$$

Anderseits hat man wiederum für die Welle  $d$ , welche der Kraft entspricht, die die Arme übertragen:

$$PR = \frac{T\pi}{16} d^3 \dots \dots \dots (16)$$

Durch Elimination von  $PR$  folgt aus diesen Gleichungen:

$$\frac{h}{d} = \frac{\sqrt[3]{\frac{6 \pi T}{16 \mathcal{C}} \frac{h}{b}}}{\sqrt[3]{\mathcal{R}}} \dots \dots \dots (17)$$

$\frac{h}{b}$  kann bei allen Rädern constant und zwar gleich 5 genommen werden.  $\frac{6 \pi T}{16 \mathcal{C}}$  ist selbstverständlich constant. Durch Vergleichung mit guten Constructionen hat es sich gezeigt, dass man setzen darf

$$\sqrt[3]{\frac{6 \pi T}{16 \mathcal{C}} \frac{h}{b}} = 1.7, \text{ demnach: } \sigma = 1320 \text{ gdw m } \square \text{ Juli.}$$

$$\frac{h}{d} = \frac{1.7}{\sqrt[3]{\mathcal{R}}} \dots \dots \dots (18)$$

welche Formel mit der für die Rollenarme aufgestellten übereinstimmt.

Hiermit haben wir nun alle Regeln zur Bestimmung der Detaildimensionen der Räder hergeleitet. Man findet diese Regeln in den Resultaten für den Maschinenbau, Seite 66 bis 75, in der Reihenfolge zusammengestellt und in Kürze erklärt, wie es der praktische Gebrauch solcher Formeln und Regeln erfordert.

Bisher haben wir angenommen, dass die totale in einer Welle enthaltene Kraft vermittelt zweier Räder auf eine zweite Welle übertragen werden soll, was nicht immer der Fall ist, sondern es kommen auch Fälle vor, in welchen nur ein Theil der Kraft übertragen und nicht blos an eine, sondern an mehrere Wellen übergeben wird.

**Normale und anormale Räder.** Wir nennen die Räder normale oder anormale Räder, je nachdem sie die totale in der treibenden Welle wirkende Kraft oder nur einen Theil dieser Kraft übertragen.

Unsere Regeln gelten auch für anormale Räder, wenn man den Berechnungen passende Wellendurchmesser zu Grunde legt. Man muss nämlich, um mit den aufgestellten Regeln irgend eine von den Dimensionen des Rades zu bestimmen, denjenigen Wellendurchmesser der Rechnung zu Grunde legen, welcher dem Effekt entspricht, den der Bestandtheil zu übertragen hat, und der Anzahl der Umdrehungen desselben in einer Minute. Uebertragen die Arme des Rades 20 Pferdekräfte mit 160 Umdrehungen, so muss man zur Berechnung

der *Arme* des Rades eine Welle von  $16 \sqrt[3]{\frac{20}{160}} = 8$  Centm. zu Grunde legen. Werden die 20 Pferdekräfte an *zwei* Räder abgegeben, und zwar an jedes 10 Pferdekräfte, so muss man zur Berechnung der Zähne der Räder eine Welle von  $16 \sqrt[3]{\frac{1}{2} \frac{20}{160}} = 6.4$  Centm. zu Grunde legen.

Die folgenden Beispiele werden am besten zeigen, wie man sich in den mannigfaltigsten Fällen zu benehmen hat. Ich nehme an, dass man die „Resultate“ zur Hand habe.

**Erste Aufgabe.** Es sollen normale Transmissionsräder A und B, Fig. 4, Tafel XI., für folgende Daten berechnet werden:

Pferdekraft in der treibenden Welle a, in den beiden Rädern A und B und in der getriebenen Welle b . . . . . 20  
 Umdrehungen der treibenden Welle in 1 Minute . . . . . 80  
 Umdrehungen der getriebenen Welle in 1 Minute . . . . . 160

Der wirkliche Durchmesser der treibenden Welle ist

$16 \sqrt[3]{\frac{20}{80}} . . . . . = 10$  Centm.

und so gross ist auch in der vorliegenden Aufgabe der Durchmesser der idealen Hilfswelle zur Berechnung der *Arme* und Zähne des treibenden Rades.

Durchmesser der getriebenen Welle  $16 \sqrt[3]{\frac{20}{160}} . . . = 8$  "

Relative Grösse des treibenden Rades . . . . . = 6 "

Halbmesser des treibenden Rades  $6 \times 10 . . . . . = 60$  "

Halbmesser des getriebenen Rades . . . . . = 30 "

Für Transmissionsräder ist . . . . .  $\frac{\beta}{\alpha} = 6$  "

Zahnbreite (für  $\frac{R}{d} = 6$ ,  $\frac{\beta}{\alpha} = 6$ )  $\beta = 1.33 \times 10 . . . = 13.3$  "

(Tabelle Seite 70 der Resultate.)

Wenn die Zähne beider Räder von Eisen sein sollen ist:

Anzahl der Zähne des treibenden Rades . . . . . 82

Anzahl der Zähne des getriebenen Rades . . . . . 41

Anzahl der *Arme* des treibenden Rades . . . . . 6

Relative Grösse des getriebenen Rades  $\frac{30}{8} . . . . . 4$

Querschnittsdimensionen der *Arme* { treibendes Rad  $0.94 \times 10 = 9.4$   
 getriebenes Rad  $1.08 \times 8 = 8.6$

|  |   |  |  |
|--|---|--|--|
| Länge der Radnabe oder Hülse . . . . .             | <table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding-right: 10px;">treib. R. <math>13.3 + 0.06 \times 60 = 16.9</math></td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;">getr. R. <math>13.3 + 0.06 \times 30 = 15.1</math></td> </tr> </table>                    | treib. R. $13.3 + 0.06 \times 60 = 16.9$           | getr. R. $13.3 + 0.06 \times 30 = 15.1$          |
| treib. R. $13.3 + 0.06 \times 60 = 16.9$           |   |  |  |
| getr. R. $13.3 + 0.06 \times 30 = 15.1$            |   |  |  |
| Durchmesser der Höhlung . . . . .                  | <table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding-right: 10px;">treibendes Rad <math>\frac{5}{4} 10 = 12.5</math></td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;">getriebenes Rad <math>\frac{5}{4} 8 = 10</math></td> </tr> </table>                         | treibendes Rad $\frac{5}{4} 10 = 12.5$             | getriebenes Rad $\frac{5}{4} 8 = 10$             |
| treibendes Rad $\frac{5}{4} 10 = 12.5$             |   |  |  |
| getriebenes Rad $\frac{5}{4} 8 = 10$               |   |  |  |
| Metalldicke der Hülse . . . . .                    | <table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding-right: 10px;">treibend. R. <math>\frac{1}{2} + \frac{1}{3} 10 = 3.83</math></td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;">getrieb. R. <math>\frac{1}{2} + \frac{1}{3} 8 = 3.16</math></td> </tr> </table> | treibend. R. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} 10 = 3.83$ | getrieb. R. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} 8 = 3.16$ |
| treibend. R. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} 10 = 3.83$ |   |  |  |
| getrieb. R. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} 8 = 3.16$   |   |  |  |

**Zweite Aufgabe.** Es soll eine Radübersetzung, Fig. 5, Tafel XI., für den Fall berechnet werden, dass nur die Hälfte der in der treibenden Welle a enthaltenen Kraft auf die getriebene Welle b übertragen werden soll.

Der Durchmesser der treibenden Welle sei 14 Centimeter; die Geschwindigkeit von b drei mal so gross, als jene von a.

In diesem Falle sind die wirklichen Wellendurchmesser

$$\begin{array}{ccc} \text{für a} & a_1 & b \\ 14 & \frac{14}{\sqrt{2}} = 11.1 & 14 \sqrt[3]{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = 6.0 \end{array}$$

Zur Bestimmung der Arme und Zähne des Rades A dient eine Welle von  $\frac{14}{\sqrt{2}} = 11.1$  Centimeter. Wir erhalten demnach:

|   |                       |          |
|---|-----------------------|----------|
| Halbmesser des Rades A  | $= 6 \times 11.1$     | $= 66.6$ |
| Halbmesser des Rades B  |                       | $= 22.2$ |
| Zahnbreite (für $\frac{R}{d} = 6, \frac{\beta}{\alpha} = 6$ ) | $= 1.33 \times 11.1$  | $= 14.8$ |
| Relative Grösse des Rades B                                   | $\frac{22.2}{6}$ nahe | $= 4$    |

|                |                    |               |   |       |                    |          |       |
|----------------|--------------------|---------------|---|-------|--------------------|----------|-------|
| Arme . . . . . | }                  | Anzahl für A  | $= 6$   |       |                    |          |       |
|                |                    | Anzahl für B  | $= 4$   |       |                    |          |       |
|                |                    | Dimensionen h | <table style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="padding-right: 10px;">für A</td> <td><math>11.1 \times 0.94</math></td> <td><math>= 10.4</math></td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;">für B</td> <td><math>6 \times 1.08</math></td> <td><math>= 6.5</math></td> </tr> </table> | für A | $11.1 \times 0.94$ | $= 10.4$ | für B |
| für A          | $11.1 \times 0.94$ | $= 10.4$      |   |       |                    |          |       |
| für B          | $6 \times 1.08$    | $= 6.5$       |   |       |                    |          |       |

Das Rad B ist in Bezug auf die Welle b ganz normal. Das Rad A dagegen weicht von einem Normalrad dadurch ab, dass die Höhlung seiner Nabe  $\frac{5}{4} 14 = 17.5$  Centimeter, also sehr gross sein muss, um auf die starke Welle von 14 Centimeter Durchmesser aufgekeilt werden zu können.

**Dritte Aufgabe.** Fig. 6 und 7, Tafel XI. Ein Theil der in einer Welle a enthaltenen Kraft soll an zwei andere Wellen b und c übertragen werden.

Die Welle  $a$  sei bereits richtig bestimmt, und ihr Durchmesser sei gleich  $d = 20$  Centimeter, man kennt aber weder die Pferdekraft  $N$  noch die Anzahl der Umdrehungen  $n$  von  $a$ .

Durch die Uebersetzung von  $a$  auf  $b$  soll  $\frac{1}{4} N$  übertragen werden und die Anzahl der Umdrehungen von  $B$  und  $b$  soll  $\frac{3}{2} n$  sein. Durch die Uebersetzung von  $a$  auf  $c$  soll  $\frac{1}{6} N$  übertragen werden und die Anzahl der Umdrehungen von  $C$  und  $c$  sei  $\frac{3}{2} n$ .

Berechnen wir zunächst die wirklichen Wellendurchmesser von  $b$  und  $c$ .

Es ist gegeben  $d = 16 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \dots \dots \dots = 20$   
und es folgt nun:

Durchmesser von  $b = 16 \sqrt[3]{\frac{\frac{1}{4} N}{\frac{3}{2} n}} = \frac{d}{\sqrt[3]{6}} \dots \dots \dots = 11$

Durchmesser von  $c = 16 \sqrt[3]{\frac{\frac{1}{6} N}{\frac{3}{2} n}} = \frac{d}{\sqrt[3]{9}} \dots \dots \dots = 9.5$

Die Arme des Rades  $A$  übertragen  $\frac{1}{4} N + \frac{1}{6} N = \frac{5}{12} N$

Pferdekräfte mit  $n$  Umdrehungen.

Die zur Berechnung der Arme von  $A$  gehörende ideale

Welle ist demnach  $16 \sqrt[3]{\frac{5}{12} \frac{N}{n}} = d \sqrt[3]{\frac{5}{12}} \dots \dots \dots = 14.8$

Geben wir dem Rade  $A$  sechs Arme, so werden die Dimensionen dieser Arme  $h = 14.8 \times 0.94 \dots \dots \dots = 14$  Centm.

Die Zähne von  $A$  haben dem Rade  $B$   $\frac{1}{4} N$ , dem Rade  $C$

$\frac{1}{6} N$  Pferdekraft mitzuteilen. Da sie nicht zweierlei Dimensionen erhalten können, so bleibt nichts anderes übrig, als sie für  $\frac{1}{4} N$  und  $n$  zu construiren. Die ideale Welle zur Berechnung der Zähne von  $A$  ist demnach:

$16 \sqrt[3]{\frac{\frac{1}{4} N}{n}} = \frac{d}{\sqrt[3]{4}} \dots \dots \dots = 12.6$

Wir nehmen nun den Halbmesser von  $A = 12.6 \times 6 \dots = 75.6$   
 Halbmesser von B und  $C = 75.6 \times \frac{2}{3} \dots = 50.4$   
 Radbreite der Räder  $A B C = 1.33 \times 12.6 \dots = 16.7$   
 Von diesen drei Rädern ist nur allein B ein Normalrad, die beiden  
 andern erhalten abnorme Verhältnisse. A erhält starke Arme und  
 schwache Zähne, C dagegen starke Zähne und schwache Arme.  
 Für die praktische Ausführung wird es jedoch besser sein, B und  
 C ganz übereinstimmend zu machen, um so die Kosten eines neuen  
 Modells zu ersparen.

**Vierte Aufgabe.** Eine Dampfmaschine und eine Turbine haben  
 zusammen eine Fabrik zu treiben, Fig. 8, Tafel XI.

a wird von der Dampfmaschine von 40 Pferdekraften getrieben,  
 und macht 30 Umdrehungen, b wird von der Turbine von 20 Pferde-  
 kraften getrieben und macht 40 Umdrehungen, c nimmt die ganze  
 Kraft von  $40 + 20 = 60$  Pferden in sich auf und soll 80 Umdrehungen  
 machen.

Die wirklichen Wellen sind:

$$16 \sqrt[3]{\frac{40}{30}} = 17.6 \quad 16 \sqrt[3]{\frac{20}{40}} = 12.7 \quad 16 \sqrt[3]{\frac{60}{80}} = 14.7$$

Das Rad A ist als Normalrad zu behandeln, denn die Welle,  
 Arme und Zähne übertragen die gleiche Kraft. Es ist also zu  
 nehmen:

$$\begin{aligned} \text{Halbmesser von A} &= 6 \times 17.6 \dots = 105.6 \\ \text{Zahnweite } \beta &= 1.33 \times 17.6 \dots = 23.4 \\ \text{Anzahl der Arme} &\dots = 6 \\ \text{Armbreite } 17.6 \times 0.94 &\dots = 16.5 \end{aligned}$$

Das Rad B kann nun nicht mehr normale Verhältnisse erhalten.  
 Zunächst ist klar, dass die Umfangsgeschwindigkeiten von A, B und  
 C übereinstimmen müssen. Es muss daher sein:

$$\text{Halbmesser von B} = 105.6 \times \frac{30}{40} \dots = 79.2$$

Die relative Grösse des Rades B ist demnach  $\frac{79.2}{14.7}$  nahe = 5

Die Zähne zweier in einander greifenden Räder müssen gleiche  
 Theilungen und gleiche Dimensionen haben. Da nun C in A und in  
 B eingreift, so müssen nothwendig die Zähne und Theilungen dieser

drei Räder übereinstimmen; die Zähne von B müssen also stärker gemacht werden, als für die Kraft, welche sie zu übertragen haben, nothwendig ist. Die Arme von B können nach der Welle b und die Arme von c nach der Welle c genommen werden. Der Halbmesser des Zwischenrades c wird durch die Uebersetzungszahlen bestimmt. Derselbe wird  $\frac{30}{80}$  vom Halbmesser des Rades A oder  $\frac{40}{80}$  vom Halbmesser des Rades B, demnach gleich 39.6 Centimeter.

Diese anormalen Räder muss man zwar so viel als möglich zu vermeiden suchen, weil ihre Herstellung kostspielig ist, indem man meistens neue Modelle machen muss, allein bei complizirteren Transmissionen und Anwendung von combinirten Betriebsmotoren lassen sie sich nun einmal nicht vermeiden. Indessen wenn die Räder durch Sandmassen geformt werden, sind die Anfertigungskosten eines abnormen Rades nicht grösser, als die eines normalen Rades.

#### Vortheile und Nachtheile der Räder mit angegossenen eisernen und mit eingefügten hölzernen Bähnen.

Um zu entscheiden, ob in einem vorliegenden Fall die Zähne der Räder von Eisen oder von Holz gemacht werden sollen, muss man die Vortheile und Nachtheile dieser beiden Anordnungen in Erwägung ziehen.

##### Die Zähne beider Räder von Eisen.

**Vortheile.** a) Die Zähne sind mit dem Radkörper molekular verbunden, daher können sie zwar abgebrochen aber nicht gelockert werden. b) Eiserne Zähne werden durch die Reibung äusserst langsam deformirt; Räder mit eisernen Zähnen können daher durch sehr lange Zeit eine sanfte und richtige Bewegung gewähren. c) Bei starken Uebersetzungen und grosser Geschwindigkeit kommen in einer bestimmten Zeit die Zähne des Getriebes sehr oft in Eingriff, sind daher einer raschen Abnutzung ausgesetzt. Für kleine Getriebe sind demnach eiserne Zähne zweckmässig. d) Erfolgt die Bewegung einer Maschine langsam und wird kein hoher Grad von Genauigkeit der Bewegung verlangt (Krahen, Winden), so können zur Anfertigung der Räder ältere bereits vorhandene Modelle selbst dann benutzt werden, wenn sich dieselben etwas verzogen haben sollten. In diesem Fall sind die Räder mit eisernen Zähnen am billigsten. e) Eiserne Zähne können selbst bei ganz kleinen Rädern, wie sie bei Arbeitsmaschinen oft vorkommen, gebraucht werden. f) Eiserne Zähne können zu-



weilen direkt geschnitten werden und dann gewähren dieselben für eine lange Dauer eine genaue Bewegung; sind jedoch kostspielig. Räder mit geschnittenen Zähnen sind für solche Arbeitsmaschinen, die eine sehr genaue Bewegung verlangen, sehr vortheilhaft.

**Nachtheile.** g) Wenn ein eiserner Zahn bricht, muss das ganze Rad durch ein neues ersetzt werden, und hat das Rad mit dem ausgebrochenen Zahne nur den Werth von altem Eisen. h) Wenn ein Rad mit eisernen Zähnen eine genaue Bewegung gewähren soll, kann es nicht vermittelst eines bereits vorhandenen alten Modells angefertigt werden, denn alte Modelle sind stets etwas unrund. Genaue Räder mit eisernen Zähnen erfordern daher in der Regel neue, demnach kostspielige Modelle. i) Räder mit eisernen Zähnen verursachen viel Geräusch, was in Arbeitssälen sehr störend ist. k) Wenn eiserne Zähne auch bei raschem Gang eine genaue Bewegung gewähren sollen, müssen die Zähne gemeisselt und gefeilt werden, was insbesondere bei grossen Rädern sehr kostspielig ist.

#### Die Zähne der Räder von Holz, die des Getriebes von Eisen.

**Vorthteile.** m) Der Körper eines eisernen Rades mit hölzernen Zähnen ist so zu sagen von ewiger Dauer. Bricht ein Zahn, so ist er leicht ersetzt. Nutzen sich die Zähne ab, so können sie leicht durch neue ersetzt werden, ohne dass dabei der Radkörper im mindesten leidet. n) Zur Herstellung des Körpers eines Rades mit hölzernen Zähnen können alte Modelle gebraucht werden, selbst wenn sie sich etwas verzogen hätten; denn wenn auch der Umfang des Radkörpers etwas unrund sein sollte, so können dennoch die Zähne vollkommen richtig gemacht werden, wenn die ganze Masse der Zahnkörper, nachdem sie in das Rad eingesetzt worden sind, auf der Drehbank abgedreht, und der Theilriss auf den Zahnkörper aufgerissen wird. o) Sind die Zähne des Rades von Holz, so kann das gleiche Modell für sehr verschiedene Uebersetzungen gebraucht werden, weil sich mit der Uebersetzung zwar die Form der Zähne ändert, die Gestalt und Grösse des Radkörpers dagegen unverändert bleiben kann. p) Wenn Zähne von Holz und Eisen aufeinander wirken, entsteht weniger Geräusch, als wenn die Zähne beider Räder von Eisen sind.

**Nachtheile.** q) Die richtige Bewegung ist nicht von so langer Dauer, als wenn die Zähne beider Räder von Eisen sind. r) Eine

dauernd haltbare Befestigung der hölzernen Zahnkörper mit dem Radkörper ist kaum zu erreichen.

Aus den aufgezählten Vortheilen und Nachtheilen der beiden Anordnungen geht hervor:

A) Dass an den Radkörper angegossene Zähne zu wählen sind: 1) für kleine messingene Räder für Uhren oder feinere Werkzeugmaschinen; 2) für kleine Räder von Gusseisen für Spinnmaschinen und ähnliche Arbeitsmaschinen; 3) für Werkzeugmaschinen, Drehbänke, Hobelmaschinen etc.; 4) für Räder zu Krahen, Winden; 5) für Getriebe, die in grosse Räder mit hölzernen Zähnen einzugreifen haben; 5) für Transmissionsräder, die einen dauernd richtigen und sanften Gang gewähren sollen.

B) Dass dagegen hölzerne Zähne zu wählen sind: 1) für grosse Räder bei starken Uebersetzungen; 2) für Transmissionsräder, die in Arbeitssälen zu treiben haben und kein Geräusch verursachen sollen.

**Anfertigung der Räder.** Die Anfertigungsweise der Räder richtet sich nach ihrer Grösse und nach dem Materiale.

Kleine Räder zu Uhren und feinen Arbeitsmaschinen werden aus Messing oder Rothguss hergestellt. Die Räder der Taschenuhren und kleineren Zimmeruhren werden aus Messingblech gemacht. Räder von 0.3 bis 1.5 Centimeter Zahnbreite werden gegossen, die Zähne eingeschnitten. Hat man nur einzelne Räder herzustellen, wie z. B. zu Modellen, so ist es am zweckmässigsten, die Zähne vermittelst eines nach den Zahnlücken geformten Meisels auszuhobeln. Hat man, wie es in der Uhrenfabrikation der Fall ist, eine grosse Anzahl gleicher Räder herzustellen, so bedient man sich zum Schneiden der Zähne einer rotirenden Fraise. Dünne Blechräder werden in grösserer Anzahl aufeinander geschichtet und mit der Fraise geschnitten, wie wenn die ganze Masse ein einziges Rad wäre. Das Schneiden geht sehr schnell vor sich, weil bei Messing und Rothguss die Umfangsgeschwindigkeit der Fraise ungemein gross sein kann, ohne dass eine Erhitzung derselben eintritt, bei welcher der Stahl seine Härte verliert.

Kleine gusseiserne Räder zu Spinnmaschinen werden mit messingenen Modellrädern geformt, die, wie so eben beschrieben wurde, hergestellt werden.

Grössere und ganz grosse Räder werden aus Gusseisen hergestellt und theils mit Modellen theils mit Sandmassen geformt.

Beide Anfertigungsweisen haben ihre Vortheile und Nachtheile. Ist man bereits im Besitz eines für einen bestimmten vorliegenden

Zweck tauglichen Modelles, das noch nicht gelitten hat, so ist der Modellguss die billigste Anfertigungsart; allein ein sehr genaues Rad erhält man auf diese Weise nicht, weil jedes alte Modell etwas unrund ist. Neue Modelle anzufertigen ist nur in dem Falle angemessen, wenn die Wahrscheinlichkeit vorhanden ist, dass das Modell in der Folge öfters gebraucht wird. Handelt es sich um sehr genaue oder um solche Räder, die in der Folge wohl sehr selten wiederholt herzustellen sind, wie es besonders bei anormalen Rädern der Fall ist, so ist es am zweckmässigsten, kein Modell anzufertigen, sondern mit Sandmasse zu formen, denn die Anfertigung der Formkästen zur Herstellung der Sandmasse ist nicht kostspielig, die Summe der Arbeiten, welche das Formen mit Sandmasse verursacht ist dagegen ziemlich beträchtlich.

Es ist hier nicht der Ort, die bei Anfertigung eines Radmodells vorkommende Schreinerarbeit im Detail zu besprechen, wir begnügen uns, diejenige Verfahrungsweise hervor zu heben, wodurch sehr genaue und vollkommene Räder erhalten werden. Um ein Modell herzustellen für ein Rad mit angegossenen Zähnen, wird zuerst der Radkörper aus einzelnen Holzstücken zusammengefügt, zusammengeagelt und theilweise zusammengeleimt. In diesen Radkörper werden dann die aus zartfaserigem Holz herzustellenden Zahnklötzchen mit Schwalbenschwänzen in der Weise eingesetzt, dass sie am Umfang des Rades eine continuirliche Masse bilden. Hierauf wird das Modellrad in eine Drehbank eingespannt und die Hülse ausgebohrt, wird der äussere Umfangstheil, insbesondere der Holzring der Zahnkörper glatt abgedreht und wird der Theilriss des Rades auf beiden Seiten desselben in die Holzmasse der Zahnkörper eingeritzt. Um endlich die Zähne zu formen, wird das Modellrad von der Drehbank abgenommen, wird der aufgeritzte Theilriss vermittelst eines zweispitzigen Zirkels nach der Anzahl der Zähne getheilt, wird hierauf jeder Zahn vermittelst einer genauen Lehre aus Messingblech aufgeritzt und werden endlich die Zahnlücken zuerst mit einer Säge, dann mit einer gröberem Rassel und zuletzt mit einer Schlichtfeile ausgearbeitet.

Um ein Rad mit eisernem Körper und hölzernen Zähnen anzufertigen, wird zuerst das Modell für den Radkörper hergestellt, dann abgeformt und gegossen. Hierauf werden in den Umfang des gegossenen Radkörpers die hölzernen Zahnkörper so eingesetzt und befestiget, dass sämtliche Holzklötzchen am Umfang des Rades eine continuirliche Masse bilden. Nun wird die Hülse des Rades nach dem Durchmesser des Wellenkopfes, auf welchen das Rad aufzukeilen ist, ausgebohrt und wird hierauf das Rad auf den Well-

kopf wirklich aufgekeilt. Ist dies geschehen, so wird die mit dem Rade versehene Welle zwischen die Spitzen einer Drehbank eingespannt, wird die Holzmasse der Zahnkörper abgedreht und werden die Theilrisse des Rades zu beiden Seiten in den Holzring eingeritzt. Hierauf werden die Theilrisse mit einem zweispitzigen Zirkel in so viele gleiche Theile getheilt, als die Anzahl der Zähne beträgt, werden die Zahnformen vermittelst einer genauen Lehre aus Messingblech aufgeritzt und werden schliesslich die Zahnlücken mit Säge, Raspel und Schlichtfeile ausgearbeitet.

Bei diesem Verfahren muss das Rad vollkommen rund und absolut genau concentrisch mit der Drehungsaxe ausfallen.

### Die Schraube ohne Ende.

(Resultate Seite 75.)

Um die einzelnen Dimensionen derjenigen mechanistischen Anordnung zu bestimmen, welche Schraube ohne Ende (in der Handwerksprache Wurm und Wurmrad) genannt wird, muss man berücksichtigen, dass durch die Reibung zwischen den Gewinden der Schraube und den Zähnen des Rades ein beträchtlicher Theil der in der treibenden Axe enthaltenen Kraft verloren geht.

Nennen wir, Fig. 9, Tafel XI.,  $d$  den Durchmesser der Schraubenaxe  $a$ ,  $r$  den Halbmesser der Schraube  $A$ ,  $n$  die Anzahl ihrer Umdrehungen in einer Minute,  $N$  den Effekt in Pferdekräften, welcher in dieser Axe  $a$  treibend wirkt,  $d_1$  den Durchmesser der Axe des Zahnrades  $B$ ,  $R$  den Halbmesser desselben,  $\alpha$  und  $\beta$  die Zahndimensionen,  $n_1$  die Anzahl der Umdrehungen der Radaxe in einer Minute,  $N_1$  den Effekt in Pferdekräften, welchen die Radaxe empfängt, wenn die Schraubenaxe mit  $N$  Pferdekräften getrieben wird,  $\beta$  die Anzahl der Zähne des Rades.

Da das Zahnrad bei einer Umdrehung der Schraube um eine Zahntheilung fortrückt, so gibt die Anzahl  $\beta$  der Zähne des Rades an, wie oftmal die Schraubenaxe umgedreht werden muss, damit das Schraubenrad einen Umgang macht. Man hat daher:

$$\frac{n}{n_1} = \beta \quad \dots \quad (1)$$

Zur Bestimmung der Axendurchmesser hat man:

$$d = 16 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}, \quad d_1 = 16 \sqrt[3]{\frac{N_1}{n_1}} \quad \dots \quad (2)$$