Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1862

Spannrollen

Spannrollen.

Zuweilen wird die Riemenspannung durch eine Rolle bewirkt, welche direkt durch ein Gewicht, oder indirekt durch einen Hebel, auf welchen ein Gewicht einwirkt, gegen den Riemen gedrückt wird. Fig. 11, Tafel X. Wir wollen uns die Aufgabe stellen, den Druck zu bestimmen, mit welchem eine solche Spannrolle gegen den Riemen gedrückt werden muss, damit in demselben Spannungszustände eintreten, die so gross sind, dass ein Gleiten der treibenden Rolle in dem Riemen, oder ein Gleiten des letzteren auf der getriebenen Rolle nicht eintritt.

Nehmen wir an, der Riemen werde zuerst, bevor die Spannrolle angelegt und bevor Kraft und Widerstand auf die Rollen einwirken, auf gewöhnliche Weise durch Schnallen oder durch Verschnürungen so stark und gleichförmig angespannt, dass eine Spannung t eintritt, so entsteht in dem Riemen eine Ausdehnung, die nach dem Stabausdehnungsgesetz gleich $\frac{t\,L}{\Omega\,\varepsilon}$ ist, wobei L die anfängliche natürliche Länge des Riemens, Ω seinen Querschnitt, ε den Modulus der Elastizität des Materials bezeichnet. Denken wir uns nun, dass hierauf die Spannrolle mit einer Kraft q gegen das *geführte* Riemenstück so stark angedrückt werde, dass ein Gleiten des Riemens nicht eintritt, wenn wir an den Umfang der treibenden Rolle eine Kraft P und am Umfang der getriebenen Rolle einen Widerstand P einwirken lassen. Dann wird in dem führenden Riemenstück $A\,A_1$ eine gewisse Spannung $\mathfrak{T}_1$, in dem geführten Riemenstück $C\,C_1$ eine gewisse Spannung $\mathfrak{T}_2$ eintreten.

Vorausgetzt dass das Spannungsgewicht gerade nur so gross ist, dass durch den Spannungszustand ein Gleiten des Riemens nicht statt findet, hat man nach Seite 187:

$$\mathfrak{T}_1 = \mathfrak{T}_2\, e^{f\alpha_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

wobei α_1 der Winkel ist (in Theilen des Halbmessers ausgedrückt), welcher dem Bogen entspricht, längs welchem der Riemen den Umfang der kleineren Rolle berührt.

Nennt man σ die Spannung in irgend einem Punkt m am Umfang der Rolle O, so ist nach Seite 187:

$$\sigma = \mathfrak{T}_2\, e^{f\varphi}$$

Die Ausdehnung, welche in dem die Rolle B berührenden Theil des Riemens durch alle zwischen C und A vorkommenden Spannungen entsteht, ist demnach nach dem Stabausdehnungsgesetz:

$$\int_0^\alpha \frac{\sigma \, R \, d\varphi}{\Omega \, \varepsilon} = \int_0^\alpha \frac{R \, \mathfrak{T}_2}{\Omega \, \varepsilon} e^{f\varphi} d\varphi = \frac{R \, \mathfrak{T}_2}{\Omega \, \varepsilon \, f} e^{f\alpha}$$

Auf gleiche Weise ist $\frac{r \, T_2}{\Omega \, \varepsilon \, f} e^{f\alpha_1}$ die Ausdehnung im Riemenbogen $A_1 C_1$. Nennt man l die natürliche Länge $A A_1$ eines der beiden geraden Riemenstücke, so sind $\frac{l \, \mathfrak{T}_1}{\varepsilon \, \Omega}$, $\frac{l \, \mathfrak{T}_2}{\varepsilon \, \Omega}$ die Ausdehnungen, welche in diesen Riementheilen durch die Spannungen $\mathfrak{T}_1$ und $\mathfrak{T}_2$ eintreten, der ganze Riemen ist also um

$$\frac{R \, \mathfrak{T}_2}{\Omega \, \varepsilon \, f} e^{f\alpha} + \frac{r \, \mathfrak{T}_2}{\Omega \, \varepsilon \, f} e^{f\alpha_1} + \frac{l \, \mathfrak{T}_1}{\varepsilon \, \Omega} + \frac{l \, \mathfrak{T}_2}{\varepsilon \, \Omega}$$

länger, als er im natürlichen Zustande war.

Diese Verlängerung muss nun gleich sein 1) derjenigen Verlängerung $\frac{L \, t}{\Omega \, \varepsilon}$, welche durch die anfängliche Anspannung eingetreten ist, mehr der Verlängerung $\frac{1}{2} x^2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$, welche durch das Spanngewicht eingetreten ist. Wir erhalten daher die Gleichheit:

$$\frac{R \, \mathfrak{T}_2}{\Omega \, \varepsilon f} e^{f\alpha} + \frac{r \, \mathfrak{T}_2}{\Omega \, \varepsilon f} e^{f\alpha_1} + \frac{l \, \mathfrak{T}_1}{\varepsilon \, \Omega} + \frac{l \, \mathfrak{T}_2}{\varepsilon \, \Omega} = \frac{L_1 \, t}{\Omega \, \varepsilon} + \frac{1}{2} x^2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \quad (2)$$

Dabei bedeutet $x = \overline{g\,h}$ die Senkung des Spanngewichtes oder die Einbiegung des Riemens und sind $a = C\,h$ $b = C_1\,h$ die Entfernungen des Spanngewichtes von dem Berührungspunkt C und C_1. Vernachlässigt man den Unterschied von α und α_1 und berücksichtiget die Gleichung (1), so wird der Ausdruck (2):

$$\frac{R \, \mathfrak{T}_1}{\Omega \, \varepsilon \, f} + \frac{r \, \mathfrak{T}_1}{\Omega \, \varepsilon f} + \frac{l \, \mathfrak{T}_1}{\varepsilon \, \Omega} + \frac{l \, \mathfrak{T}_2}{\varepsilon \, \Omega} = \frac{L \, t}{\Omega \, \varepsilon} + \frac{1}{2} x^2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$$

und hieraus folgt:

$$x = \sqrt{\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \left(\frac{R \, \mathfrak{T}_1}{\Omega \, \varepsilon \, f} + \frac{r \, \mathfrak{T}_1}{\Omega \, \varepsilon \, f} + \frac{l \, \mathfrak{T}_1}{\varepsilon \, \Omega} + \frac{l \, \mathfrak{T}_2}{\varepsilon \, \Omega} - \frac{L \, t}{\Omega \, \varepsilon}\right)} \quad . \quad (3)$$

Nun ist aber annähernd

$$\mathfrak{T}_2 \frac{x}{a} + \mathfrak{T}_2 \frac{x}{b} = q$$

oder:

$$q = \mathfrak{T}_2 \, x \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

Setzt man hier für x seinen Werth aus (3), so findet man:

$$q = \mathfrak{T}_2 \sqrt{2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \frac{1}{\Omega \, \varepsilon} \left(\frac{R \, \mathfrak{T}_1}{f} + \frac{r \, \mathfrak{T}_1}{f} + l \, \mathfrak{T}_1 + l \, \mathfrak{T}_2 - L \, t \right)}$$

oder auch:

$$q = \mathfrak{T}_2 \sqrt{2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \frac{\mathfrak{T}_1}{\Omega \, \varepsilon} \left(\frac{R}{f} + \frac{r}{f} + l + l \frac{\mathfrak{T}_2}{\mathfrak{T}_1} - L \frac{t}{\mathfrak{T}_1} \right)} \quad (4)$$

oder endlich:

$$q = \mathfrak{T}_2 \sqrt{2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \frac{\mathfrak{T}_1 \, L}{\Omega \, \varepsilon} \left[\frac{R}{L \, f} + \frac{r}{L \, f} + \frac{l}{L} \left(1 + \frac{\mathfrak{T}_2}{\mathfrak{T}_1} \right) - \frac{t}{\mathfrak{T}_1} \right]} \quad (5)$$

Wenn die Spannrolle gegen das führende (stark gespannte) Riemenstück angedrückt wird, ist

$$q = \mathfrak{T}_1 \, x \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

und wird dann:

$$q = \mathfrak{T}_1 \sqrt{2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \frac{\mathfrak{T}_1 \, L}{\Omega \, \varepsilon} \left[\frac{R}{L f} + \frac{r}{L \, f} + \frac{l}{L} \left(1 + \frac{\mathfrak{T}_2}{\mathfrak{T}_1} \right) - \frac{t}{\mathfrak{T}_1} \right]} \quad (7)$$

Die Kraft, mit welcher die Spannrolle an den Riemen gedrückt werden muss, fällt also im Verhältniss $\frac{\mathfrak{T}_1}{\mathfrak{T}_2}$ grösser aus als in dem Falle, wenn sie an dem geführten Riemenstück wirkt.

Es sei z. B.:

$$\frac{L}{a} = 8, \ \frac{L}{b} = 8, \ \frac{\mathfrak{T}_1}{\Omega} = 25, \ \frac{R}{L} = \frac{1}{10}, \ \frac{r}{L} = \frac{1}{10}, \ \frac{l}{L} = \frac{1}{4},$$

$$\frac{\mathfrak{T}_2}{\mathfrak{T}_1} = \frac{1}{2}, \ \frac{t}{\mathfrak{T}_1} = \frac{1}{2}, \ \mathfrak{T}_1 = 2 \, P, \ f = 0{\cdot}28, \ \varepsilon = 400$$

so wird:

nach Formel (5) $q = 1{\cdot}09 \, P$

nach Formel (7) $q = 2{\cdot}18 \, P$

Die in den Resultaten, vierte Auflage, Seite 66 aufgestellte Formel ist etwas weniger genau als die so eben hergeleitete. Die Formel der Resultate ergibt sich, wenn man annimmt: Es werde ein Gleiten der Riemen dann nicht eintreten, wenn in denselben durch das Andrücken der Spannrolle eine gleichförmige Spannung von der Grösse $1{\cdot}5\ P$ hervorgebracht wird, dabei stellt man sich aber vor, dass während der Anspannung des Riemens durch die Spannrolle, auf die Transmissionsrollen weder eine Kraft noch ein Widerstand einwirkt.

Geht man von dieser annähernd richtigen Annahme aus, so ist die Verlängerung $\frac{L\ 1{\cdot}5\ P}{\Omega\ \varepsilon}$, welche durch die gleichförmige Spannung $1{\cdot}5\ P$ entsteht, gleich zu setzen der Verlängerung $\frac{L\ t}{\Omega\ \varepsilon}$, durch die initiale Spannung mehr der Verlängerung $\frac{1}{2}\ x^2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$, hat man also die Gleichung:

$$\frac{L\ 1{\cdot}5\ P}{\Omega\ \varepsilon}=\frac{L\ t}{\Omega\ \varepsilon}+\frac{1}{2}x^2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\quad .\ .\ .\ .\ .\ (8)$$

Wird die Spannrolle gegen das führende Riemenstück gedrückt (wie es bei der Formel der Resultate angenommen ist), so hat man, weil im führenden Riemenstück in der Regel eine Spannung $2\ P$ herrscht,

$$q=2\ P\ x\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (9)$$

Durch Elimination von x aus (8) und (9) folgt:

$$q=2\ P\sqrt{\frac{2\ (a+b)}{a\ b}\ \frac{L\ (1{\cdot}5\ P-t)}{\Omega\ \varepsilon}}\quad .\ .\ .\ .\ .\ (10)$$

welcher Ausdruck mit jenem der Resultate übereinstimmt.

Zahnräder.

(Resultate Seite 66 bis 76, Tafel XVII)

Erklärungen. Nimmt man zwei kreisrunde cylindrische oder konische Scheiben A und B, Fig. 1 und 2, Tafel XI., versieht jede derselben mit einer Axe, bringt sie hierauf in Berührung und presst sie gegen einander, so bewirkt eine Drehung einer dieser Scheiben zugleich eine Drehung der anderen, vorausgesetzt, dass der Bewegung der getriebenen Scheibe kein zu grosser Widerstand entgegen