Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1862

Rollen

Construktion eines Stuhles für drei oder vier Wellen wie im Vorhergehenden für einen Stuhl zu zwei Wellen erklärt wurde, so kann es begegnen, dass der Raum zwischen den Rädern nicht hinreicht, die Lagerplatten in geordneter Weise anzubringen.

Bestimmtere Regeln lassen sich für derlei Construktionen nicht aufstellen und sind auch nicht nothwendig, so wie man sich einige Uebung im Construiren erworben hat, denn wenn einmal die Räder und die Lagerplatten verzeichnet sind, hat das Gefühl hinreichend sichere Leitung und Anhalt. Aber es ist gerade die Construktion dieser Lagerstühle die beste construktive Elementar-Uebung, die man nur machen kann, und jeder Anfänger wird wohl thun, sehr viele solche Stühle für die mannigfaltigsten Verhältnisse zu entwerfen. Das Beste ist, wenn man die Construktion mit Kreide in Naturgrösse auf schwarz gebeizten Holztafeln ausführt, weil man die Detaildimensionen am besten beurtheilen kann, wenn sie in natürlicher Grösse erscheinen. Anfänger construiren immer zu weitschichtig, und es dauert gewöhnlich lange, bis das Geschick sich einfindet, etwas in einem engen Raum concentrirt anzuordnen und doch Alles zugänglich zu machen.

Für aufrechte Wellen darf man in der Regel die Entfernung der Welle von der Wand 4 bis höchstens 5 mal so gross machen, als der Durchmesser der Welle beträgt.

Die Metalldicke Δ der Stuhlwände darf man nach folgender empirischen Regel bestimmen.

$$\Delta = 1 + 0{\cdot}07\ d$$

dann wird:

für d = 10	12	14	16	18	20 Centm.
Δ = 1·7	1·84	1·98	2·02	2·26	2·40 „

Wenn die Kraft vermittelst einer vertikal stehenden Welle durch ein aus mehreren Stockwerken bestehendes Fabrikgebäude in die Höhe geleitet werden soll, ist es zweckmässig, die Mauer, da wo die Welle aufzustellen ist, in allen Stockwerken gleich dick zu halten, indem auf diese Weise die Lagerstühle in allen Stockwerken von der Mauer gleich weit heraus reichen. Tafel XXX. der Resultate.

Rollen.

(Resultate Seite 60 bis 66, Tafel XV.)

Um von einer Axe nach einer andern Kraft und Bewegung zu übertragen, werden gewöhnlich entweder verzahnte Räder oder

Rollen mit Riemen angewendet. Diese Rollentriebe sind zwar nur zur Uebertragung von schwächern Kräften anwendbar, sie gewähren aber den Vortheil, dass die Entfernung der beiden Axen beträchtlich gross sein kann.

Ein Riemen vermag die Bewegung von einer Rolle nach einer andern nur dann zu übertragen, wenn derselbe an den Rollenumfängen durch Adhäsion oder Reibung anhaftet, und zwar so, dass der Riemen und die Rollenumfänge übereinstimmende Geschwindigkeiten erhalten. Ist dies der Fall, so verhalten sich die Umdrehungen, welche die beiden Axen in einerlei Zeit, z. B. in einer Minute machen, verkehrt, wie die Halbmesser der mit den Axen verbundenen Rollen, und die Bewegungsrichtungen der Axen stimmen überein oder sind einander entgegengesetzt, je nachdem die Riemenstücke zwischen den Rollen äussere oder innere (sich durchkreuzende) Tangenten an die Rollenumfänge bilden.

Riemenspannungen. Die Querschnittsdimensionen des Riemens, so wie auch sämmtliche Dimensionen der Rollen richten sich vorzugsweise nach der Spannung, die in dem Riemen herrschen muss, damit derselbe auf den Rollen nicht gleitet; wir müssen uns daher mit der Ausmittelung dieser Spannung beschäftigen.

Denken wir uns, dass um zwei Rollen ein Riemen geschlungen und sehr stark angespannt werde, so wird in der ganzen Ausdehnung des Riemens ein und dieselbe Spannung eintreten, so lange in den Axen keine auf Drehung wirkenden Kräfte und Widerstände einwirken. So wie aber in der treibenden Welle eine drehende Kraft und gleichzeitig in der getriebenen Welle ein der Drehung entgegengerichteter Widerstand einwirkt, treten sogleich in allen Querschnitten des Riemens Spannungsänderungen ein. Wirken Kraft und Widerstand nach den Richtungen, welche in Fig. 2, Tafel X. die Pfeile andeuten, so ist klar, dass in dem Riemenstück $a\,b$ eine starke, in dem Riemenstück $a_1\,b_1$ eine schwache Spannung entsteht, und dass von a nach a_1, so wie von b nach b_1 die Spannung nach einem gewissen Gesetz abnimmt. Nennt man $\mathfrak{T}$ die Spannung in $a\,b$ und $\mathfrak{T}_1$ die Spannung in $a_1\,b_1$, ferner P die auf den Umfang der Rolle A reduzirte treibende Kraft, so hat man sowohl für einen Ruhezustand wie für einen gleichförmigen beharrenden Bewegungszustand:

$$\left.\begin{array}{l} \mathfrak{T} = P + \mathfrak{T}_1 \\ \text{oder} \qquad P = \mathfrak{T} - \mathfrak{T}_1 \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Diese Gleichung ist richtig, wie gross auch die absoluten Spannungen $\mathfrak{T}$ und $\mathfrak{T}_1$ sind, so lange die Rollen in dem Riemen nicht glitschen. Diese Gleichung gilt also auch noch dann, wenn man die Riemenspannung so weit schwächt, dass die aus derselben entstehende Reibung zwischen dem Riemen und den Rollen gerade noch hinreicht, das Glitschen der Rollen zu verhindern. Diese schwächste Riemenspannung, welche noch im Stande ist, das Glitschen der Rollen zu verhindern, ist offenbar von einer solchen Grösse, dass die daraus entspringende Reibung der Kraft P oder dem eben so grossen Widerstand P gleich kommt. Wir wollen nun suchen, diese kleinsten Werthe von $\mathfrak{T}$ und $\mathfrak{T}_1$, bei welchen ein Glitschen noch nicht eintritt, zu berechnen.

Wenn wir die Riemenstücke zwischen der Rolle entzwei schneiden, und an die entstehenden Enden Kräfte anbringen, die gleich sind den Spannungen $\mathfrak{T}$ und $\mathfrak{T}_1$, welche vor dem Entzweischneiden vorhanden waren, so wird der Gleichgewichtszustand nicht gestört. In dem Riemenstück $a\,a_1$ Fig. 3, Tafel X., welches die Rolle A von a_1 bis a berührt, wächst die Spannung von a_1 an bis a hin von $\mathfrak{T}_1$ bis $\mathfrak{T}$. In irgend einem Querschnitt m wird eine Spannung S und in einem an m unendlich nahen Querschnitt n wird eine Spannung $S + d\,S$ vorhanden sein. Zerlegen wir jede dieser zwei Spannungen in zwei Seitenkräfte nach den Richtungen $p\,O$ und $q\,r$, wobei p den Durchschnittspunkt der Richtungen von S und $S + d\,S$ bedeutet, und $q\,r$ senkrecht auf $p\,O$ ist, und setzen wir

$$\widehat{m\,O\,a_1} = \varphi, \qquad \widehat{m\,O\,n} = d\,\varphi$$

so ist:

$$S \sin \frac{1}{2}\, d\,\varphi + (S + d\,S) \sin \frac{1}{2}\, d\,\varphi$$

die Kraft, mit welcher das Riemenelement $m\,n$ gegen die Rolle gedrückt wird, und

$$f \left[S \sin \frac{1}{2}\, d\,\varphi + (S + d\,S) \sin \frac{1}{2}\, d\,\varphi \right] \quad . \; . \; . \; . \quad (2)$$

die aus diesem Druck entspringende Reibung, wobei f den Reibungs-Coeffizienten bedeutet.

Dagegen ist:

$$(S + d\,S) \cos \frac{1}{2}\, d\,\varphi - S \cos \frac{1}{2}\, d\,\varphi \quad . \; . \; . \quad (3)$$

die Kraft, mit welcher dieses Riemenstückchen nach der Richtung $p\,r$ gezogen wird. Wenn nun die Spannungen $\mathfrak{T}$ und $\mathfrak{T}_1$ gerade nur so gross sind, dass ein Glitschen der Rolle noch verhindert wird, muss nothwendig die Kraft (3) dem Reibungswiderstand (2) gleich sein. Für diese kleinsten Werthe von $\mathfrak{T}$ und $\mathfrak{T}_1$ besteht also die Gleichheit:

$$f\left[S \sin\frac{1}{2}d\varphi + (S + dS)\sin\frac{1}{2}d\varphi\right] =$$

$$(S + dS)\cos\frac{1}{2}d\varphi - S\cos\frac{1}{2}d\varphi$$

Allein weil dS und $d\varphi$ unendlich kleine Grössen sind, darf man setzen:

$$\sin\frac{1}{2}d\varphi = \frac{1}{2}d\varphi,\quad \cos\frac{1}{2}d\varphi = 1$$

und ist es ferner erlaubt, Glieder, welche Produkte von Differenzialien enthalten, zu vernachlässigen. Wir erhalten daher: $f\,S\,d\varphi = dS$ und wenn man diese Gleichung integrirt:

$$\text{lognat}\, S = f\varphi + \text{Const} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Diese Gleichung spricht das Gesetz aus, nach welchem die Spannung S mit dem Winkel φ wächst.

Nun ist für $\varphi = o$, $S = \mathfrak{T}_1$ und für $\varphi = \widehat{aOa_1} = \alpha$, $S = \mathfrak{T}$. Demnach gibt die Gleichung (4):

$$\text{lognat}\,\mathfrak{T}_1 = o + \text{Const}$$
$$\text{lognat}\,\mathfrak{T} = f\alpha + \text{Const}$$

Die Differenz dieser Gleichungen gibt:

$$\text{lognat}\frac{\mathfrak{T}}{\mathfrak{T}_1} = f\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

demnach:

$$\mathfrak{T} = \mathfrak{T}_1 e^{f\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

wobei $e = 2{\cdot}71828$ die Basis der natürlichen Logarithmen bedeutet. Aus den Gleichungen (1) und (6) folgt:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{T} &= P\frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1} \\ \mathfrak{T}_1 &= P\frac{1}{e^{f\alpha} - 1} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Die Spannung t, welche in der ganzen Ausdehnung des Riemens eintritt, wenn Kraft und Widerstand beseitigt wird, ist $\frac{1}{2}(\mathfrak{T}+\mathfrak{T}_1)$, man erhält demnach auch:

$$t = \frac{1}{2} P \frac{e^{f\alpha} + 1}{e^{f\alpha} - 1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

Nennt man s die Bogenlänge a p a₁, längs welcher der Riemen die Rolle berührt, R den Halbmesser der Rolle, so ist:

$$\alpha = \frac{s}{R} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

Vermittelst dieser Formeln (7), (8), (9) können nun die schwächsten Spannungen berechnet werden, bei welchen ein Glitschen der Rollen oder Riemen noch nicht eintritt.

Die Reibungscoeffizienten f sind nach Versuchen von *Morin*:

1) für gewöhnlich fette Riemen auf hölzernen Rollen $f = 0{\cdot}47$
2) für neue Riemen auf hölzernen Rollen . . . . $f = 0{\cdot}50$
3) für gewöhnlich fette Riemen auf abgedrehten gusseisernen Rollen . . . . $f = 0{\cdot}28$
4) für feuchte Riemen auf gusseisernen abgedrehten Rollen . . . . $f = 0{\cdot}38$

Für die gewöhnlichen Zwecke der Praxis sind die Formeln (7) und (8) viel zu complizirt, sie geben uns jedoch sehr einfache Resultate, wenn wir uns auf die gewöhnlicheren Fälle der Praxis beschränken, in welchen 1) fette Riemen auf gusseisernen abgedrehten Rollen angewendet werden, und 2) der Winkel, welcher dem Bogen α entspricht, entweder genau oder doch annähernd gleich 180° ist. Setzen wir in (7) und (8) $f = 0{\cdot}28$, $\alpha = \pi = 3{\cdot}142$, $e = 2{\cdot}718$, so erhalten wir wegen $e^{f\alpha} = (2{\cdot}718)^{0{\cdot}28 \times 3{\cdot}142} = 2{\cdot}41$

$$\mathfrak{T} = 1{\cdot}8\,P, \quad \mathfrak{T}_1 = 0{\cdot}8\,P, \quad t = 1{\cdot}3\,P$$

Allein damit in der Anwendung ein Glitschen der Riemen nicht eintritt, müssen die Spannungen jederzeit etwas grösser gehalten werden, als die kleinsten Werthe, daher dürfen wir zur Berechnung der Rollen und Riemen folgende Werthe in Rechnung bringen:

$$\mathfrak{T} = 2\,P, \quad \mathfrak{T}_1 = P, \quad t = 1{\cdot}5\,P \quad \ldots \ldots \quad (10)$$

Dimensionen des Riemens und der Rolle. Nennen wir nun β die Breite des Riemens, δ die Dicke desselben, $\mathfrak{A}$ die Spannungsintensität, welche im Riemen eintreten darf, und zwar im führenden Riemenstück, so ist zu setzen:

$$\mathfrak{A}\,\beta\,\delta = \mathfrak{T}$$

oder weil wir in allen gewöhnlichen Fällen $\mathfrak{T} = 2\,P$ nehmen dürfen:

$$\mathfrak{A}\,\beta\,\delta = 2\,P \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

Vermittelst dieser Gleichung kann man den Querschnitt $\beta\,\delta$ des Riemens berechnen, wenn die auf den Rollenumfang reduzirte Kraft P und die zulässige Spannungsintensität gegeben sind. Allein wenn es sich um die Construktion eines Rollentriebes handelt, ist P fast niemals unmittelbar gegeben, sondern man kennt gewöhnlich nur den in Pferdekräften ausgedrückten Effekt, welchen die Rolle überträgt, und die Anzahl der Umdrehungen der Wellen; die Regel (1) ist daher unmittelbar nicht praktisch brauchbar. Die Methode der Verhältnisszahlen führt uns auch hier am besten zu einer leicht anwendbaren Regel. Nennen wir d den Durchmesser einer Transmissionswelle, welche einem Torsionsmoment $P\,R$ entspricht, so haben wir vermöge Gleichung (4), Seite 57:

$$P\,R = T\,\frac{\pi}{16}\,d^3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Durch Elimination von P aus (11) und (12) folgt:

$$\frac{1}{2}\,\mathfrak{A}\,\beta\,\delta\,R = \frac{\pi}{16}\,T\,d^3 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

Dividirt man durch d^3 und sucht hierauf $\frac{\beta}{d}$, so findet man:

$$\frac{\beta}{d} = \frac{\frac{\pi}{16}\,T}{\frac{1}{2}\,\mathfrak{A}\,\frac{\delta}{d}}\,\frac{d}{R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

Nun ist $\frac{1}{2}\,\mathfrak{A}\,\frac{\delta}{d}$ in allen Fällen der Praxis sehr nahe eine constante Grösse; denn ist die zu übertragende Kraft gross, so fällt d gross aus, wird aber auch dickeres und zugleich festeres Leder genommen, und so kommt es, dass das Produkt $\mathfrak{A}\,\delta$ sehr nahe in dem gleichen Maass wächst wie d, dass mithin $\frac{1}{2}\,\mathfrak{A}\,\frac{\delta}{d}$ sehr nahe constant und zwar gleich $1{\cdot}55$ ist. Man erhält dadurch zur Bestimmung der Riemendicke δ die Regel:

$$\delta = 3{\cdot}1 \, \frac{d}{\mathfrak{A}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

und es darf hier für $\mathfrak{A}$ der fünfte Theil der absoluten Festigkeit des Leders gesetzt werden. Die angemessenen Werthe von $\mathfrak{A}$ sind demnach:

für	Schafleder	. . $\mathfrak{A}$	= 22
	Kalbleder	. . „	= 25
	Rossleder	. . „	= 44
	Kuhleder	. . „	= 54

Berechnet man den Durchmesser d nach der Formel $d = 16\sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ wobei N die Pferdekraft ausdrückt, welche dem Moment $P\,R$ entspricht, und n die Anzahl der Umdrehungen per 1 Minute, so ist, wie Seite 164 gezeigt wurde, $T = 90$ und dann findet man aus (14):

$$\frac{\beta}{d} = 10{\cdot}5 \, \frac{d}{R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

Diese Formel gibt

für $\frac{R}{d}$ =	4	5	6	7	8
$\frac{\beta}{d}$ =	2·6	2·1	1·75	1·5	1·31

Diese Regeln sind unter der Voraussetzung gefunden worden, dass die Spannung $\mathfrak{T}$ im führenden Riemenstück gleich $2\,P$, d. h. zwei mal so gross ist, als der auf den Umfang reduzirte Widerstand. Setzt man zur Abkürzung:

so ist:
$$\left.\begin{array}{l} k = \dfrac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1} \\[2ex] \mathfrak{T} = k\,P \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

und wenn man die früher durchgeführte Rechnung wiederholt, dabei aber $k\,P$ statt $2\,P$ setzt, so findet man statt der Gleichung (14):

$$\frac{\beta}{d} = k \, \frac{\frac{\pi}{16}\,\mathfrak{T}}{\mathfrak{A}\,\frac{\delta}{d}} \, \frac{d}{R} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

oder wenn man die Erfahrungsregel (16) berücksichtigt:

$$\left.\begin{aligned} \delta &= 3{\cdot}1\ \frac{d}{\mathfrak{A}} \\ \frac{\beta}{d} &= 5{\cdot}25\ k\ \frac{d}{R} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

Für den Reibungscoefficienten $f = 0{\cdot}28$ findet man:

für α^0 =	60°	90°	120°	180°	210°	240°
$e^{f\alpha}$ =	1·340	1·552	1·797	2·409	2·789	3·229
k =	3·94	2·81	2·26	1·71	1·55	1·44

Diese Resultate dienen nun zur Bestimmung der Riemen für den Fall, dass der von dem Riemen umfasste Bogen beträchtlich von 180° abweicht.

Die Rollenbreite $\mathfrak{b}$ muss etwas grösser als die Riemenbreite gehalten werden. Wir stellen die Regel auf:

$$b = \frac{5}{4}\beta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

Die Dimensionen der Hülse zum Aufkeilen der Rolle müssen empirisch bestimmt werden. Eine Vergleichung von guten Construktionen hat zu folgenden Regeln geführt, Fig. 1 und 2, Tafel XV. der Resultate für den Maschinenbau:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Metalldicke der Hülse} \ldots\ldots & = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\ d \\ \text{Länge der Hülse, nach der Richtung der} & \\ \quad\text{Axe gemessen, gleich der Rollenbreite } \mathfrak{b}\ . & = \frac{5}{4}\ d \\ \text{Breite des Keiles} \ldots\ldots\ldots & = 0{\cdot}9\ d \\ \text{Dicke des Keiles} \ldots\ldots\ldots & = 0{\cdot}45\ d \end{array}\right\} \quad (22)$$

Zur Bestimmung der Arme kann man vermittelst der Methode der Verhältnisszahlen auf folgende Weise eine einfache Regel ableiten.

Die innerhalb gewisser Grenzen ziemlich willkürliche Anzahl $\mathfrak{N}$ der Arme einer Rolle darf jederzeit nach dem Verhältniss $\frac{R}{d}$ aus dem Halbmesser der Rolle und dem Durchmesser der Welle, welche der durch die Rolle zu übertragenden Kraft entspricht, bestimmt werden; allein da dieses Verhältniss nicht immer eine ganze Zahl ist, und ferner für die Anzahl der Arme eine ganze Zahl genommen werden muss, so gilt die Regel, dass die Anzahl $\mathfrak{N}$ der Arme gleich gemacht werden soll derjenigen ganzen Zahl, welche dem Verhältniss $\frac{R}{d}$ am nächsten kommt.

Der Querschnitt der Arme wird gewöhnlich ellyptisch gemacht, weil dies eine Form ist, die wenig Luftwiderstand verursacht, und sich leicht in Sand formen lässt. Die absoluten Dimensionen eines Armes ergeben sich auf folgende Weise.

Zur Bestimmung der Welle haben wir die Gleichung (12) aufgestellt.

Nennen wir nun h die in der Ebene der Rolle gemessene Dimension eines Armes, gemessen an der Axe. h_1 die Dicke des Armes an der Hülse, so ist nach der Lehre von der relativen Festigkeit $\mathfrak{S}\frac{\pi}{32} h_1 h^2 = \mathfrak{S}\frac{\pi}{32}\left(\frac{h_1}{h}\right) h^3$ das Elastizitätsmoment. Da wir annehmen dürfen, dass die am Umfang der Rolle wirkende Kraft P alle Arme von der Hülse wegzubrechen strebt, so ist $\frac{P}{\mathfrak{N}} R$ das Moment für einen Arm, man hat daher:

$$\frac{PR}{\mathfrak{N}} = \frac{\mathfrak{S}\pi}{32}\left(\frac{h_1}{h}\right) h^3 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

Aus dieser und der Gleichung (12) folgt nun durch Elimination von PR:

$$\frac{T\pi}{16} d^3 = \mathfrak{N}\frac{\mathfrak{S}\pi}{32}\left(\frac{h_1}{h}\right) h^3$$

und hieraus folgt:

$$\frac{h}{d} = \frac{\sqrt[3]{\frac{2T}{\mathfrak{S}}\frac{h}{h_1}}}{\sqrt[3]{\mathfrak{N}}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

Der Zähler dieses Bruches ist, weil das Verhältniss $\frac{h}{h_1}$ constant angenommen wird, ebenfalls constant, und nach Erfahrungen gleich 1·7 zu setzen; man hat daher:

$$\frac{h}{d} = \frac{1{\cdot}7}{\sqrt[3]{\mathfrak{N}}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (25)$$

Diese Formel gibt folgende Resultate:

$$\text{für } \mathfrak{N} = \quad 4 \qquad 6 \qquad 8 \qquad 10$$

$$\frac{h}{d} = \quad 1{\cdot}08 \qquad 0{\cdot}94 \qquad 0{\cdot}86 \qquad 0{\cdot}79$$

In den Resultaten für den Maschinenbau, Seite 60 bis 63, findet man alle im Vorhergehenden abgeleiteten und aufgestellten Regeln zur Bestimmung der Dimensionen der Rollen für den praktischen Gebrauch zusammengestellt. Zum Verständniss mögen noch folgende Bemerkungen dienen.

Wir nennen den Quotienten $\frac{R}{d}$ aus dem Halbmesser der Rolle und dem Durchmesser der Welle, welche der zu übertragenden Kraft entspricht, die relative Grösse der Rolle und sagen, eine Rolle sei eine 4-, 5-, 6fache, wenn ihr Halbmesser 4, 5, 6 mal so gross ist als der Durchmesser der Welle, welche der Kraft entspricht.

Hinsichtlich des Wellendurchmessers ist folgendes zu sagen:

Wenn die ganze in der treibenden Welle enthaltene Kraft durch den Rollentrieb auf die zweite Axe übertragen werden soll, so ist der der Rechnung zu Grunde zu legende Durchmesser d gleich dem wirklichen Durchmesser der treibenden Welle. Wenn dagegen nur ein Theil von der Kraft, die in der treibenden Welle enthalten ist, auf die getriebene Welle übertragen werden soll, so ist der Durchmesser d, welcher der Berechnung der Rolle zu Grunde gelegt werden muss, nicht gleich dem wirklichen Durchmesser der treibenden Welle, sondern dieser Durchmesser ist dann nur eine imaginäre Hilfsgrösse und muss nach dem zu übertragenden Effekt und nach der Geschwindigkeit der Rolle berechnet werden. Die später folgenden Beispiele werden die Bestimmung von d erklären.

Der Halbmesser der grösseren von den beiden Rollen eines Rollentriebes darf in der Regel 6 bis 7 mal so gross genommen werden, als der Durchmesser d. Nur in dem Falle, wenn eine sehr starke Uebersetzung verlangt wird ist es angemessen, den Halbmesser 8 bis 10 mal so gross zu machen als d.

Durchgeht man die aufgestellten Regeln, so wird man finden, dass nach denselben alle Rollen von einerlei relativer Grösse geometrisch-ähnliche Formen sind, denn für einen bestimmten Werth von $\frac{R}{d}$ erhalten alle übrigen Verhältnisse, namentlich

$$\frac{\beta}{d}, \quad \frac{b}{d}, \quad \mathfrak{N} = \frac{R}{d}, \quad \frac{h}{d}$$

constante Werthe. Unsere Regeln geben:

$$\text{für } \frac{R}{d} = 7$$

$$\frac{\beta}{d} = 1{\cdot}5, \quad \frac{b}{d} = 1{\cdot}9, \quad \mathfrak{N} = 6, \quad \frac{h}{d} = 0{\cdot}94$$

und dies sind die am gewöhnlichsten zur Anwendung kommenden Verhältnisszahlen, weil in der Regel siebenfache Rollen gebraucht werden.

Um den Gebrauch dieser Regeln zu erklären, mögen folgende Beispiele dienen.

Erstes Beispiel. In der treibenden Welle a, Fig. 4, Tafel X., wirkt eine Kraft von 8 Pferden und sie macht in einer Minute 128 Umdrehungen. Es soll die ganze Kraft auf die Welle b übertragen und mit 256 Umdrehungen in einer Minute bewegt werden.

In diesem Falle ist:

Durchmesser der treibenden Welle $16\sqrt[3]{\frac{8}{128}}$ . . . . . . $= 6{\cdot}3$

Durchmesser der getriebenen Welle $16\sqrt[3]{\frac{8}{256}}$ . . . . . $= 5{\cdot}2$

Relative Grösse der Rolle A . . . . $= 7$

Halbmesser der Rolle A, $7 \times 6{\cdot}3$ . . . . $= 44{\cdot}1$

(Es ist nämlich im vorliegenden Falle der Wellendurchmesser d übereinstimmend mit dem wirklichen Durchmesser von a.)

Halbmesser der Rolle B, $\frac{1}{2}\, 44{\cdot}1$ . . . . $= 22{\cdot}05$

Riemenbreite $\beta = 1{\cdot}5\, d = 1{\cdot}5 \times 6{\cdot}3$ . . . . $= 9{\cdot}45$

Rollenbreite $= \frac{5}{4} \times 9{\cdot}45$ . . . . $= 11{\cdot}81$

Keildimensionen { Breite $= 0{\cdot}9 \times 6{\cdot}3$ . . . . $= 5{\cdot}7$
Dicke $= 0{\cdot}45 \times 6{\cdot}3$ . . . . $= 2{\cdot}8$

Anzahl der Arme { für A . . . . $= 6$
„ B . . . . $= 4$

Es ist nämlich die relative Grösse der Rolle B in Bezug auf die Welle b gleich $\frac{22{\cdot}05}{5{\cdot}2}$ oder nahe gleich 4, und daher muss nach der früher aufgestellten Regel die Rolle B vier Arme erhalten.

Dimensionen der Arme { für A, $h = 0{\cdot}94 \times 6{\cdot}3$ . . . $= 5{\cdot}9$
„ B, $h = 1{\cdot}08 \times 5{\cdot}2$ . . . $= 5{\cdot}7$

Zweites Beispiel. Gegeben Fig. 5, Tafel X.:

Effekt in Pferdekräften in der treibenden Welle a . . . $= 12$

Umdrehungen dieser Welle in einer Minute . . . . . . = 120
Effekt in Pferdekräften, welcher von a auf b übertragen werden soll . . . . = 4
Anzahl der Umdrehungen von b in einer Minute . . . = 240

Bestimmungen:

Wirklicher Durchmesser der Welle a $= 16 \sqrt[3]{\frac{12}{120}}$ . . . = 7·4

Wirklicher Durchmesser der Welle b $= 16 \sqrt[3]{\frac{4}{240}}$ . . . = 4

Zur Berechnung der Rolle A darf in dem vorliegenden Falle nicht die wirkliche Welle a zu Grunde gelegt werden, sondern eine ideale Welle für 4 Pferdekräfte und 120 Umdrehungen.

Es ist demnach:

$$d = 16 \sqrt[3]{\frac{4}{120}} \quad . . . . = 5·1$$

und wir erhalten nun:

Relative Grösse der Rolle A . . . . = 7
Durchmesser der Rolle A $= 7 \times 5·1$ . . . . = 35·7
Durchmesser der Rolle B $= \frac{35·7}{2}$ . . . . = 17·85
Relative Grösse der Rolle B $= \frac{17·85}{4}$ . . . . = 4·4
Riemenbreite $1·5 \times 5·1$ . . . . = 7·65
Rollenbreite $\frac{5}{4} \times 7·65$ . . . . = 9·56
Anzahl der Arme { A, ... = 6; B, ... = 4 }
Abmessungen der Arme { A, $0·94 \times 5·1$ . . . . . . = 4·8; B, $1·08 \times 4$ . . . . . . = 4·3 }
Hülsendicke { A, $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 5·1$ . . . . = 2·20; B, $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 4$ . . . . = 1·83 }

Drittes Beispiel. Fig. 6, Tafel X. Der Durchmesser des Wellenstückes a a ist gegeben und beträgt 10 Centimeter, der vierte Theil der in a a wirkenden Kraft soll auf B übertragen werden und von da zur Hälfte nach b b, zur Hälfte an $b_1 b_1$ abgegeben werden. B soll noch einmal so viel Umdrehungen machen als A.

Bezeichnen wir den nicht bekannten Effekt, welcher in der Welle a a wirkt mit N, die nicht bekannte Anzahl der Umdrehungen von A mit n und den gegebenen wirklichen Durchmesser von $a\,a$ mit $D = 10$, so ist:

$$10 = D = 16 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

Nach den Daten überträgt das Wellenstück $a_1\,a_1\ \frac{3}{4}\,N$ Pferdekräfte mit n Umdrehungen, daher ist der Durchmesser des Wellenstückes $a_1\,a_1$ gleich $16 \sqrt[3]{\frac{\frac{3}{4}\,N}{n}} = D \sqrt[3]{\frac{3}{4}} = 0{\cdot}908\ D$ . . . $= 9{\cdot}08$

Der Durchmesser eines Wellenstückes $b\,b$ und $b_1\,b_1$ ist dagegen $16 \sqrt[3]{\frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}\,N}{2\,n}} = \frac{D}{\sqrt[3]{16}}$ . . . . $= 4{\cdot}00$

Da die Rolle $A\ \frac{1}{4}\,N$ mit n Umdrehungen überträgt, so ist die ideale Welle, welche zur Berechnung der Rolle A dient $16 \sqrt[3]{\frac{\frac{1}{4}\,N}{n}} = D \sqrt[3]{\frac{1}{4}}$ . . . . $= 6{\cdot}30$

Dagegen ist die ideale Welle, welche zur Berechnung der Arme der Rolle B dient $16 \sqrt[3]{\frac{\frac{1}{4}\,N}{2\,n}} = 0{\cdot}5\ D$ . . . . $= 5{\cdot}00$

Wir erhalten nun:

Relative Grösse der Rolle A,	. . . .	$= 7$
Halbmesser der Rolle A,	$7 \times 6{\cdot}3$	$= 44{\cdot}1$
Halbmesser der Rolle B,	$\frac{1}{2} \times 44{\cdot}1$	$= 22{\cdot}05$
Relative Grösse der Rolle B,	$\frac{22{\cdot}05}{5}$, nahe	$= 4$
Riemenbreite	$1{\cdot}5 \times 6{\cdot}3$	$= 8{\cdot}45$
Rollenbreite	$\frac{5}{4} \times 8{\cdot}45$	$= 10{\cdot}5$
Hülsendicke	A, $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 6{\cdot}3$	$= 2{\cdot}6$
	B, $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 5{\cdot}0$	$= 2{\cdot}2$
Anzahl der Arme	A	$= 6$
	B	$= 4$
Dimensionen der Arme	A, $0{\cdot}94 \times 6{\cdot}3$	$= 6{\cdot}0$
	B, $1{\cdot}08 \times 5{\cdot}0$	$= 5{\cdot}4$

Viertes Beispiel. Es sei gegeben:

Umdrehungen der treibenden Welle in einer Minute . . .	80
Umdrehungen der getriebenen Welle in einer Minute . . .	160
Totale Kraft, welche übertragen werden soll in Pferden . .	40

Wenn eine Kraft von 40 Pferden von einer Welle aus, die nur 80 Umdrehungen in einer Minute macht, übertragen werden soll, wird man wohl niemals Treibrollen, sondern jederzeit Zahnräder in Anwendung bringen. Allein dieses Beispiel soll nur dazu dienen, um zu zeigen, dass die Rollentriebe für so starke Kräfte nicht gebraucht werden können.

Mit nur einem Rollenpaar kann das, was verlangt wird, nicht geleistet werden, denn unsere Regeln würden uns in diesem Falle auf unzulässige Dimensionen führen. Man fände nämlich:

Durchmesser der treibenden Welle und gleichzeitig Werth von

$d = 16\sqrt[3]{\frac{40}{80}}$ . . . . 13 Centm

Halbmesser der treibenden Welle 7×13 . . . . . . 91 „

Riemenbreite $1{\cdot}5 \times 13$ . . . . 20 „

Riemendicke nach Formel (16), wenn Rossleder genommen wird, für welches $\mathfrak{A} = 44$ gesetzt werden darf

$\delta = \frac{3{\cdot}1 \times 13}{44}$ . . . . $= 1$ „

Es wäre also ein Doppelriemen von 20 Centimetern Breite nothwendig, denn die Dicke des Rossleders beträgt höchstens 0·5 Centimeter.

Will man also die gestellte Forderung durch einen Riementrieb ausführen, so wird es besser sein, zwei oder drei Rollenpaare in Anwendung zu bringen. Nehmen wir drei Rollenpaare an, Fig. 7, Tafel X., so überträgt eines derselben $\frac{40}{3} = 13{\cdot}3$ Pferde.

Der Durchmesser, welcher der Berechnung einer von den treibenden Rollen zu Grunde gelegt werden muss, ist demnach

$d = 16\sqrt[3]{\frac{13{\cdot}3}{80}}$ . . . . $= 8{\cdot}7$

Halbmesser einer der treibenden Rollen $7 \times 8{\cdot}7$ . . . . $= 60{\cdot}9$

Halbmesser einer der getriebenen Rollen $\frac{60{\cdot}9}{2}$ . . . . $= 30{\cdot}45$

Riemenbreite $8{\cdot}7 \times 1{\cdot}5$ . . . . $= 13$

Lederdicke (Rossleder) $\frac{3{\cdot}1 \times 8{\cdot}7}{44}$ . . . . $= 0{\cdot}6$

Mit diesen Dimensionen wird nun zwar die Anordnung ausführbar, aber doch nicht empfehlenswerth, weil mit verzahnten Rädern die geforderte Leistung viel einfacher und besser erreicht werden kann.

Die Riemen. Ueber die Riemen ist in praktischer Hinsicht mancherlei zu bemerken.

Was zunächst die Grenzen anbelangt, innerhalb welcher Riementriebe angewendet werden können, so lassen sich diese zwar nicht scharf bestimmen, aber wenn man sich an die Thatsachen der Praxis hält, so darf man als Regel aufstellen, dass die schwächsten Riemen aus einfachem Leder von 4 Centimetern Breite, und dass die stärksten Riemen aus doppeltem Leder (und zwar Rossleder) von höchstens 20 Centimetern Breite bestehen. Diese schwächsten Riemen entsprechen einer Welle von 3 Centimetern, die stärksten einer Welle von 13 Centimetern Durchmesser. Die Anwendung von so breiten Doppelriemen ist aber immer eine missliche Sache und soll so viel als möglich vermieden werden. Aber auch die dünnen Riemen haben eine fatale Eigenschaft, durch welche ihre Wirkung sehr unzuverlässig wird. Sie dehnen sich nämlich, insbesondere in neuem Zustande, sehr beträchtlich, verlieren ihre Spannung, fassen die Rollen nicht sicher, sondern gleiten auf denselben, ohne sie mitzunehmen.

Um das Abgleiten der Riemen von den Rollen zu verhindern, müssen die Umfänge der letzteren etwas gewölbt geformt werden. In diesem Falle berührt der Riemen die Rolle nur in der Mitte und nicht mit den Rändern, und gerade dadurch ist die dauernde Lage des Riemens gesichert. Macht man den Rollenumfang einfach cylindrisch oder etwas hohl, so fasst der Riemen die Rolle mit seinen Rändern und so wie einer der beiden Ränder etwas stärker anfasst, als der andere, glitscht der Riemen sogleich nach der Seite hin ab, wo die stärkere Spannung vorhanden ist.

Eine nicht geringe Schwierigkeit verursacht die Verbindung der Riemenenden, insbesondere bei stärkeren Dimensionen. Diese Verbindung würde keine besondere Schwierigkeit machen, wenn sich die Riemen im Gebrauch nicht ausstreckten, weil aber dies in einem sehr beträchtlichen Maasse statt findet, soll die Vereinigung der Riemenenden von der Art sein, dass sie 1) hinreichende Festigkeit gewährt; 2) leicht aufgehoben und wiederhergestellt werden kann; 3) zugleich wo möglich das Anspannen der Riemen bewirkt.

Es werden folgende Riemenverbindungen angewendet: (7.6")

(9")Bei dünnen Riemen werden gewöhnlich die Enden auf 20 bis 24 Centimeter Länge übereinander gelegt und vermittelst dünner Riemen zusammen geschnürt, wie Fig. 8, Tafel X. zeigt.

Auch Schnallen, wie Fig. 9., Tafel X. zeigt, können bei dünnen Riemen gebraucht werden. Eine solche Verbindung ist zwar nicht sehr fest, weil die Löcher gar bald ausreissen, sie gewährt aber den Vortheil, dass die Riemen leicht gespannt werden können.

Ganz starke Riemen werden am besten in der Weise wie Fig. 10, Tafel X. zeigt, mit Schraubennieten verbunden. Es sind aber zwei bis drei Nietenreihen erforderlich, damit die Festigkeit der Verbindung jener des Riemens nahe gleich kommt.

Nennt man e die Entfernung zweier Nieten in einer Querreihe, d den Durchmesser einer Niete, i die Anzahl der Nietreihen, so kann man zur Bestimmung von i die Gleichung aufstellen:

$$i = \left(\frac{e}{d} - 1\right)$$

$$\text{für } \frac{e}{d} = 2 \quad 3 \quad 4$$

$$\text{wird } i = 1 \quad 2 \quad 3$$

Vortheile und Nachtheile der Riementriebe. Die Riementriebe sind in mancher Hinsicht vortheilhaft, in anderer Hinsicht nachtheilig. Die Vortheile sind: 1) dass mit denselben äusserst rasche Bewegungen mit Stetigkeit und Weichheit übertragen werden können; 2) dass die Entfernung der Axen der Rollen sehr beträchtlich z. B. 10 Mal so gross, als der Rollendurchmesser sein kann; 3) dass sich Stösse, die etwa in der treibenden Axe vorkommen, durch den Riemen nicht forpflanzen; 4) die Leichtigkeit, die Verbindung zweier Axen herzustellen oder aufzuheben, durch Anbringung von Leer-Rollen; 5) die Leichtigkeit die Drehungsrichtung der getriebenen Rolle zu ändern, indem man äussere oder innere (gekreuzte) Riemen anwendet.

Die Nachtheile dagegen sind: 1) die beschränkte Anwendbarkeit der Riemen, indem stärkere Widerstände nicht überwunden werden können; 2) die Unsicherheit der Bewegung, indem die Riemen auf den Rollen oder die Rollen in den Riemen glitschen, wenn die Spannung nicht sehr stark ist; 3) der verhältnissmässig grosse Reibungswiderstand, welchen die Riemenspannungen verursachen, indem durch sie die Axen heftig in die Lager gepresst werden. Der daraus entstehende Reibungswiderstand ist wenigstens beträchtlich grösser, als die Zahnreibung bei gutgeformten und sorgfältig gearbeiteten Zahnrädern; 4) das Ausstrecken der Riemen, insbesondere so lange sie noch neu sind; 5) das Abfallen der Riemen von den Rollen, insbesondere wenn die Axen vertikal gestellt sind.