Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1862

Axen-Construktionen

urn:nbn:de:bsz:31-270970

$$d = \sqrt[4]{\frac{16 \times 360 \times 100 \times 60 \times 75}{G\,\pi^2\,2\,\pi}}\sqrt[4]{\frac{N}{n}\,\frac{1}{\Theta^0}}$$

Setzt man $G = 1000000$, so findet man:

$$\left.\begin{aligned} d &= 0{\cdot}156\sqrt[4]{\frac{P\,R\,l}{\Theta^0}} \\ d &= 2{\cdot}5\sqrt[4]{\frac{N}{n}\,\frac{1}{\Theta^0}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots, \quad (15)$$

Axen-Construktionen.

(Resultate Seite 53 bis 55, Tafel X.)

Drehungsaxen, welche auf relative Festigkeit in Anspruch genommen sind.

Erklärungen. Um derlei Drehungsaxen zweckmässig zu construiren, muss man die Dimensionen und Formen derselben so zu bestimmen suchen, dass die Summe aus den Materialkosten und den Anfertigungskosten ein Minimum wird. Dies ist der Fall, wenn man einfache leicht ausführbare Formen wählt, die von den Körperformen von durchaus gleicher Festigkeit nur wenig abweichen. Man erhält solche Wellenformen, indem man die Dimensionen von einzelnen charakteristischen Querschnitten in der Weise bestimmt, dass die Welle in diesen Querschnitten gleich stark in Anspruch genommen ist und sodann diese Querschnitte durch einfache geeignete Uebergangsformen verbindet. Die folgenden Beispiele werden dieses Verfahren erklären.

Construction einer Balancieraxe. Es sei Fig. 1, Tafel VIII., eine Balancieraxe zu construiren.

Nennen wir:

2λ die ganze Länge der Axe,

$2P$ den Druck des in der Mitte der Axe befindlichen Balanciers gegen die Axe,

$\left.\begin{array}{l} d \text{ den Duchmesser} \\ l \text{ die Länge} \end{array}\right\}$ eines Zapfens der Axe,

D den Durchmesser der Axe in der Mitte der Hülse,

so ist zunächst, wenn man das Gewicht der Axe gegen den Druck P vernachlässiget, P der Druck, welchem ein Zapfen ausgesetzt ist, und man hat daher für Schmiedeeisen zur Bestimmung von d und l die Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} d = 0{\cdot}12 \sqrt{P} \\ l = 0{\cdot}87 + 1{\cdot}21\, d \end{array}\right| \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Nun ist $P \frac{l}{2}$ das Kraftmoment, welches einen Zapfen an der Wurzel, $P \lambda$ das Kraftmoment, das die Welle in der Mitte abzubrechen strebt. Die Axe wird demnach an der Wurzel des Zapfens und in der Mitte gleich stark in Anspruch genommen, wenn

$$P \frac{l}{2} : P \lambda = d^3 : D^3$$

Hieraus folgt

$$\frac{D}{d} = \sqrt[3]{\frac{\lambda}{\frac{l}{2}}} = \sqrt[3]{\frac{2\lambda}{l}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Man erhält also den mittleren Durchmesser D der Axe, indem man mit dem Zirkel abmisst, wie oft mal die Zapfenlänge l in der Länge 2λ der Axe enthalten ist, aus dieser Zahl die Kubikwurzel zieht und dieselbe mit dem Zapfendurchmesser d multiplizirt. Ist D bestimmt, so macht man $a\,a = a_1\,a_1 = \frac{5}{4}\,d$, $c\,c = \frac{5}{4}\,b\,b = \frac{5}{4}\,D$, zieht dann die geraden Linien $b\,a\,b\,a_1$ und verzeichnet noch das Rechteck $c\ c\ c_1\ c_1$, dessen Länge durch die Hülse des Balanciers gegeben sein muss. Die punktirten krummen Linien sind zwei kubische Parabeln, nach welchen die Welle geformt werden müsste, um in allen Querschnitten einerlei Festigkeit zu geben. Man sieht dass die einfache Annäherungsform nur einen sehr geringen Mehraufwand an Material erfordert, dagegen aber wegen der theils cylindrischen, theils konischen Formentheile viel leichter bearbeitet werden kann, als die Form nach kubischen Parabeln. Auch haben die geraden Formen ein gefälligeres Ansehen als die gekrümmten.

Construction einer Balancieraxe, wenn der Balancier nicht in der Mitte angebracht werden soll. Es sei wiederum Fig. 2, Tafel VIII.:

$2\,P$ der Druck des Balanciers gegen die Axe,

$\lambda\ \lambda_1$ die Entfernungen des Mittels des Balanciers von den Zapfenmitteln,

$d\ d_1\quad l\ l_1$ die Durchmesser und Längen der Zapfen.

Vernachlässiget man das Gewicht der Axe, so sind die Pressungen, welchen die Zapfen ausgesetzt sind:

$$2\,P\,\frac{\lambda_1}{\lambda + \lambda_1} \qquad 2\,P\,\frac{\lambda}{\lambda + \lambda_1}$$

man hat daher nach Seite 158:

$$\left.\begin{aligned} d &= 0{\cdot}12 \sqrt{2\,P\,\frac{\lambda_1}{\lambda+\lambda_1}}, \quad l = 0{\cdot}87 + 1{\cdot}21\,d \\ d_1 &= 0{\cdot}12 \sqrt{2\,P\,\frac{\lambda}{\lambda+\lambda_1}}, \quad l_1 = 0{\cdot}87 + 1{\cdot}21\,d_1 \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; (3)$$

Zur Bestimmung des Durchmessers bei b b hat man hier:

$$\frac{D}{d} = \sqrt[3]{\frac{\lambda}{\frac{1}{2}\,l}} = \sqrt[3]{\frac{2\,\lambda}{l}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (4)$$

Zur Verzeichnung hat man noch überdies:

$$a\,a = \frac{5}{4}\,d \qquad a_1\,a_1 = \frac{5}{4}\,d_1 \qquad c\,c = \frac{5}{4}\,D \quad . \; . \; . \; (5)$$

Die Länge des mittleren cylindrischen Theils wird durch die Länge der Hülse des Balanciers bestimmt.

Construction einer Wasserradwelle, die nur zu tragen hat. Es sei Fig. 3, Tafel VIII. eine Welle, die mit ihren Endzapfen in Lagern liegt und bei B und C durch gleich grosse Kräfte P und P belastet ist.

Vernachlässigen wir das Gewicht der Welle, das jederzeit im Verhältniss zur Belastung 2 P klein ausfällt, so ist der Druck, welchen ein Zapfen auszuhalten hat, P. Nehmen wir an, die Welle soll aus Gusseisen hergestellt werden, so haben wir zur Bestimmung der Zapfendimensionen vermöge der Seite 157 aufgestellten Regel:

$$\left.\begin{aligned} d &= 0{\cdot}18 \sqrt{P} \\ l &= 0{\cdot}87 + 1{\cdot}21\,d \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (6)$$

Die Theile der Welle von A bis B und von D bis C hin sind nach dem Gesetz der kubischen Parabel zu verstärken und man findet für die Durchmesser der parabolischen Körper bei B und C:

$$b\,b = D = d \sqrt[3]{\frac{c}{\frac{1}{2}\,l}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (7)$$

Das statische Moment der Kraft, welches die Welle bei B abzubrechen strebt, ist P c, das analoge Moment in Bezng auf irgend einen Querschnitt $m\,n$ zwischen B und C ist, wenn man das Gewicht der Welle vernachlässiget:

$$P\,x - P\,(x - c) = P\,c$$

Es haben mithin alle Querschnitte des Wellenstückes von B bis C gleich grossen Momenten zu widerstehen. Nimmt man an, dass auch im mittleren Theile $B\,C$ der Welle alle Querschnitte kreisförmig sein sollen, so erhält dieser Theil in allen Querschnitten einerlei Festigkeit, wenn derselbe einfach cylindrisch gemacht wird und überall einen Durchmesser gleich D erhält.

Diese cylindrische Form ist zwar wegen ihrer leichten Ausführung zweckmässig, wenn D nicht grösser als ungefähr 16 Centimeter ausfällt. Sollte aber D grösser ausfallen, so ist eine Querschnittsform vorzuziehen, welche im Verhältniss zum Querschnitt eine grössere Umfangslänge darbietet, weil in diesem Falle unganze Stellen im Guss weniger zu befürchten sind. Bei starken cylindrischen Formen entstehen nämlich sehr oft innere Lücken oder unganze Stellen, weil zuerst das Eisen an der Oberfläche erstarrt, und wenn sich dann der innere Theil beim Erstarren zusammenzieht, das vorhandene Material nicht ausreicht um den Raum auszufüllen, wodurch die unganzen Stellen hervorgebracht werden.

Wir wollen daher für den Querschnitt in der Mitte der Welle die Kreuzform Fig. 4 oder 5, Tafel VIII. wählen. Um eine Welle von angemessener Festigkeit und zugleich von gefälliger Form zu erhalten, ist es zweckmässig, h nach dem Gefühl anzunehmen und b zu berechnen. Da der Querschnitt in der Mitte und der Querschnitt bei B gleich grossen Momenten zu widerstehen haben, so muss der Werth von E für den runden Querschnitt bei B gleich sein dem Werth von E für den Kreuz-Querschnitt in der Mitte. Man hat daher:

$$\frac{D^3 \pi}{32} = \frac{1}{6\,h}\left[h\,b^3 + b\,(h^3 - b^3)\right] \quad \dots\dots \quad (8)$$

aus welcher Gleichung b bestimmt werden kann. Da sowohl $h\,b^3$ als auch b^4 gegen $b\,h^3$ klein ist, so kann man, wenn man sich mit einer Annäherung begnügt, $h\,b^3$ und b^4 gegen $b\,h^3$ vernachlässigen und dann erhalten wir:

$$\frac{D^3 \pi}{32} = \frac{1}{6}\,b\,h^2$$

folglich:

$$b = D\,\frac{6\,\pi}{32}\left(\frac{D}{h}\right)^2 \quad \dots\dots\dots\dots \quad (9)$$

Hat man auf diese Weise die Dimensionen des Querschnittes in der Mitte der Welle berechnet und die Verzeichnung bewerkstelligt, so kommt es noch darauf an, eine geeignete Uebergangsform von der Mitte aus nach B und C hin ausfindig zu machen.

Fig. 4 und 5 zeigen zwei solche Uebergangsformen. Bei der ersteren dieser Formen ist die Dicke der Höhennerve constant, die Höhe variabel, und an der Axe der Welle ist ein von der Mitte an nach den Enden hin verstärkter runder Kern angebracht; bei der zweiten Form ist kein solcher Kern vorhanden, nimmt dagegen die Nervenbreite von der Mitte an nach den Enden hin zu.

Wellen, die sowohl auf Torsion als auch auf relative Festigkeit in Anspruch genommen sind. Wenn ein Wellentheil sowohl drehend als auch biegend wirkenden Kräften ausgesetzt ist, würde man eine rationelle Regel zur Bestimmung der Querschnittsdimensionen erhalten, wenn man eine Formel ableitete, welche die Resultirende aus den partikularen Spannungsintensitäten ausdrückt. Allein diese Rechnungsweise führt zu Weitläufigkeiten, es ist daher angemessener, sich mit Annäherungen zu begnügen.

Nimmt man an, dass eine Verwindung die relative Festigkeit, und dass eine Biegung die Torsionsfestigkeit nicht merklich verändere, so kann man zur Bestimmung der Querschnittsdimensionen in der Weise verfahren, indem man berechnet, wie gross diese Dimensionen sein müssten, um nur allein dem Torsionsmoment hinreichend widerstehen zu können, dann aber auch berechnet, wie gross dieselben sein müssten, um dem Biegungsmoment hinreichenden Widerstand leisten zu können und zuletzt für die Ausführung die grössere von den so gefundenen Dimensionen anwendet. Diese Regel ist wohl ganz gut zulässig, wenn die beiden Kräftemomente sehr verschieden sind, sie wird jedoch bedenklich, wenn die Kräftemomente ungefähr gleich gross sind.

Ganz sicher lassen sich die Dimensionen bestimmen, wenn man zuerst eine Welle berechnet, die dem Torsionsmoment entspricht und sodann eine Verstärkung anbringt, die für sich allein im Stande ist, gegen das Biegungsmoment zu schützen. Nach dieser Regel fallen jedoch die Dimensionen ziemlich stark aus, wenn die beiden Momente nur wenig von einander verschieden sind. Nach diesem dritten Verfahren ergibt sich folgende Regel.

Es sei:

N der Effekt in Pferdekräften, welchen ein Wellentheil überträgt,
n die Anzahl der Umdrehungen desselben in einer Minute,