Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1862

Zapfen

urn:nbn:de:bsz:31-270970

Fig. 5. Flächenerweiterung durch vier Blechtafeln. Man sieht im Grundriss die Uebereinanderlagerung der Bleche, m und $m_{,}$ liegen aneinander stossend auf dem untersten Blech u, o deckt die beiden Bleche m und $m_{,}$, die Nieten n und $n_{,}$ gehen durch drei Bleche, die übrigen Nieten nur durch zwei,

b) Wandverstärkungen:

Wandaussteifung durch Winkeleisen,

Zusammenhängung zweier Wände vermittelst eines durch dieselben geschraubten und vernieteten Bolzens,

Zusammenhängung zweier Wände vermittelst eines Schraubenbolzens und einer aussteifenden Röhre.

c) Kantenbildungen:

Fig. 6. Kantenbildung vermittelst eines Bleches mit umgebogenem Rande und einem zweiten ebenen Bleche,

Fig. 8. Kantenbildung vermittelst eines Bleches mit umgebogenem Rande und einem zweiten ebenen Bleche.

d) Eckenbildungen:

Fig. 9 und 10. Eckbildungen vermittelst Winkeleisen und Blechplatten.

Zapfen.

Bei den Zapfen ist zu beachten: 1) ihre Form, 2) die Dimensionen, welche eine genügende Festigkeit zu gewähren vermögen, 3) der Reibungswiderstand, 4) das Abnützen und Warmlaufen, das bei schneller Bewegung eintreten kann.

Die Form der Zapfen ist fast immer eine cylindrische und nur ausnahmsweise kugelförmig. Damit eine mit zwei cylindrischen Zapfen versehene Welle als Drehungsaxe für einen Körper dienen kann, müssen die beiden Zapfen so gebildet sein, dass die geometrischen Axen ihrer cylindrischen Formen in einer und derselben geraden Linie liegen; eine Bedingung, die man leicht erfüllen kann, wenn man die Welle zwischen die Spitzen einer Drehbank spannt und hierauf die Zapfen andreht.

Festigkeit. Ein Zapfen ist jederzeit auf relative Festigkeit und nie auf Torsion in Anspruch genommen. Dadurch unterscheidet er sich von einem Wellenhals, der ebenfalls eine cylindrische Form erhält, dagegen jederzeit auf Torsion in Anspruch genommen ist. Die Festigkeit eines Zapfens kann ohne Schwierigkeit richtig beurtheilt werden, wenn derselbe nur einem ruhig wirkenden constanten Druck ausgesetzt ist. Setzen wir dies voraus und nennen wir Fig. 12, Tafel VII.:

P den nach der Länge des Zapfens hin gleichförmig vertheilten Druck des Lagers gegen den Zapfen,

d den Durchmesser, l die Länge des Zapfens,

$\mathfrak{S}$ die grösste Spannungsintensität, welche im Zapfen an der Befestigungsstelle bei a vorkommt,

so ist $P \frac{l}{2}$ das statische Moment der Kraft, welche den Zapfen bei a abzubrechen strebt, andererseits ist aber $\mathfrak{S} \frac{\pi}{32} d^3$ die Summe der statischen Momente aller im Querschnitt bei a vorkommenden Spannungen und Pressungen. Man hat daher:

$$P \frac{l}{2} = \mathfrak{S} \frac{\pi}{52} d^3$$

und daraus folgt:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16}{\mathfrak{S}\pi}} \sqrt[3]{P\,l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

oder auch:

$$d = \sqrt[2]{\frac{16}{\mathfrak{S}\pi}\left(\frac{l}{d}\right)} \sqrt[2]{P} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Durch die erste dieser Gleichungen wird der Durchmesser des Zapfens bestimmt, wenn nebst dem Druck P auch die Länge des Zapfens von vornherein gegeben ist.

Durch die zweite dieser Gleichungen hingegen findet man den Zapfendurchmesser, wenn nebst dem Druck P das Verhältniss zwischen der Länge l und dem Durchmesser d gegeben ist. Durch die Gleichung (1) könnte man zu der Meinung veranlasst werden, dass der Zapfendurchmesser beliebig klein gemacht werden dürfte, wenn nur die Zapfenlänge sehr klein angenommen würde. Dies ist aber ein Irrthum. Wir verlangen, dass der Zapfen der Einwirkung der Kraft in jeder Hinsicht hinreichenden Widerstand entgegen setze, er darf also nicht nur nicht abbrechen (eine Bedingung, die durch die Gleichung (1) oder (2) ausgedrückt wird), sondern er darf auch durch die Kraft P an der Wurzel nicht abgescheert werden, und dies erfordert die Erfüllung einer Bedingung, die wir erst noch ausdrücken müssen.

Nennen wir $\mathfrak{S}_1$ die Intensität der Abschiebungskraft im Querschnitt bei a, so ist zu setzen:

$$\frac{d^2 \pi}{4} \mathfrak{S}_1 = P$$

demnach

$$d = \sqrt{\frac{4 P}{\pi \mathfrak{S}_1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Damit also ein Zapfen sowohl dem Abbrechen als auch dem Abscheeren hinreichend Widerstand zu leisten vermag, muss man denselben gleich machen dem grössten der beiden Werthe, welche die Gleichungen (2) und (3) für d geben. Fallen die Werthe, welche diese beiden Gleichungen für d liefern, gleich gross aus, so bestimmen dieselben einen Zapfen, für welchen das Abbrechen und Abscheeren gleich wahrscheinlich ist. Dies ist also der Fall, wenn:

$$d = \sqrt[2]{\frac{16}{\mathfrak{S} \pi} \frac{1}{d}} \sqrt[2]{P} = \sqrt[2]{\frac{4 P}{\pi \mathfrak{S}_1}}$$

oder wenn

$$\frac{1}{d} = \frac{\mathfrak{S}}{4 \mathfrak{S}_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Für Schmiedeeisen ist der Bruchcoeffizient von dem Abscheerungscoeffizienten beinahe nicht verschieden, kann also annähernd $\mathfrak{S} = \mathfrak{S}_1$ gesetzt werden, und dann folgt aus (4):

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{4}$$

Wenn also die Zapfenlänge nur den vierten Theil des Durchmessers beträgt, so ist ein solcher Zapfen gegen das Abbrechen so fest, wie gegen das Abscheeren. In allen Anwendungen muss aber die Zapfenlänge bedeutend grösser genommen werden, als $\frac{1}{4} d$, werden also jederzeit Zapfen verlangt, die eher abgebrochen als abgescheert werden könnten, muss man daher die Zapfendurchmesser nach den Formeln (1) und (2) und nicht nach der Formel (3) bestimmen.

Allein diese Gleichung lässt das Verhältniss $\frac{1}{d}$ unbestimmt, und diese Unbestimmtheit kann nun benutzt werden, um den anderweitigen Bedingungen zu genügen, denen ein Zapfen entsprechen soll.

Für die Reibung ist es vortheilhaft, wenn der Zapfendurchmesser sehr klein ausfällt, für das Abnutzen und Warmlaufen ist dagegen ein grosser Durchmesser und eine grosse Länge günstig. Da sich diese Bedingungen widersprechen, so ist es wohl am zweckmässigsten, wenn man zur Bestimmung der Zapfendimensionen zweierlei Regeln aufstellt, nämlich 1) Regeln für Zapfen, bei welchen ein Warmlaufen nicht zu befürchten ist, die sich also nur mit mässiger Geschwindigkeit bewegen, und 2) Regeln für solche Zapfen, bei welchen eine rasche Abnutzung, so wie ein Warmlaufen leicht entstehen könnte, die sich also mit beträchtlicher Geschwindigkeit bewegen.

Praktische Regeln zur Bestimmung der Dimensionen gewöhnlicher Zapfen aus Gußeisen. Durch eine Vergleichung der Dimensionen von gewöhnlichen Gusseisenzapfen hat sich ergeben, dass bei denselben das Verhältniss $\frac{l}{d}$ zwischen Länge und Durchmesser nur wenig veränderlich ist. Es hat sich nämlich für diese Zapfen die empirische Regel heraus gestellt:

$$\frac{l}{d} = 1{\cdot}21 + \frac{0{\cdot}87}{d} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Ferner hat eine Untersuchung über gusseiserne Wasserradzapfen gezeigt, dass man

$$\sqrt[2]{\frac{16}{\mathfrak{S}\,\pi}\left(\frac{l}{d}\right)} = 0{\cdot}18 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

demnach

$$d = 0{\cdot}18\,\sqrt{P} = 0{:}057\sqrt{P}.\ \text{Pfd. u. Zoll} \quad (7)$$

setzen dürfe. Eliminirt man aus (5) und (6) $\frac{l}{d}$ und sucht hiernach $\mathfrak{S}$ so findet man:

$$\mathfrak{S} = 190 + \frac{136}{d} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Die Gleichung (7) bestimmt den Durchmesser, die Gleichung (5) bestimmt hierauf die Länge und vermittelst (8) kann man die Spannungsintensität $\mathfrak{S}$ berechnen.

Für	$d =$	10	20	30
wird	$\mathfrak{S} =$	204	197	195

Da der Bruchcoeffizient für Gusseisen 3000 beträgt, so sind die nach dieser Regel bestimmten Zapfen nur auf den $\frac{3000}{200} = 15^{\text{ten}}$ Theil ihrer relativen Festigkeit in Anspruch genommen.

Praktische Regeln für gewöhnliche Schmiedeeisenzapfen. Durch eine ähnliche Vergleichung der gewöhnlichen Schmiedeeisenzapfen hat sich ergeben, dass man setzen dürfe:

T𝔖 = 530·6 Kg

$$\frac{1}{d} = 1{\cdot}21 + \frac{0{\cdot}87}{d} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

$$\sqrt[2]{\frac{16}{\mathfrak{S}\pi}\,\frac{1}{d}} = 0{\cdot}12 \; T \quad \ldots \ldots \ldots \quad (10)$$

$$d = 0{\cdot}12\,\sqrt{P} = 0{\cdot}034\,\sqrt{P} \quad [illegible] \quad (11)$$

Aus (9) und (10) folgt durch Elimination von $\frac{1}{d}$:

$$\mathfrak{S} = 428 + \frac{308}{d} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (12$$

Für $d = 10$ findet man $\mathfrak{S} = 459$ und da der Bruchcoeffizient für gutes dünnes Schmiedeeisen 7000 ist, so sind diese Zapfen auf den $\frac{7000}{459} = 15^{\text{ten}}$ Theil ihrer relativen Festigkeit in Anspruch genommen.

Stahlzapfen. Ausnahmsweise werden Zapfen von Gussstahl angewendet, z. B. bei Lokomotiven. Für derlei Zapfen hat sich gezeigt, dass man nehmen darf:

$$\frac{1}{d} = \frac{5}{4} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (13)$$

$$\sqrt[2]{\frac{16}{\mathfrak{S}\pi}\,\frac{1}{d}} = 0{\cdot}09 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (14)$$

$$d = 0{\cdot}09\,\sqrt{P} \quad \ldots \ldots \quad (15)$$

Aus (13) und (14) folgt $\mathfrak{S} = 800$. Da der Bruchcoeffizient für Gussstahl durchschnittlich 16000 beträgt, so sind diese Zapfen auf den $\frac{16000}{800} = 20^{\text{ten}}$ Theil ihrer relativen Festigkeit in Anspruch genommen.

Regeln für schnell laufende Zapfen. Damit ein schnell laufender Zapfen im Gebrauch nicht merklich abgenutzt wird und sich auch nicht leicht warm läuft, darf die Intensität des Druckes zwischen Lager und Zapfen eine gewisse Grösse nicht überschreiten, und diese Grösse soll naturgemäss mit der Umfangsgeschwindigkeit des Zapfens abnehmen. Jene Intensität kann dem Quotienten $\frac{P}{d\,l}$ proportional gesetzt werden, und es scheint daher der Natur der Sache angemessen zu sein, wenn man setzt:

$$\frac{P}{d\,l} = \frac{1}{a + b\,n\,d} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (16)$$

wobei a und b constante durch Erfahrung zu bestimmende Zahlen sind und n die Anzahl der Umdrehungen des Zapfens in einer Minute bedeutet. Diese Gleichung in Verbindung mit der früher aufgestellten (2) bestimmen zusammen sowohl den Durchmesser als auch die Länge des Zapfens in der Weise, dass sowohl der Bedingung wegen der Festigkeit, als auch der Bedingung wegen des Warmlaufens entsprochen wird. Man findet aus diesen Gleichungen:

$$d^2 = P \sqrt{\frac{16}{\mathfrak{S}\,\pi} (a + b\,n\,d)} \quad \dots\dots\dots \quad (17)$$

$$l = \frac{P}{d} (a + b\,n\,d) \quad \dots\dots\dots\dots \quad (18)$$

Für einen Zapfen, der sich nicht dreht, sondern nur eine Last trägt, ist $n = 0$ und darf man $l = d$ setzen. Für diese Annahmen folgt aus (17) und (18):

$$a = \frac{16}{\mathfrak{S}\,\pi}$$

Setzen wir $\mathfrak{S} = 300$, so wird:

$$a = \frac{16}{300 \times 3{\cdot}14} = 0{\cdot}017 \quad \dots\dots \quad (19)$$

Der Erfahrung zufolge dürfen wir ferner annehmen, dass ein Zapfen, der in einer Minute $n = 360$ Umdrehungen macht und mit $P = 2000$ Kilogramme belastet ist, zweimal so lang als dick gemacht werden darf oder dass für

$$n = 360 \text{ und } P = 2000, \quad \frac{l}{d} = 2$$

zu setzen ist. Für diese Annahmen folgt zunächst aus (2):

$$d = \sqrt{\frac{16 \times 2}{300 \times 3{\cdot}14} 2000} = 8{\cdot}4$$

und dann folgt aus (18):

$$b = \frac{1}{n}\left(\frac{1}{P} - \frac{a}{d}\right) = \frac{1}{360}\left(\frac{16{\cdot}8}{2000} - \frac{0{\cdot}017}{8{\cdot}4}\right) = 0{\cdot}0000177 \quad . \quad (20)$$

Hiermit sind nun für a und b angemessene Werthe erfahrungsgemäss bestimmt und man kann nun vermittelst (17) und 18) die Dimensionen eines schnell laufenden Zapfens bestimmen.

Es sei z. B. $P = 1000$, $n = 600$, $\mathfrak{S} = 300$, so gibt die Formel (17):

$$d^3 = 1000 \sqrt{\frac{16}{300 \times 3{\cdot}14}\,(0{\cdot}017 + 0{\cdot}0000177 \times 600 \times d)}$$

Hieraus findet man durch Annäherung $d = 6$, und nun gibt die Gleichung (18):

$$1 = \frac{1000}{6}\,(0{\cdot}017 + 0{\cdot}0000177 \times 600 \times 6) = 13$$

Diese Rechnung ist allerdings ziemlich umständlich. Die Tabelle Seite 280 der Resultate gibt ohne Rechnung die Dimensionen der Zapfen.

Zapfen an vertikal stehenden Wellen. Vertikal stehende Wellen werden an ihrem untern Ende mit einem Zapfen versehen, Fig. 13, Tafel VII., der in einen Topf aus Rothgussmetall gestellt wird. Der Druck der Grundfläche eines solchen Zapfens gegen den Boden des Topfes ist gleich dem Gewicht der ganzen vertikalen Welle und aller mit derselben verbundenen Räder oder sonstigen Maschinenbestandtheile. Um auch in diesem Falle das Warmlaufen oder Aufrauhen zu verhüten, darf die Intensität des Druckes zwischen der Grundfläche des Zapfens und der Bodenfläche des Topfes eine gewisse von der Umfangsgeschwindigkeit des Zapfens abhängige Grenze nicht überschreiten. Versuchen wir auch auf diesen Fall die Grundsätze gelten zu lassen, nach welchen wir die Regeln für die Dimensionen von schnell laufenden liegenden Zapfen aufgestellt haben, so erhalten wir im vorliegenden Fall die Grundgleichung:

$$\frac{P}{d^2\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{a + b\,n\,d} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

wobei P den Totaldruck des Zapfens gegen den Boden des Topfes, n die Anzahl der Umdrehungen der Welle in einer Minute, d den Durchmesser des Zapfens bedeutet und die Constanten a und b die Werthe haben:

$$a = 0{\cdot}017$$

$$b = 0{\cdot}0000177$$

Nach meinen Untersuchungen beträgt die Intensität des Druckes $\left(\frac{P}{d^2 \frac{\pi}{4}}\right)$ bei den vertikal gestellten grossen Transmissionswellen, die durchschnittlich in einer Minute 120 Umdrehungen machen, 20 Kilogramme auf 1 Quadratcentimeter, und der Zapfendurchmesser ist gewöhnlich 16 Centimeter. Diese Daten entsprechen in der That sehr nahe der Gleichung (1), denn für

$$n = 120 \qquad d = 16 \qquad a = 0{\cdot}017 \qquad b = 0{\cdot}0000177$$

folgt aus derselben

$$\frac{P}{d^2 \frac{\pi}{4}} = \frac{1}{0{\cdot}017 + 0{\cdot}0000177 \times 120 \times 16} = 20 \text{ Kilogramme}$$

Wir dürfen also annehmen, dass die Gleichung (1) der Natur der Sache entspricht. Aus dieser Gleichung folgt, wenn man zur Abkürzung

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \frac{2\,b}{\pi} = 0{\cdot}0000112 \\ \beta &= \frac{a\,\pi}{b^2} = 170490000 \end{aligned}\right\}$$

setzt,

$$\left.d = \alpha\, P\, n \left(1 + \sqrt{1 + \frac{\beta}{P\, n^2}}\right)\right\} \quad \ldots\ldots, \quad (2)$$

Für äusserst langsam gehende Zapfen ist n sehr klein und wird nach Formel (2):

$$d = \alpha \sqrt{\beta}\, \sqrt{P} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

oder wenn man für α und β die Werthe setzt:

$$d = 0{\cdot}14 \sqrt{P} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Für ausserordentlich schnell laufende und stark belastete Zapfen wird dagegen nach Formel (2):

$$d = 2\,\alpha\, P\, n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

(Resultate Seite 46 bis 48.)