Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1862

Cylindrische Schraubenfeder

urn:nbn:de:bsz:31-270970

demnach:

$$\left.\begin{array}{ll} \mathfrak{S} = \frac{32}{\pi}\,\frac{P\,R}{d^3} & P\,R = \frac{\mathfrak{S}\,\pi}{32}\,d^3 \\ \mathfrak{S} = 6\,\frac{P\,R}{b\,h^2} & P\,R = \frac{\mathfrak{S}}{6}\,b\,h^2 \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (14)$$

Verwindung der cylindrisch schraubenförmigen Feder.

Wir betrachten nun eine schraubenförmige Feder, Fig. 11, 12, Tafel V. Das Ende A ist festgehalten, das Ende B ist in einen Hebel eingehängt, der sich um eine Axe dreht, die mit der geometrischen Axe des Schraubencylinders zusammenfällt. Der Hebel wird durch ein Kräftepaar $\frac{P}{2}$, $\frac{P}{2}$ um seine Axe gedreht. Fig. 12, Tafel V., ist die Projektion der Schraube auf eine Ebene, die auf der Axe der Schraube senkrecht steht. Um die Punkte der Schwerpunktslinie der Querschnitte der Feder zu bestimmen, nehmen wir ein rechtwinkeliges Coordinatensystem $O\,x_1\,y_1\,z_1$ an, lassen die Axe $O\,x_1$ mit der geometrischen Axe des Schraubencylinders zusammenfallen, $O\,y_1$ parallel mit der Richtung des Hebels, an welchem das Kräftepaar $\frac{1}{2}\,P$ und $\frac{1}{2}\,P$ wirkt, $O\,z_1$ senkrecht auf der Ebene der Axen $O\,x_1$ und $O\,y_1$. Es seien $x_1\;y_1\;z_1$ die Coordinaten eines beliebigen Punktes M der Linie, in welcher die Schwerpunkte aller Normalquerschnitte der schraubenförmigen Feder liegen. Die Einwirkung des Hebels auf das Ende B der Schraubenwindung reduzirt sich auf die Kräfte $-\mathfrak{Z} - \mathfrak{Y} + \mathfrak{X}$ deren Richtungen mit den Axen $O\,z_1$ $O\,y_1$ $O\,x_1$ parallel sind, allein der Einfluss von $\mathfrak{X}$ kann vernachlässigt werden, wenn man voraussetzt, dass die Steigung der Schraubenlinie gegen eine auf $O\,x_1$ senkrechte Ebene sehr klein ist. Unter der gleichen Voraussetzung darf man annehmem, dass jede Querschnittsebene des Schraubengewindes in die geometrische Axe $O\,x_1$ der Schraube fällt und dass die Krümmungsebene des bei M befindlichen Elementes der Schraubenlinie senkrecht steht auf der Axe der Schraube, dass endlich $M\,y$ (die Tangente zum Punkt M der Schraubenlinie) und $M\,z$ (die Durchschnittslinie der Querschnittsebene des Gewindstabes und der Krümmungsebene des Elementes) in einer auf die Axe der Schraube senkrechten Ebene liegen.

Vergleichen wir unsere Figur mit derjenigen, welche zur allgemeinen Theorie gedient hat, so erhalten wir:

$$\left.\begin{array}{l} \Sigma\,(Y\,z - Z\,y) = \mathfrak{Z}\,(r - y_1) + \mathfrak{Y}\,z_1 = \mathfrak{Z}\,r + (\mathfrak{Y}\,z_1 - \mathfrak{Z}\,y_1) \\ \Sigma\,(Y\,x - X\,y) = 0 \\ \Sigma\,(X\,z - Z\,x) = 0 \end{array}\right\} \quad . \quad (1)$$

wobei $r = \overline{OB}$ die Entfernung des Punktes B von der Axe bedeutet. Nennt man aber R die Länge der Hebelarme, an welchen die Kräfte $\frac{1}{2}$ P und $\frac{1}{2}$ P wirken, so ist:

$$\frac{1}{2} P R + \frac{1}{2} P R = \mathfrak{Z}\, r \text{ oder } \mathfrak{Z}\, r = P R$$

daher wird:

$$\Sigma (Y z - Z y) = P R + (\mathfrak{Y} z_1 - \mathfrak{Z} y_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad , \quad (2)$$

Den Bedingungen, welche die zweite und dritte der Gleichungen (1) aussprechen, wird wiederum ein Genüge geleistet, wenn man in (8), Seite 91, setzt:

$$\left(\begin{matrix} m \\ \xi \zeta \end{matrix}\right) = o \quad \beta = o \quad \frac{d\,\Theta}{d\,s} = o$$

Wegen $\beta = o$ und der obigen Gleichung (2) wird die zweite der Gleichungen (8), Seite 91:

$$P R + \mathfrak{Y} z_1 - \mathfrak{Z} y_1 = \varepsilon\, \mu \left(\frac{1}{\varrho} - \frac{1}{\varrho_0}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

wobei $\left(\begin{matrix} m \\ \zeta \end{matrix}\right) = \mu$ gesetzt wurde und μ das Trägheitsmoment eines Querschnittes des Schraubengewindes in Bezug auf eine durch M gehende, zu $O x_1$ parallele Axe ausdrückt.

Multipliziren wir diese Gleichung (3) mit dem Bogenelement ds_1 der Schraubenlinie, integriren hierauf und dehnen das Integrale über die ganze Länge der Schraube (von A bis B) aus, so erhalten wir:

$$\int P R\, ds_1 + \mathfrak{Y} \int z_1\, ds_1 - \mathfrak{Z} \int y_1\, ds_1 = \varepsilon\, \mu \int \left(\frac{ds_1}{\varrho} - \frac{ds_1}{\varrho_0}\right)$$

Nennen wir l die ganze Länge der Schraubenlinie, $\mathfrak{z}\, \mathfrak{y}$ die Coordinaten des Schwerpunktes der ganzen Schraubenlinie und Θ den Winkel, um welchen die Axe $O x_1$ gedreht werden muss, bis das Kräftepaar mit den inneren Kräften ins Gleichgewicht kommt, so ist, wie früher gezeigt wurde:

$$\int ds_1 = l, \quad \int z_1\, ds_1 = \mathfrak{z}\, l, \quad \int y_1\, ds_1 = \mathfrak{y}\, l, \quad \int \frac{ds_1}{\varrho} - \frac{ds_1}{\varrho_0} = \Theta$$

und wir erhalten daher:

$$[P R + (\mathfrak{Y} \mathfrak{z} - \mathfrak{Z} \mathfrak{y})]\, l = \varepsilon\, \mu\, \Theta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Das Moment $\mathfrak{Y}\mathfrak{z} - \mathfrak{Z}\mathfrak{y}$ verschwindet, wenn $\mathfrak{z}$ und $\mathfrak{y}$ gleich Null werden, d. h. wenn der Schwerpunkt der Schraube in die geometrische Drehungsaxe fällt. Dies wäre genau nur dann der Fall, wenn die Punkte A und B während der Zusammenwindung der Schraube stets in der Oberfläche des Schraubencylinders verbleiben würden. Die Punkte A und B müssten also durch einen geeigneten Mechanismus nach radialer Richtung einwärts bewegt werden, wenn sich die Schraube zusammenzieht und in einen Cylinder von kleinerem Durchmesser übergeht, dagegen nach radialer Richtung hinaus, wenn sich die Schraube aufwindet. Diese Bemerkung ist von Werth, wenn es sich um eine Anwendung solcher Schraubenfedern zu Uhren mit Schwungradhemmungen handelt, denn wie schon früher Seite 117 erwähnt wurde, können die Schwingungen einer Unruhe nur dann von gleicher Dauer werden, wenn der Drehungswinkel Θ dem Drehungsmoment $P R$ proportional wird. Hat die Schraube sehr viele Gewinde und ist die Aenderung des Halbmessers der Schraube nicht gross, so fällt der Schwerpunkt der Schraubenlinie jederzeit so nahe in die Axe, dass $\mathfrak{Y}\mathfrak{z} - \mathfrak{Z}\mathfrak{y}$ gegen $P R$ vernachlässiget werden kann, und dann erhalten wir:

$$P R l = \varepsilon \mu \Theta$$

$$P R = \varepsilon \mu \frac{\Theta}{l}, \quad \Theta = \frac{P R l}{\varepsilon \mu} \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

Diese Gleichungen in Verbindung mit (3) geben:

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{1}{\varrho_0} + \frac{\Theta}{l} \quad \ldots \ldots \quad (6)$$

Diese Gleichung gibt den Halbmesser ϱ der zusammengewundenen Feder. Auch findet man:

$$\varrho_0 - \varrho = \varrho_0 \frac{\frac{\Theta}{l}}{\frac{1}{\varrho_0} + \frac{\Theta}{l}} \quad \ldots \ldots \quad (7)$$

Nennt man $\mathfrak{S}$ die Spannungsintensität an der äusseren Fläche der zusammengewundenen Schraube, so ist:

$$P R = \mathfrak{S} E \quad \ldots \ldots \quad (8)$$

wobei E die bekannte Funktion der Querschnittsdimensionen bezeichnet.

Für einen runden Stab ist:

$$E = \frac{\pi}{32} d^3, \quad \mu = \frac{\pi}{64} d^4$$

Für einen rechteckigen Querschnitt ist:

$$E = \frac{1}{6} b h^2, \quad \mu = \frac{1}{12} b h^3$$

(b die mit der Axe der Schraube parallele Dimension des Querschnittes, h die radiale Dicke des Querschnittes)

und man findet nun:

a) Für eine Schraube mit rundem Querschnitt:

$$P R = \frac{\pi}{64} \varepsilon \frac{d^4}{1} \Theta = \frac{\pi}{32} \mathfrak{S} d^3 \quad \ldots \ldots \quad (9)$$

b) Wenn der Querschnitt des Gewindes ein Rechteck ist:

$$P R = \frac{\varepsilon}{12} b h^3 \frac{\Theta}{1} = \frac{\mathfrak{S}}{6} b h^2 \quad \ldots \ldots \quad (10)$$

c) Es ist aber für jede beliebige Querschnittsform:

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{1}{\varrho_0} + \frac{\Theta}{1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (11)$$

Seile.

Hanfseile.

Anfertigung. Die Hanfseile werden bekanntlich zu sehr mannigfaltigen Zwecken, insbesondere aber bei den Hebewerken gebraucht. Ihre Anfertigung geschieht gewöhnlich auf folgende Art: Es werden zuerst aus Hanf Schnüre gesponnen, hierauf werden mehrere derselben (in der Regel 6) nebeneinander aufgehängt und zusammengezwirnt, wodurch eine Leine entsteht. Endlich werden mehrere, in der Regel 6 solcher Leinen nebeneinander aufgehängt und abermals zusammengezwirnt, worauf das Seil fertig ist. Die Anfertigung der Seile vermittelst Maschinen und complizirteren Einrichtungen haben wir hier nicht zu besprechen.

Festigkeit. Die Festigkeit eines solchen Hanfseiles hängt von sehr mannigfaltigen Verhältnissen ab. Dieselbe richtet sich 1) nach der Festigkeit der Elementarfaser des Hanfes, 2) nach der Anzahl der