Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1862

Stahl-Federn

urn:nbn:de:bsz:31-270970

kommen vor sich, so wird dadurch die absolute Festigkeit nicht geschwächt.

2) Körper, die auf Bruchfestigkeit in Anspruch genommen werden, werden am sichersten hergestellt, wenn man sie aus Platten zusammenschweisst, deren Ebenen sowohl der Längenrichtung als auch der Richtung der biegenden Kraft parallel sind.

3) Torsionswellen aus Schmiedeeisen werden am besten hergestellt, wenn man aus langen Stangen Bündel bildet und sie zusammenschweisst. Im vorhergehenden wie im vorliegenden Falle kann eine unvollkommene Durchführung der Schweissung unmöglich einen erheblichen Nachtheil veranlassen.

4) Cylindrische Gefässe dürfen nicht aus einem cylindrischen Bündel von Stäben zusammengeschweisst werden, sondern man muss lange Stäbe nach Schraubenwindungen zusammenbiegen und zuletzt zusammenschweissen. Auf diese Art werden z. B. schmiedeeiserne Flintenläufe (Drathläufe), wie Kanonenläufe ganz gut hergestellt.

Stahl-Federn.

Schicht-Federn.

Cylindrische oder konische Schraubenfedern werden zum Tragen von Lasten in der Regel nur in solchen Fällen angewendet, wenn die Federn nur einen sehr beschränkten Raum einnehmen sollen. Ist man im Raum nicht beschränkt, so werden meistens Schicht-Federn, d. h. solche Federn gebraucht, die durch eine Aufeinanderschichtung von schwach gekrümmten Stahlschienen von gleicher Breite und geringer Dicke entstehen. Insbesondere bei den Eisenbahnfahrzeugen sind derlei Federn im Gebrauch.

Zur Entwickelung der Theorie dieser Federwerke gehen wir von einer Anordnung aus, welcher folgende Eigenschaften zukommen:

1) Der Querschnitt jeder einzelnen Schiene sei ein Rechteck.
2) Alle Schienen haben einerlei Breite aber ungleiche Dicken.
3) Im natürlichen unbelasteten Zustand seien alle Schienen nach einem und demselben jedoch ziemlich grossen Halbmesser kreisbogenförmig gekrümmt.
4) In der Mitte und an den Enden sei jede Schiene etwas dicker als in den übrigen Stellen, so zwar, dass sich die Schienen, wenn sie aufeinandergeschichtet werden, nur in der Mitte und an den Enden, in den zwischenliegenden Stellen aber nicht berühren. Es sei Fig. 3, Tafel V., ein solches Federwerk.

Nennen wir P_1 die Kraft, welche auf jedes Ende der obersten Schiene einwirkt, $P_2\ P_3\ P_4\ \ldots\ldots$ die Pressungen der ersten Schiene gegen das Ende der zweiten, der zweiten Schiene gegen das Ende der dritten und so fort,

$l_1\ l_2\ l_3\ \ldots\ l_n$ die Abstände der Schinenenden von der Ebene OY der Fassung, welche die Schienen zusammenhält,

n die Anzahl der Schienen,

$\delta_1\ \delta_2\ \delta_3\ \ldots\ldots\ \delta_n$ die Metalldicken der Schienen an den Stellen, wo sie sich nicht berühren,

b die gemeinschaftliche Breite aller Schienen,

$x_1 = Op\ \ y_1 = m_1 p$ die Coordinaten eines beliebigen Punktes m_1 der Schwerpunktslinie der obersten Schiene in Bezug auf das Coordinatensystem YOX,

$x_2\ y_2\ \ldots\ x_3\ y_3,\ \ldots\ldots$ die Coordinaten von beliebigen Punkten der Schwerpunktslinien der folgenden Schienen,

R den Halbmesser, nach welchem im natürlichen Zustande alle Schienen gekrümmt sind,

$\varrho_1\ \varrho_2\ \varrho_3\ \ldots\ldots$ die Krümmungshalbmesser, welche im belasteten Zustande des Schienenwerkes den Punkten entsprechen, deren Coordinaten $x_1\ y_1,\ \ x_2\ y_2,\ \ x_3\ y_3,\ \ldots$ sind,

ε den Modulus der Elastizität des Schienen-Stahles.

Legen wir durch das Schienenwerk in einem Abstand x eine zur Axe OY parallele Ebene, und betrachten die Spannungszustände und Krümmungen in den Punkten $m_1\ m_2\ m_3\ \ldots$, in welchen alle Schwerpunktslinien der Schienen von dieser Ebene geschnitten werden, so sind:

$$\left.\begin{array}{l}
P_1\,(l_1 - x) - P_2\,(l_2 - x) = P_1\,l_1 - P_2\,l_2 - (P_1 - P_2)\,x \\
P_2\,(l_2 - x) - P_3\,(l_3 - x) = P_2\,l_2 - P_3\,l_3 - (P_2 - P_3)\,x \\
P_3\,(l_3 - x) - P_4\,(l_4 - x) = P_3\,l_3 - P_4\,l_4 - (P_3 - P_4)\,x \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
P_{n-1}\left(l_{n-1} - x\right) - P_n\left(l_n - x\right) = P_{n-1}\,l_{n-1} - P_n\,l_n - \left(P_n - P_{n-1}\right)x \\
\qquad\qquad P_n\left(l_n - x\right) = P_n\left(l_n - x\right)
\end{array}\right\}\ (1)$$

die Momente der äusseren Kräfte, welche die Spannungen und Pressungen in den Querschnitten bei $m_1\ m_2\ \ldots\ldots$ hervorrufen. Diese Ausdrücke gelten jedoch nur für solche Punkte, die nicht den Endstücken der Schienen angehören.

Die Momente der in den Querschnitten bei $m_1\ m_2\ \ldots\ldots$ herrschenden Spannungen und Pressungen sind aber nach Gleichung (4), Seite 50

$$-\varepsilon\mu_1\left(\frac{1}{\varrho_1}-\frac{1}{R}\right),\quad -\varepsilon\mu_2\left(\frac{1}{\varrho_2}-\frac{1}{R}\right),\quad -\varepsilon\mu_3\left(\frac{1}{\varrho_2}-\frac{1}{R}\right),\ \ldots$$

wobei die Zeichen — genommen sind, weil durch die Belastung die Krümmung der Schienen abnimmt. Wir erhalten daher für den Gleichgewichtszustand folgende Ausdrücke:

$$\left.\begin{array}{l}
P_1 l_1 - P_2 l_2 - (P_1 - P_2)\,x = \varepsilon\mu_1\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{\varrho_1}\right)\\
P_2 l_2 - P_3 l_3 - (P_2 - P_3)\,x = \varepsilon\mu_2\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{\varrho_2}\right)\\
P_3 l_3 - P_4 l_4 - (P_3 - P_4)\,x = \varepsilon\mu_3\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{\varrho_3}\right)\\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
P_{n-1} l_{n-1} - P_n l_n - \left(P_n - P_{n-1}\right) x = \varepsilon\mu_1\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{\varrho_{n-1}}\right)\\
P_n l_n - P_n x = \varepsilon\mu_n\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{\varrho_n}\right)
\end{array}\right\}\ \ldots\ (2)$$

In diesen Ausdrücken bedeuten $\mu_1\ \mu_2\ \mu_3\ \ldots$ die Trägheitsmomente der Querschnitte der einzelnen Schienen. Da die Querschnitte der Voraussetzung zufolge Rechtecke sind, so hat man:

$$\mu_1 = \frac{1}{12}\,b\,\delta_1^3 \qquad \mu_2 = \frac{1}{12}\,b\,\delta_2^3 \qquad \mu_2 = \frac{1}{12}\,b\,\delta_3^3 \quad \ldots\ (3)$$

Zur Berechnung der in den Querschnitten an der Befestigungs-Ebene O Y herrschenden Spannungen $\mathfrak{S}_1\ \mathfrak{S}_2\ \mathfrak{S}_3\ \ldots$ haben wir noch folgende Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l}
P_1 l_1 - P_2 l_2 = \frac{1}{6}\,\mathfrak{S}_1\,b\,\delta_1^3\\
P_2 l_2 - P_3 l_3 = \frac{1}{6}\,\mathfrak{S}_2\,b\,\delta_2^3\\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
P_{n-1} l_{n-1} - P_n l_n = \frac{1}{6}\,\mathfrak{S}_{n-1}\,b\,\delta^3_{n-1}
\end{array}\right\}\ \ldots\ (4)$$

Vermitttelst dieser Gleichungen können die Bedingungen ausfindig gemacht werden, die die Federwerke erfüllen sollen, um den praktischen Zwecken gute Dienste leisten zu können. In dieser Hinsicht stellen wir die Forderungen:

1) dass alle Schienen gleich stark in Anspruch genommen sein sollen, so dass die Wahrscheinlichkeit eines Bruches für jede Schiene gleich gross ist;
2) dass die Krümmungen der Schienen im belasteten Zustand des Federwerkes vollkommen übereinstimmende Linien sind, was zur Folge hat, dass sich im belasteten Zustand je zwei unmittelbar auf einander folgende Schienen continuirlich berühren, wenn die Verdickungen in der Mitte und an den Enden der Schienen beseitiget werden.

Auf diese Weise erhält man gleich feste und nicht klaffende Schienen.

Diesen beiden Bedingungen wird entsprochen 1) wenn alle Spannungen $\mathfrak{S}_1$ $\mathfrak{S}_2$ $\mathfrak{S}_3$ . . . gleich gross sind, 2) wenn alle Krümmungshalbmesser ϱ_1 ϱ_2 ϱ_3 . . . für jeden bestimmten Werth von x übereinstimmen.

Vermöge der Gleichungen (4) haben alle Spannungen gleiche Werthe, wenn:

$$\frac{6}{\delta_1^{\,2}} (P_1 l_1 - P_2 l_2) = \frac{6}{\delta_2^{\,2}} (P_2 l_2 - P_3 l_3) = \frac{6}{\delta_3^{\,2}} (P_3 l_3 - P_4 l_4) \quad . \ (5)$$

und vermöge der Gleichungen (2) stimmen alle Krümmungshalbmesser überein, wenn:

$$\frac{12}{b\,\delta_1^{\,3}} (P_1 l_1 - P_2 l_2) = \frac{12}{b\,\delta_2^{\,3}} (P_2 l_2 - P_3 l_3) = \frac{12}{b\,\delta_3^{\,3}} (P_3 l_3 - P_4 l_4) \quad . \ (6)$$

und

$$\frac{12}{b\,\delta_1^{\,3}} (P_1 - P_2) = \frac{12}{b\,\delta_2^{\,3}} (P_2 - P_3) = \frac{12}{b\,\delta_3^{\,3}} (P_3 - P_4) \quad . \ . \ (7)$$

Hieraus folgt:

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 \ . \ . \ . \ . \ . \ = \delta_n \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (8)$$

$$(P_1 - P_2) = (P_2 - P_3) = (P_3 - P_4) \ . \ . \ . \ . \ . \ = p \ . \ . \ (9)$$

$$P_1 l_1 - P_2 l_2 = P_2 l_2 - P_3 l_3 = P_3 l_3 - P_4 l_4 \ . \ . \ . \ = \frac{1}{6} \mathfrak{S}_1 \, b \, \delta_1^{\,2} \ (10)$$

wobei in der Gleichung (9) durch p irgend eine constante Pressung bezeichnet ist.

Addirt man alle n-Gleichungen (10), so findet man:

$$P_1 l_1 = \frac{n}{6} \mathfrak{S}_1 \, b \, \delta_1^{\,2} \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (11)$$

Addirt man aber von diesen n - Gleichungen nicht alle, sondern nur $k-1$ - Gleichungen, so findet man:

$$P_1 l_1 - P_k l_k = (k-1) \frac{1}{6} \mathfrak{S}_1 b \delta_1^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Addirt man $k-1$ von den Gleichungen (9), so findet man:

$$P_1 - P_k = (k-1) p$$

oder:

$$P_k = P_1 - (k-1) p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Setzt man in (12) für $\mathfrak{S}_1$ den Werth, welcher aus (11) folgt, und für P_k den Werth, welchen die Gleichung (13) darbietet, so erhält man eine Gleichung, aus welcher folgt:

$$l_k = l_1 \frac{1 - \frac{k-1}{n}}{1 - (k-1) \frac{p}{P_1}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

hierdurch ist die Länge der k^{ten} - Schiene berechnet.

Die Grösse p ist innerhalb gewisser Grenzen willkürlich. p kann nie negativ werden, der kleinste Werth von p oder von $\frac{p}{P_1}$ ist also gleich Null. $\frac{p}{P_1}$ kann aber wegen (14) nie grösser werden, als $\frac{1}{n}$, weil keine Schiene länger als die oberste werden soll. Setzen wir:

$$p = \frac{1}{\gamma} \frac{P_1}{n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

wobei γ jede beliebige ganze oder unganze Zahl bezeichnet, die jedoch nie kleiner als die Einheit genommen werden darf, so haben wir einen Ausdruck, der den Werth von p in seine zulässigen Grenzen einschränkt. Vermittelst dieses Werthes von $\frac{p}{P_1} = \frac{1}{\gamma n}$ wird der Ausdruck (14):

$$l_k = l_1 \frac{1 - \frac{k-1}{n}}{1 - \frac{k-1}{n} \frac{1}{\gamma}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

Rechteckfederwerke.

Nehmen wir $\gamma = 1$ (d. h. den kleinsten von den erlaubten Werthen), so wird $l_k = l_1$, d. h. wir erhalten dann ein Federwerk, in