Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1862

Biegung

urn:nbn:de:bsz:31-270970

dagegen Eichenholz und Schmiedeeisen, vorzugsweise aber Kanonenmetall und Gussstahl Vorzügliches leisten. Wenn nicht die Materialpreise so hoch wären, würde man gut thun, solche Maschinen, die der Einwirkung von lebendigen Kräften zu widerstehen haben, aus Kanonenmetall oder Gussstahl herzustellen. Indessen schon das Schmiedeeisen ist sieben mal besser als Gusseisen, daher es kommt, dass auch in der Praxis die Anwendung des Gusseisens so sehr eingeschränkt, dagegen die Benutzung des Schmiedeeisens so sehr ausgedehnt wird.

Biegung eines Stabes. Nehmen wir an, ein Stab sei an dem einen Ende befestiget und werde durch eine auf das andere Ende wirkende Kraft gebogen. Die Kraft K, welche auf das freie Ende drücken muss, wenn sich dasselbe um ξ senken soll, beträgt nach Gleichung (7), Seite 31, wenn $p = 0$ gesetzt wird:

$$K = \frac{3 \varepsilon E z}{l^3} \xi \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Die Wirkung W, welche die Kraft entwickeln muss, damit die Senkung bis λ fortschreitet, ist:

$$W = \int_0^\lambda K \, d\xi = \frac{3 \varepsilon E z}{l^3} \int_0^\lambda \xi \, d\xi = \frac{3 \varepsilon E z}{2 l^3} \lambda^2 \quad \ldots \quad (2)$$

Nennt man P die der Senkung λ entsprechende Kraft, so ist wegen (1):

$$P = \frac{3 \varepsilon E z}{l^3} \lambda \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Eliminirt man aus (2) und (3) λ, so findet man:

$$W = \frac{P^2 l^3}{6 \varepsilon E z} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

Nennt man $\mathfrak{S}$ die auf einen Quadratcentimeter bezogene Maximalspannung, die an der Befestigungsstelle durch die Einwirkung von P entsteht, so ist:

$$\mathfrak{S} E = P l \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

Durch Elimination von P folgt:

$$W = \frac{1}{6} \frac{\mathfrak{S}^2}{\varepsilon} \frac{E l}{z} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

Es ist .	$\frac{E\,I}{z}$	demnach	W	
für einen rechteckigen Stab .	$\frac{1}{3}\,\mathfrak{B}$	. . .	$\frac{1}{18}\,\frac{\mathfrak{S}^2}{\varepsilon}\,\mathfrak{B}$	
„ „ cylindrischen Stab .	$\frac{1}{4}\,\mathfrak{B}$	. . .	$\frac{1}{24}\,\frac{\mathfrak{S}^2}{\varepsilon}\,\mathfrak{B}$	. (7)
„ „ ellyptischen Stab . .	$\frac{1}{5}\,\mathfrak{B}$	. . .	$\frac{1}{24}\,\frac{\mathfrak{S}^2}{\varepsilon}\,\mathfrak{B}$	

wobei $\mathfrak{B}$ das Volumen des Stabes bezeichnet.

Die gleichen Resultate findet man auch dann, wenn man annimmt, dass der Stab auf zwei Stützen gelegt und durch eine in seiner Mitte wirkende Kraft gebogen wird, bis eine Maximalspannung $\mathfrak{S}$ eintritt. Nimmt man auch hier wiederum an, dass das Gesetz (1) bis zum Bruch richtig ist und setzt für $\mathfrak{S}$ den Bruchcoefficienten $\mathfrak{B}$, so drücken die Formeln (6) und (7) die Wirkungen aus, welche erforderlich sind, um stabförmige Körper durch Biegung zu brechen. Diese Bruchwirkung ist jedoch nur für ganz einfache, nicht ausgehöhlte Formen dem Volumen proportional; für einen Hohlcylinder wird z. B. $\frac{E}{z} = \frac{\pi}{16}\,\frac{d^4 - d_1^{\,4}}{d^2}$, und demnach:

$$W = \frac{1}{24}\,\frac{\mathfrak{S}^2}{\varepsilon}\,\mathfrak{B}\left[1 + \left(\frac{d_1}{d}\right)^2\right]$$

woraus man sieht, dass die Bruchwirkung nicht jederzeit dem Volumen proportional ausfällt.

Drehung eines Stabes. Wird ein Stab an einem Ende befestiget und am anderen Ende durch ein Kraftmoment M gedreht, so entsteht in dem Stabe eine Verwindung, wobei der Querschnitt, an welchem das Kraftmoment wirkt, gegen den befestigten Querschnitt um einen (in Theilen des Halbmessers $= 1$ ausgedrückten) Bogen Θ verdreht wird, der nach Gleichung (11), Seite 59, beträgt:

$$\Theta = \frac{M\,l}{G\,\mu} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Die Arbeit, welche erforderlich ist, um den Stab aus seinem natürlichen Zustand um einen Bogen α zu verwinden ist:

$$W = \int_0^{\alpha} M\,d\,\Theta$$