Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1862

Unrunde Gefässe

urn:nbn:de:bsz:31-270970

Die Formel (5) bestimmt genau, die Formel (6) annähernd die Wanddicke, die ein sphärisches Gefäss erhalten muss, wenn unter der Einwirkung der äusseren und inneren Kräfte die Materialspannung $\mathfrak{A}$ an der inneren Fläche einen gewissen Werth haben soll. Setzt man für $\mathfrak{A}$ den Werth der absoluten Festigkeit des Materials, so geben die Formeln diejenige Wanddicke, bei der unter der Einwirkung der Pressungen p_0 und p_1 das Zerreissen des Materials eintritt. Diese Wanddicke wird unendlich für $2\,\mathfrak{A} + 3\,p_1 - p_0 = o$, oder für

$$p_0 = 2\,\mathfrak{A} + 3\,p_1 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

d. h. ein sphärisches Gefäss platzt bei jeder Wanddicke, wenn die Spannung im Innern zweimal so gross wird, als die Festigkeit des Materials, vorausgesetzt, dass der äussere Druck p_1 vernachlässiget werden darf. Dieses Ergebniss verglichen mit dem Seite 65 für cylindrische Gefässe gefundenen, so sieht man, dass ein kugelförmiges Gefäss im Maximum einen doppelt so grossen Druck aushält, als ein cylindrisches.

Wir haben uns bei Herleitung der Gleichung für δ so benommen, wie wenn die innere Pressung grösser wäre als die äussere. Die für δ gefundenen Ausdrücke gelten aber auch im umgekehrten Fall, wenn nämlich die äussere Pressung grösser ist als die innere, nur verwandelt sich dann $\mathfrak{A}$ in eine Pressung und ist negativ zu nehmen.

Bei ganz gleicher Wanddicke und gleicher Dichte eines Materials würde bei einem cylindrischen oder sphärischen Gefässe durch einen äusseren Druck nicht leicht eine Zerdrückung entstehen, allein so wie die Wand an einer Stelle schwächer ist, wird sie daselbst leicht durch einen äusseren Druck eingebogen, wodurch eine vollständige Verdrückung entstehen kann. Diese Rundgefässe haben daher gegen einen inneren Druck eine grössere Stabilität als gegen einen äusseren.

Nicht cylindrische oder sphärische Gefäße. Ist die Form einer Gefässwand weder cylindrisch noch sphärisch, so wird eine solche Form unter der Einwirkung von pressenden Flüssigkeiten nicht nur ausgeweitet oder zusammengedrückt, sondern in den meisten Fällen in der Weise deformirt, dass Formen entstehen, die mit den ursprünglichen nicht mehr geometrisch ähnlich sind. Dieses ist z. B. der Fall bei Gefässen mit flachen Wänden. Die Festigkeitstheorie dieser Gefässe erfordert sehr weitläufige und schwierige Rechnungen, die hier nicht am Platze wären. Diese nicht cylindrischen und nicht sphärischen Gefässe sind bei starken Pressungen möglichst zu vermeiden.

Berechnung der Wirkungsgrößen, welche zur Ausdehnung, Zusammendrückung, Verwindung und Biegung von Stäben nothwendig sind.

Ausdehnung. Es sei ε der Modulus der Elastizität des Materials, aus welchem ein Stab besteht; l seine Länge; a sein Querschnitt; K die Kraft, welche den Stab um x zu verlängern vermag, so haben wir nach dem Ausdehnungsgesetz:

$$K = \frac{a\,\varepsilon}{l}\,x \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Die Wirkung, welche nothwendig ist, um den Stab von $x = 0$ bis $x = \lambda$ auszudehnen, ist: $\int_0^\lambda K\,dx = W$. Wir erhalten daher vermöge (1):

$$W = \frac{a\,\varepsilon}{l}\int_0^\lambda x\,dx = \frac{1}{2}\,\frac{a\,\varepsilon}{l}\,\lambda^2 \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

Nennen wir die der Ausdehnung λ entsprechende Zugkraft P, so haben wir vermöge (1):

$$P = \frac{a\,\varepsilon}{l}\,\lambda \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Führt man den aus dieser Gleichung folgenden Werth von λ in (2) ein, so erhält man einen Ausdruck, der leicht in folgende Form gebracht werden kann:

$$W = \frac{1}{2}\,a\,l\,\frac{\left(\frac{P}{a}\right)^2}{\varepsilon} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

Nun ist aber $a\,l$ das Volumen des Stabes $\frac{P}{a}$ die Spannungsintensität nach erfolgter Ausdehnung. Setzt man abkürzend $a\,l = \mathfrak{V}$, $\frac{P}{a} = \mathfrak{S}$, so erhält man auch: