

# **Badische Landesbibliothek Karlsruhe**

**Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe**

## **Der Maschinenbau**

**Redtenbacher, Ferdinand**

**Mannheim, 1862**

Torsionswinkel

[urn:nbn:de:bsz:31-270970](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-270970)

**Berechnung des Torsionswinkels.** Es erübrigt uns nun noch, den Torsionswinkel  $\vartheta$ , Fig. 10, Tafel III., d. h. den Winkel zu berechnen, um welchen der von den Torsionskräften ergriffene Querschnitt des Stabes gegen das festgehaltene Ende verdreht wird. Zu diesem Zweck machen wir die wahrscheinliche Hypothese, dass der Winkel  $\alpha$ , den die Faser, in welcher die Verschiebungskraft  $T$  herrscht, mit der Axe des Stabes bildet, dem Werth von  $T$  proportional sei; setzen also:

$$\alpha = \frac{T}{G} \dots \dots \dots (8)$$

wobei  $G$  eine nur von der Natur des Materials abhängige Grösse bedeutet, und wobei  $\alpha$  in Theilen des Halbmessers ausgedrückt werden soll. Denkt man sich den Cylinder, in welchem die Faser liegend gedacht werden kann, in eine Ebene ausgebreitet, so ergibt sich ein Dreieck  $ABC$ , Fig. 10, Tafel III., in welchem  $AC$  die Länge  $l$  des Stabes  $\sphericalangle BAC = \alpha$  und  $BC = k \vartheta$  ist, wobei  $\vartheta$  den in Theilen des Halbmessers ausgedrückten Torsionswinkel bedeutet. Man hat daher:

$$\frac{k \vartheta}{l} = \text{tang } \alpha \dots \dots \dots (9)$$

oder auch annähernd, weil jederzeit  $\alpha$  sehr klein ist, also für  $\text{tang } \alpha$  auch  $\alpha$  gesetzt werden kann:

$$\frac{k \vartheta}{l} = \alpha \dots \dots \dots (10)$$

Aus (8) und (10) folgt:

$$\frac{T}{G} = \frac{k \vartheta}{l}$$

mithin

$$\vartheta = \frac{T l}{k G}$$

Führen wir hier den aus (3) für  $T$  folgenden Werth ein, so ergibt sich:

$$\vartheta = \frac{M l}{G \mu} \dots \dots \dots (11)$$

Will man den Torsionswinkel  $\vartheta$  nach Graden ausdrücken, und bezeichnet diese mit  $\vartheta^\circ$ , so hat man:

$$\vartheta^\circ = \frac{M l}{G \mu} \frac{360}{2 \pi} \dots \dots \dots (12)$$

Für einen cylindrischen Stab von einem Durchmesser  $d$  ist:  
 $\mu = \frac{\pi}{32} d^4$ , demnach wird:

$$\theta^{\circ} = 16 \frac{M}{G} l \frac{360}{d^4 \pi^2} \dots \dots \dots (13)$$

Diese Resultate (11), (12), (13) sind nur als hypothetische anzusehen, weil dieselben auf der Annahme (8) beruhen, dass der Winkel  $\alpha$  dem Werth von  $\tau$  proportional sei. Zahlreiche Versuche über die Torsion von Stäben haben aber gezeigt, dass diese Resultate wenigstens für nicht zu starke Verwindungen annähernd richtig sind.

Setzt man in (13)  $\frac{d^2 \pi}{4} = 1$ ,  $l = 1$ ,  $\theta^{\circ} = 360$ , so folgt aus denselben:

$$G = M,$$

d. h. die Grösse  $G$ , welche man den Modulus der Elastizität für Torsion zu nennen pflegt, drückt das Torsionsmoment aus, welches erforderlich wird, um einen Stab, dessen Querschnitt und Länge gleich der Einheit ist, um  $360^{\circ}$  zu verwinden, vorausgesetzt, dass das durch (13) ausgedrückte Gesetz selbst für eine so starke Verwindung richtig wäre.

Die Resultate des Maschinenbaues geben Seite 36 die für verschiedene Materialien durch Versuche gefundenen Werthe des Modulus der Elastizität  $G$  für Torsion.

### Festigkeit der Gefässe.

**Cylindrische Gefässe.** Man denke sich, ein cylindrisches Gefäss Fig. 1, Tafel IV., enthalte eine eingepresste Flüssigkeit, die auf jeden Quadratcentimeter der innern Umfangsfläche einen gewissen sehr starken Druck ausübt. Das Gefäss sei aber auch aussen von einer Flüssigkeit umgeben, die auf jeden Quadratcentimeter der äussern Oberfläche mit einem jedoch schwächeren Druck wirkt. Da wir annehmen, der innere Druck sei beträchtlich stärker als der äussere, so muss in dem Gefäss durch die Wirkung der Kräfte eine Ausweitung entstehen, welche zur Folge hat, dass in jedem kleinen Volumtheilchen im Innern der Gefässwand nach radialer Richtung  $or$ , Fig. 1, Tafel IV., eine Zusammenpressung, nach einer auf die Axe des Gefässes senkrechten Richtung  $tt$ , eine Materialausdehnung entsteht, und es ist für die Bestimmung des Gleichgewichtszustandes vor allem andern nothwendig, diese Spannungen und Pressungen zu bestimmen.