

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1862

Verschiedene Biegungsweisen

[urn:nbn:de:bsz:31-270970](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-270970)

auch ganz bestimmte Verhältnisse zwischen den einzelnen Dimensionen des Querschnittes anzunehmen und dann kann man den Ausdruck für E jederzeit auf die Form bringen $E = a^3 H$, wobei a eine von den Abmessungen des Querschnittes und H eine reine Funktion von den angenommenen Verhältnissen zwischen den Querschnittsdimensionen bezeichnet. So z. B. kann der Ausdruck für die I-Form geschrieben werden wie folgt:

$$E = h^3 \frac{1}{6} \left\{ \frac{b_1}{h} \left(\frac{h_1}{h} \right)^3 + \frac{b}{h} \left[1 - \left(\frac{h_1}{h} \right)^3 \right] \right\} \dots \dots (2)$$

Nimmt man also für $\frac{b_1}{h}$, $\frac{h_1}{h}$, $\frac{b}{h}$ passende Werthe an, so ist in E nichts mehr unbestimmt als h und dieser Werth ergibt sich dann aus (1) und (2). Man findet:

$$h = \sqrt[3]{ \left\{ \frac{\frac{6 P l}{\mathcal{E}_m}}{\frac{b_1}{h} \left(\frac{h_1}{h} \right)^3 + \frac{b}{h} \left[1 - \left(\frac{h_1}{h} \right)^3 \right]} \right\} \dots \dots (3)$$

Verschiedene Biegungsweisen.

Wir werden in Folgendem noch mehrere Biegungsaufgaben behandeln, wollen aber dabei von der geringen Abweichung der Neutralfaser von der Axenfaser ganz absehen, wollen uns also so nehmen, wie wenn die Schwerpunktsfaser die Neutrallinie oder die Grenze wäre von den Gebieten, in welchen Spannungen und Pressungen herrschen.

Unter dieser Voraussetzung wollen wir bestimmen:

- 1) die Gestalt der Schwerpunktsfaser,
- 2) die Stellen, wo die Maximalpressungen eintreten,
- 3) den Betrag dieser Maximalpressungen.

Es ist $\mathcal{E} E$ die Summe der statischen Momente aller in einem Querschnitte vorkommenden Spannungen und Pressungen, in Bezug auf eine, durch den Schwerpunkt des Querschnittes gehende, in der Ebene des Schnittes liegende aber auf die Richtung der biegenden Kraft senkrechte Drehungsaxe. Bezeichnet man durch M die algebraische Summe der statischen Momente aller äusseren Kräfte, welche jenen Spannungen und Pressungen das Gleichgewicht halten, so ist:

$$\mathcal{E} E = M \dots \dots (1)$$

Dann ist aber vermöge Gleichung (6), Seite 17, wenn man s vernachlässiget:

$$\rho \mathcal{E} = z \varepsilon \dots \dots \dots (2)$$

Durch Elimination von \mathcal{E} mittelst (1) findet man:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{\varepsilon E z} \dots \dots \dots (3)$$

oder auch weil für schwache Biegungen, und wenn $d^2 x = 0$ gesetzt wird $\frac{1}{\rho} = \pm \frac{d^2 y}{d x^2}$ ist

$$\pm \frac{d^2 y}{d x^2} = \frac{M}{\varepsilon E z} \dots \dots \dots (4)$$

Kennt man M als Funktion von x , so gibt diese Gleichung durch Integration die Gestalt der Schwerpunktsfaser. Aus (1) folgt:

$$\mathcal{E} = \frac{M}{E} \dots \dots \dots (5)$$

Bestimmt man diejenigen Werthe von x , für welche M ein Maximum wird, so hat man die Stelle bestimmt, wo das Maximum der Spannung eintritt. Wird dieser Werth von x in (5) eingeführt, so erhält man den Werth der Maximalspannung, d. h. den Werth von \mathcal{E}_m .

Wir wollen diese allgemeine Regel auf mehrere Beispiele anwenden.

Erster Fall. Ein Stab ist an dem einen seiner Enden eingespannt, am andern Ende belastet. Das Gewicht desselben sei p und soll berücksichtigt werden. Fig. 1, Tafel III.

Wählt man das freie Ende o zum Anfangspunkt eines Coordinatensystems und setzt $on = x$, $mn = y$, so ist annähernd $p \frac{x}{1}$ das Gewicht des Stabstückes mo und es ist ferner $p \frac{x}{1} \times \frac{x}{2}$ annähernd das Moment dieses Gewichtes in Bezug auf die durch m gehende Axe. Die Momentensumme der Kräfte, die den Stab bei m zu brechen streben, ist demnach $M = Px + \frac{p}{1} \frac{x^2}{2}$. Die Gleichung der Schwerpunktsfaser ist demnach vermöge (4):

$$-\frac{d^2 y}{d x^2} = \frac{1}{\varepsilon E z} \left(Px + \frac{p}{1} \frac{x^2}{2} \right)$$