Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1862

Relative oder Bruchfestigkeit

urn:nbn:de:bsz:31-270970

demnach:

$$E = \frac{\mu}{z} = \frac{\pi}{32} d^3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Für einen Ring, Fig. 11, Tafel II., dessen Durchmesser d und d_1 sind, ist:

$$z = \frac{d}{2}, \quad \mu = \frac{\pi}{64} d^4 - \frac{\pi}{64} d_1{}^4$$

demnach:

$$E = \frac{\mu}{z} = \frac{\pi}{32} \; \frac{d^4 - d_1{}^4}{d} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

In einem Querschnitt von der Form Fig. 12, Tafel II., ist:

$$z = \frac{1}{2} h \qquad \mu = \frac{1}{12} b h^3 - 2 \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{2} (b - b_1) h_1{}^3$$

demnach:

$$E = \frac{\mu}{z} = \frac{1}{6} \left[b h^3 - (b - b_1) h_1{}^3 \right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Relative oder Bruchfestigkeit.

Die grösste Spannung tritt bei a, Fig. 8, Tafel I., ein, die grösste Pressung bei d. Bezeichnen wir diese Maximalspannungen und Pressungen (auf die Einheit des Querschnittes bezogen) mit $\mathfrak{S}_m$ und $\mathfrak{P}_m$ und setzen $\overline{ia} = z$, $\overline{id} = z_1$, so ist:

$$\frac{\mathfrak{P}_m}{\mathfrak{S}_m} = \frac{z_1}{z} \quad . \quad . \quad , \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Nehmen wir an, dass die für die Biegung eines Stabes aufgefundenen Resultate nicht nur für schwache, sondern dass sie auch für beliebig starke und selbst bis zu derjenigen Biegung gelten, bei welcher entweder ein Reissen der Fasern bei a, oder ein Zerquetschen der Fasern bei d eintritt; dann bietet sich die Frage dar, ob das Reissen bei a, oder das Zerquetschen bei d eher eintritt. Nennen wir $\mathfrak{A}$ die absolute Festigkeit des Materials, $\mathfrak{R}$ seine rückwirkende Festigkeit, und vergleichen den Quotienten $\frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{R}}$ mit $\frac{\mathfrak{S}_m}{\mathfrak{P}_m} = \frac{z}{z_1}$, so ist leicht zu erkennen, dass bei zunehmender Biegung die Spannung $\mathfrak{S}_m$ die Grenze $\mathfrak{A}$ eher erreicht, als die Pressung $\mathfrak{P}_m$ die Grenze $\mathfrak{R}$, wenn $\frac{\mathfrak{S}_m}{\mathfrak{P}_m} > \frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{R}}$, dass dagegen die Quetschung zuerst eintritt, wenn $\frac{\mathfrak{S}_m}{\mathfrak{P}_m} < \frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{R}}$, dass endlich das Reissen bei a und das Quetschen bei d

gleichzeitig eintritt, wenn $\frac{\mathfrak{S}_m}{\mathfrak{P}_m} = \frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{R}}$. Es ist aber $\frac{\mathfrak{S}_m}{\mathfrak{P}_m} = \frac{z}{z_1}$ und demnach erhalten wir folgende Regel:

a) Bruch durch Riss, wenn . . . . $\frac{z}{z_1} > \frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{R}}$

b) Bruch durch Quetschung, wenn . . . . . $\frac{z}{z_1} < \frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{R}}$

c) Bruch durch Riss und Quetschung . . . $\frac{z}{z_1} = \frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{R}}$

Nun ist für Schmiedeeisen . . . $\frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{R}} = \frac{5}{4}$

„ Gusseisen . . . . $\frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{R}} = \frac{1}{5 \cdot 5}$

„ Holzarten . . . . $\frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{R}} = 2$

Der Bruch erfolgt demnach		bei Schmiedeeisen	bei Gusseisen	bei Holz
a) durch Riss bei a, wenn	$\frac{z}{z_1} >$	$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{5 \cdot 5}$	2
b) „ Quetschung bei d, wenn	$\frac{z}{z_1} <$	$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{5 \cdot 5}$	2
c) „ beides zugleich, wenn	$\frac{z}{z_1} =$	$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{5 \cdot 5}$	2

Ist die Querschnittsform des Körpers, dessen Festigkeit bestimmt werden soll, gegeben, so lässt sich das Tragungsvermögen, d. h. die Belastung, bei welcher der Bruch erfolgt, auf folgende Art bestimmen: Man bestimme zuerst den Schwerpunkt des Querschnittes, so ergeben sich zunächst die Werthe von z und z_1 und ergibt sich das Verhältniss $\frac{z}{z_1}$. Ist dies geschehen, so ersieht man aus der vorhergehenden Tabelle, ob der Bruch durch Riss, oder durch Quetschung, oder durch beides zugleich erfolgt.

Ist z. B. der Stab von Gusseisen und $\frac{z}{z_1} = 1$, so erfolgt der Bruch durch Riss, denn es ist in diesem Fall $\frac{z}{z_1} = 1 > \frac{1}{5 \cdot 5}$

Erfolgt der Bruch durch Riss, so ist das Tragungsvermögen:

$$P = \frac{\mathfrak{A}\, E}{l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Erfolgt der Bruch durch Quetschung, so ist das Tragungsvermögen:

$$P = \frac{z}{z_1} \frac{\mathfrak{N} E}{l} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

Allein es ist nicht zu übersehen, dass diese wie alle früher aufgefundenen Formeln nur dann richtig wären, wenn der Modulus der Elastizität einen unveränderlichen Werth hätte, was bei starken Biegungen nicht der Fall ist. Wegen dieser Ungenauigkeit der Gleichungen (2) und (3) ist es zweckmässiger, durch Biegungsversuche die Werthe von $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{N}$ direkt aufzusuchen.

Die Tabelle Seite 36 der Resultate für den Maschinenbau enthält in der mit $\mathfrak{B}$ überschriebenen Columne die Bruchcoeffizienten, wie sie durch Versuche gefunden wurden. Diese Coeffizienten gelten jedoch nur für Querschnitte, bei welchen $\frac{z}{z_1}$ gleich der Einheit ist, oder nicht weit davon abweicht. Für solche Querschnitte kann man also schreiben:

$$P = \frac{\mathfrak{B} E}{l} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

Günstige Querschnittsformen.

Durch die vorausgegangenen Erklärungen lernen wir kennen, unter welchen Umständen das Tragungsvermögen eines Balkens oder Stabes gross oder klein ausfällt. Zunächst ist klar, dass solche Querschnitte günstig sind, bei welchen der Bruch durch Riss und Quetschung gleichzeitig erfolgt. Für diese Querschnitte ist aber

$$\frac{z}{z_1} = \frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{N}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

Für Schmiedeeisen ist $\frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{N}}$ nahe gleich der Einheit, sind also diejenigen Querschnittsformen günstig, welche durch zwei auf einander senkrechte durch den Schwerpunkt gehende Linien in vier congruente Theile getheilt werden. Das Rechteck und die Kreisform sind also für Schmiedeeisen angemessen, weil sich diese Formen in diesem Materiale leicht herstellen lassen. Für Holz ist $\frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{N}} = 2$, sollte also $z = 2 z_1$ sein. Allein die zusammengesetzten Holzverbindungen abgerechnet, werden jederzeit runde Stämme oder viereckige Balken angewendet, ist also $\frac{z}{z_1} = 1$ und erfolgt der Bruch durch Quetschung.