Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1862

Berechnung der Werthe von E und z

urn:nbn:de:bsz:31-270970

Berechnung der Werthe von E und z. In den aufgefundenen Formeln erscheinen die nur von der Gestalt und Grösse des Querschnittes abhängigen Grössen z und E. z ist der Abstand n f, Fig. 8, Tafel I., eines Punktes f der oberen Faser, a b von der Schwerpunktfaser. z wird mithin bestimmt, indem man nach den gewöhnlichen Regeln den Schwerpunkt einer ebenen Figur sucht. Die Grösse E ist in die Rechnung eingeführt worden, indem wir gesetzt haben $E\,z = \int \zeta^2\, df$, d. h. indem wir das Trägheitsmoment des Stabquerschnittes in Bezug auf eine durch den Schwerpunkt des Querschnittes gehende horizontale Queraxe gleichgesetzt haben dem Produkt E z. Nun ist $E = \frac{\int \zeta^2\, df}{z}$, es wird demnach der einem bestimmten Querschnitt entsprechende Werth von E gefunden, wenn man das Trägheitsmoment des Querschnittes $\int \zeta^2\, df$ sucht und dasselbe durch z dividirt.

Die Werthe von E und z für verschiedene Querschnittsformen findet man auf Tafel V. der Resultate für den Maschinenbau zusammengestellt. Zur Erläuterung wollen wir solche Berechnungen in einigen speziellen Fällen vornehmen. Bezeichnen wir das Trägheitsmoment eines Querschnittes mit μ, so ist:

$$E = \frac{\mu}{z} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

für einen rechtwinkligen Querschnitt, Fig. 9, Tafel II., dessen Breite b und Höhe h ist, hat man

$$\mu = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} b\, d\zeta\, \zeta^2 = \frac{1}{12}\, b\, h^3 \text{ und } z = \frac{h}{2}$$

demnach:

$$E = \frac{\mu}{z} = \frac{1}{6}\, b\, h^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Für einen kreisförmigen Querschnitt, Fig. 10, Tafel II., dessen Durchmesser d ist, hat man:

$$z = \frac{d}{2}, \quad \mu = \int_{-\frac{d}{2}}^{+\frac{d}{2}} 2 \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - \zeta^2}\, d\zeta\, \zeta^2 = \frac{\pi}{64}\, d^4$$

demnach:

$$E = \frac{\mu}{z} = \frac{\pi}{32} d^3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Für einen Ring, Fig. 11, Tafel II., dessen Durchmesser d und d_1 sind, ist:

$$z = \frac{d}{2}, \quad \mu = \frac{\pi}{64} d^4 - \frac{\pi}{64} d_1^4$$

demnach:

$$E = \frac{\mu}{z} = \frac{\pi}{32} \; \frac{d^4 - d_1^4}{d} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

In einem Querschnitt von der Form Fig. 12, Tafel II., ist:

$$z = \frac{1}{2} h \qquad \mu = \frac{1}{12} b h^3 - 2 \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{2} (b - b_1) h_1^3$$

demnach:

$$E = \frac{\mu}{z} = \frac{1}{6} \left[b h^3 - (b - b_1) h_1^3 \right] \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

Relative oder Bruchfestigkeit.

Die grösste Spannung tritt bei a, Fig. 8, Tafel I., ein, die grösste Pressung bei d. Bezeichnen wir diese Maximalspannungen und Pressungen (auf die Einheit des Querschnittes bezogen) mit $\mathfrak{S}_m$ und $\mathfrak{P}_m$ und setzen $\overline{i\,a} = z$, $\overline{i\,d} = z_1$, so ist:

$$\frac{\mathfrak{P}_m}{\mathfrak{S}_m} = \frac{z_1}{z} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Nehmen wir an, dass die für die Biegung eines Stabes aufgefundenen Resultate nicht nur für schwache, sondern dass sie auch für beliebig starke und selbst bis zu derjenigen Biegung gelten, bei welcher entweder ein Reissen der Fasern bei a, oder ein Zerquetschen der Fasern bei d eintritt; dann bietet sich die Frage dar, ob das Reissen bei a, oder das Zerquetschen bei d eher eintritt. Nennen wir $\mathfrak{A}$ die absolute Festigkeit des Materials, $\mathfrak{R}$ seine rückwirkende Festigkeit, und vergleichen den Quotienten $\frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{R}}$ mit $\frac{\mathfrak{S}_m}{\mathfrak{P}_m} = \frac{z}{z_1}$, so ist leicht zu erkennen, dass bei zunehmender Biegung die Spannung $\mathfrak{S}_m$ die Grenze $\mathfrak{A}$ eher erreicht, als die Pressung $\mathfrak{P}_m$ die Grenze $\mathfrak{R}$, wenn $\frac{\mathfrak{S}_m}{\mathfrak{P}_m} > \frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{R}}$, dass dagegen die Quetschung zuerst eintritt, wenn $\frac{\mathfrak{S}_m}{\mathfrak{P}_m} < \frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{R}}$, dass endlich das Reissen bei a und das Quetschen bei d