Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1862

Empirische Regel über den Modulus der Elastizität

urn:nbn:de:bsz:31-270970

	Holz.	Schmiedeeisen.	Gusseisen.
Druckintensität an der Elastizitätsgrenze der Zusammendrückung	$O H_2$	$O S_2$	$O G_2$
Verhältnissmässige Zusammendrückung an dieser Grenze .	$H_2 h_2$	$S_2 s_2$	$G_2 g_2$

Empirische Formel für das Gesetz der Ausdehnung und Zusammendrückung eines Stabes.

Die in Figur 5 dargestellten Kurven, in welchen die Abscissen die Intensitäten der Spannungen und Pressungen, die Ordinaten die entsprechenden linearen Ausdehnungen und Zusammendrückungen bedeuten, lassen sich auf folgende Weise annähernd durch Gleichungen ausdrücken:

Zieht man zu irgend einem Punkt m der Kurve Fig. 6, Tafel I., welchem die Coordinaten $O p = x$ und $\overline{m p} = y$ entsprechen, eine Berührungslinie $t m n$, so bildet dieselbe mit $O x$ einen gewissen Winkel $\widehat{t n x} = \varphi$ und es ist

$$\tang \varphi = \frac{d y}{d x} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

In der Nähe von O ist der Modulus der Elastizität constant und wird ausgedrückt durch $\frac{x}{y}$ oder auch durch $\frac{d x}{d y}$. Der Modulus der Elastizität kann daher sowohl innerhalb als ausserhalb der Elastizitätsgrenze durch $\frac{d x}{d y} = \operatorname{Cotg} \varphi$ ausgedrückt werden und es handelt sich nur darum, eine Funktion von x zu finden, welche genau oder annähernd den Werth von $\frac{d x}{d y}$ darstellt.

Nennt man ε den constanten Modulus der Elastizität für ganz schwache Ausdehnungen und Zusammenpressungen, $\overline{O k} = a$ die Zugfestigkeit des Materials, $\overline{O h} = - a'$ die Druckfestigkeit desselben, so muss die für $\frac{d x}{d y}$ zu suchende Funktion von x die Eigenschaften haben, dass

$$\left.\begin{array}{lll} \text{für } x = o & & \frac{d x}{d y} = \varepsilon \\ \text{,, } x = + a & & \frac{d x}{d y} = o \\ \text{,, } x = - a_1 & & \frac{d x}{d y} = o \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

wird.

Dieser Bedingung wird entsprochen, wenn man setzt:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{\varepsilon}{a\,a_1}(a - x)\;(a_1 + x) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Integrirt man diese Differenzialgleichung und berücksichtigt, dass für $x = o$ auch $y = o$ werden soll, so findet man

$$y = \frac{1}{\varepsilon}\;\frac{a\,a_1}{a+a_1}\;\text{lognat}\left(\frac{a_1 + x}{a - x}\;\frac{a}{a_1}\right) \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

Dieser Ausdruck ist die Gleichung einer Kurve, welche mit der wahren Kurve für $x = o$, $x = a$, $x = -a_1$ übereinstimmt. Ob sie auch für Werthe von x die zwischen $+a$ und $-a_1$ liegen und von o verschieden sind, mit der wahren Kurve übereinstimmt, könnte nur durch Vergleichung mit Versuchsresultaten ermittelt werden.

Den Bedingungen (2) kann man auch entsprechen, wenn man statt (3) setzt:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{\varepsilon}{a^m\,a_{1n}}\;(a - x)^m\,(a_1 + x)^n \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

wobei m n beliebige Zahlen sind, die sich vielleicht so bestimmen lassen, dass der Ausdruck das wahre Gesetz des Elastizitätsmodulus darstellt.

Abscheerung.

Man denke sich durch einen stabförmigen Körper eine Querebene A gelegt und die zu beiden Seiten dieser Ebene befindlichen Theile B und C des Stabes durch Kräfte in der Weise angefasst, dass sie diese Theile nach Richtungen zu verschieben streben, welche zur Ebene A parallel, aber einander entgegengesetzt sind, so wird dadurch der Molekularzusammenhang des Körpers auf eine besondere Art einem Kraftangriff ausgesetzt, welchen man Abschiebungs- oder Abscheerungsangriff nennen kann. Wenn der Querschnitt des Stabes nicht sehr beträchtlich ist, kann man vermuthen, dass die zum Abscheeren eines Stabes erforderliche Kraft dem Querschnitt des Stabes proportional ist, und dies haben auch Versuche ziemlich genau bestätiget. Bei metallischen Körpern ist überdies die zum Abscheeren jedes Quadratcentimeters des Stabquerschnittes erforderliche Kraft (die Abscheerungs- oder Abschiebungsfestigkeit) nahezu der absoluten oder Zugfestigkeit des Materials proportional. Dieses Festigkeitsverhältniss kommt insbesondere bei Nietbolzen und Kettenbolzen in Betrachtung. Aber auch bei Biegungen wird man zur Annahme von Abschiebungskräften veranlasst.