

Badische Landesbibliothek Karlsruhe

Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe

Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1862

Ausdehnung stabförmiger Körper

[urn:nbn:de:bsz:31-270970](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-270970)

Überschreitet eine Deformirung ein gewisses Maass, so werden entweder alle oder einzelne Atome des Körpers so weit von der relativen Gegeneinanderlagerung, die im natürlichen Zustande des Körpers vorhanden ist, entfernt, dass eine Trennung der Atome eintritt. Man sagt dann, die Festigkeit des Materials sei überwunden.

Die Verhältnisse der Elastizität und der Festigkeit der Materialien können auf rationellem Wege untersucht werden, indem man von der atomistischen Anschauungsweise ausgeht und darauf die allgemeinen Prinzipien des Gleichgewichts der Kräfte anwendet, oder man kann einen halbrationalen Weg einschlagen, indem man von annähernd wahren Erfahrungsthatfachen ausgeht und darauf Schlüsse baut. Der erstere Weg ist in wissenschaftlicher Hinsicht von viel höherem Werth als der letztere; dieser ist aber viel leichter zu verfolgen, und führt zu leichter anwendbaren Resultaten, die, wenn man sie nicht missbraucht, sondern als Annäherungen betrachtet, die nur unter gewissen Voraussetzungen zulässig sind, recht gute Dienste leisten. Die Hauptthatsachen, auf welche sich die nachfolgende Theorie gründet, ergeben sich durch Ausdehnungs- und Verdichtungs-Versuche, so wie auch durch Verschiebungs-Versuche mit stabförmigen Körpern. Mit diesen Fundamentalversuchen haben wir es also zunächst zu thun.

Ausdehnung stabförmiger Körper.

Empirisches Gesetz. Nimmt man einen stabförmigen Körper, macht das eine Ende desselben fest, und lässt auf das andere Ende eine Kraft nach der Längenrichtung des Stabes einwirken, so entsteht in dem ganzen Stabe eine Ausdehnung, aber auch gleichzeitig nach der Quere des Stabes eine Zusammenziehung, die Ausdehnung ist jedoch viel auffallender als die Zusammenziehung, und letztere kann bei den meisten technischen Aufgaben ganz unberücksichtigt gelassen werden. Wir wollen daher unsere Aufmerksamkeit nur auf die Längenausdehnung richten. Um nun das Ausdehnungsgesetz kennen zu lernen, kann man zweierlei Wege einschlagen: Man kann unmittelbar an das Experimentiren gehen, und Stäbe von verschiedener Abmessung und aus verschiedenem Materiale durch schwächere und stärkere Kräfte wirklich ausdehnen, diese Ausdehnungen genau messen und dann nachsehen, ob sich die Zahlenresultate durch irgend einen mathematischen Ausdruck wiedergeben lassen. Dieser Weg ist nicht der rechte. Wenn man experimentirt bevor man studirt, macht man sich einen Wust von Arbeit, der sich oft nicht bewältigen lässt.

Zweckmässiger ist es, von einer wahrscheinlichen, das Gefühl befriedigenden Annahme auszugehen, und diese durch zahlreiche Versuche zu prüfen. Bestätiget sie sich, so ist man am Ziele; bestätigt sie sich nicht, so kann man dann vielleicht durch eine geringe Modifikation der Annahme seinen Zweck erreichen. „Naturgesetze“ wird man auf diesem Wege (dem inductiven) selten finden, dagegen aber hält es nicht schwer, auf diese Weise Regeln aufzustellen, die für die Verfolgung praktischer Zwecke hinreichend genau sind. Wir wollen also auch in Betreff der Ausdehnung der Stäbe eine Annahme machen, und sie sodann durch Versuche prüfen.

Wenn man sich den Vorgang einer Stabausdehnung lebhaft vorstellt, so wird man es als wahrscheinlich finden, dass die Verlängerung e , die in einem Stab, dessen Länge l und Querschnitt a ist, durch eine ausdehnend wirkende Kraft P entsteht, der ausdehnenden Kraft P und Länge l direkt, dem Querschnitt des Stabes dagegen verkehrt proportional sein dürfte, dass aber auch diese Ausdehnung von der Natur des Materials abhängen werde. Wir stellen daher die Hypothese auf:

$$e = \frac{P l}{a \varepsilon} \dots \dots \dots (1)$$

in welcher ε ein Coefficient ist, welcher die Ausdehnbarkeit des Materials zu charakterisiren bestimmt ist. Wir nennen denselben den Modulus der Elastizität des Materials, aus welchem der Stab besteht. Unter der Voraussetzung, dass der Ausdruck (1) eine absolute Wahrheit, also ein wirkliches Naturgesetz ausdrückt, würde die Bedeutung des Elastizitätsmodulus ε leicht zu erklären sein. Wenn nämlich (1) absolut richtig ist, so gilt es auch noch, wenn wir $e = l$, $a = 1$ setzen; dann wird $\varepsilon = P$, d. h. ε drückt diejenige Kraft aus, durch welche ein Stab von 1 Quadratcentimeter Querschnitt um so viel ausgedehnt wird, als seine Länge vor der Ausdehnung beträgt.

Wenn der Ausdruck (1) eine Wahrheit ist, so muss man bei Ausdehnungsversuchen mit Stäben, die aus dem gleichen Material bestehen, für ε immer den gleichen Werth finden, wie auch die Grössen $e P l a$ modifizirt werden mögen. Diese Prüfung ist hundert- und tausendfältig gemacht worden, und es hat sich dabei gezeigt, dass zwar (1) kein absolut richtiges Gesetz ausdrückt, dass es jedoch als eine Annäherungsregel angesehen werden kann, so lange die Ausdehnungen eine gewisse, allerdings nicht streng be-

stimmbare Grenze nicht überschreiten. Man findet nämlich in der That bei schwächeren Ausdehnungen für ϵ immer den gleichen Werth, wenn das Material nicht geändert wird. Die Regel (1) hört auf mit den Versuchsergebnissen zu stimmen, wenn die Ausdehnungskraft ungefähr gleich wird dem dritten Theil der Kraft, welche das Abreißen des Stabes bewirkt. Ueber diese Grenze hinaus nimmt der Werth von ϵ allmählich nach einem noch nicht empirisch bestimmten Gesetz ab. Da uns für technische Zwecke doch nur schwache Ausdehnungen interessiren, so werden wir von nun an die durch (1) ausgedrückte Regel als eine Basis für unsere folgenden Untersuchungen gelten lassen.

Es ist klar, dass nicht nur jeder Materialgattung, sondern dass jedem individuellen Körper ein besonderer Elastizitätsmodulus entspricht. Die genauen, von Wertheim angestellten Versuche haben auch nachgewiesen, dass der Elastizitätsmodulus, selbst bei der ganz gleichen Substanz, nicht nur mit dem Ausdehnungsgrade derselben, sondern auch mit ihrer Temperatur und überhaupt mit dem in ihrem Innern herrschenden physikalischen Zustand abhängt. Indessen auf alle diese Feinheiten braucht man sich bei den derben Fragen der technischen Praxis nicht zu kümmern, wohl aber muss hervorgehoben werden, dass wenn es sich um grössere wichtigere technische Konstruktionen handelt, welche von der Ausdehnbarkeit des Konstruktionsmaterials abhängen, es sehr rathsam ist, durch besondere Versuche den Elastizitätsmodulus des Materials, mit welchem diese Konstruktionen realisiert werden sollen, zu bestimmen. Für die meisten Konstruktionen, die im Maschinenbau vorkommen, ist es jedoch genügend, den Rechnungen die mittleren Werthe, welche einem bestimmten Material entsprechen, zu Grunde zu legen. Diese mittleren Werthe sind in der Seite 36 der Resultate befindlichen Tafel in der mit ϵ überschriebenen Rubrik zusammengestellt. Bei Schmiedeeisen variirt der Modulus von 1,500,000 bis 2,500,000, bei Stahl von 2,000,000 bis 2,400,000. Bedenkt man alle die mannigfaltigen mechanischen, physikalischen und chemischen Prozesse, die mit dem Eisen und Stahl durchgeführt werden, bis sie als Konstruktionsmaterial gebraucht werden, so hat man Ursache sich zu wundern, dass die Abweichungen nicht grösser sind.

Wie schwierig es ist, auf experimentalem Wege über die Natur des Molekularbaues der Körper zu einer gründlichen Einsicht zu kommen, zeigt die Verschiedenheit der Ansichten, zu welchen verschiedene, gleich achtenswerthe Beobachter über die sogenannte Elastizitätsgrenze gekommen sind.

Manche Beobachter haben aus ihren Versuchen zu finden geglaubt, dass wenn die, einen Stab ausdehnende Kraft eine gewisse Grenze nicht überschreitet, der Stab nach Beseitigung der Kraft ganz genau in seine ursprüngliche Lage zurückkehrt, und überhaupt in seinem Innern keine Aenderung erleidet. Diese Grenze hat man die Elastizitätsgrenze genannt. Die genauesten und zahlreichen Untersuchungen, welche in dieser Hinsicht Wertheim angestellt hat, haben jedoch zu der Meinung geführt, dass es eine solche Elastizitätsgrenze nicht gebe, und dass ein Stab, wenn er auch nur wenig ausgedehnt wird, nicht mehr ganz genau in seine ursprüngliche Lage zurückkehrt, wenn man die ausdehnende Kraft beseitigt. Indessen, wenn es auch in rein wissenschaftlicher Hinsicht eine wahre Elastizitätsgrenze nicht gibt, so kann man doch in praktischer Hinsicht von einer solchen sprechen, denn es stimmen die Resultate aller Beobachter darin überein, dass die bleibenden Verlängerungen erst dann merklich werden, wenn die ausdehnende Kraft bei Eisenarten ungefähr die Hälfte, bei Hölzern ungefähr den vierten Theil von demjenigen Werth erreicht, bei welchem das Abreissen erfolgt, dass also wirklich die Konstruktionsmaterialien keine wesentliche Aenderung in der inneren Molekulargruppirung erleiden, wenn sie innerhalb dieser praktischen Elastizitätsgrenze deformirt werden.

Für manche praktische Konstruktionen ist es auch von Wichtigkeit zu wissen, ob die Dauer der Einwirkung einer dehnenden Kraft von Einfluss ist auf die Grösse der Ausdehnung. Nach den zur Entscheidung dieser Frage angestellten Versuchen muss man sie bejahend beantworten. Die Ausdehnung nimmt in der That mit der Dauer der Krafteinwirkung zu, jedoch nur sehr langsam und, wie es scheint, nicht einfach proportional mit der Zeit, sondern in der Art, dass sie sich allmählich einer bestimmten Grenze nähert.

Das Stabausdehnungsgesetz (1) kann noch in einer andern Form ausgesprochen werden. Es ist $\frac{P}{a}$ die Kraft, welche jeden Quadratcentimeter des Stabes spannt. Diese wollen wir die Spannungsintensität nennen und mit J bezeichnen. Der Quotient $\frac{e}{l}$ aus der Ausdehnung und der ursprünglichen Länge drückt die Ausdehnung aus, die jeder Centimeter der Stablänge erlitten hat; wir wollen diesen Quotienten die verhältnissmässige Ausdehnung nennen und mit i bezeichnen. Unter dieser Voraussetzung können wir statt (1) schreiben:

$$\left. \begin{array}{l} i = \frac{J}{e} \\ J = e i \end{array} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

Man findet also die verhältnissmässige Ausdehnung, wenn man die Spannungsintensität durch den Modulus der Elastizität dividirt. Man findet ferner die Spannungsintensität, wenn man die verhältnissmässige Ausdehnung mit dem Modulus der Elastizität multipliziert, und diese beiden Regeln sind richtig, wie gross oder wie klein der Querschnitt des Stabes ist, und wie lang oder wie kurz er auch sein mag.

Diese Regeln leisten uns vortreffliche Dienste bei Untersuchungen, bei welchen die verhältnissmässigen Ausdehnungen an verschiedenen Stellen eines Körpers verschieden sind. Die der Elastizitätsgrenze entsprechende verhältnissmässige Ausdehnung beträgt für Schmiedeeisen $\frac{1}{1250}$, für Gusseisen $\frac{1}{1562}$, für Hölzer $\frac{1}{500}$

Absolute oder Bugfestigkeit der Stäbe.

Die Intensität der Cohäsionskraft kann bestimmt gemessen werden, indem man die Kraft angibt, welche erforderlich ist, um einen Stab von einem Quadratcentimeter Querschnitt abzureissen. Diese Kraft nennt man auch das Maass der absoluten Festigkeit eines Materials. Es gründet sich auf die Erfahrung, dass die zum Abreissen eines Stabes erforderliche Kraft unabhängig ist von der Länge des Stabes und von der Form des Querschnitts, dagegen der Grösse des Querschnittes proportional ist.

Nennt man \mathfrak{A} die absolute Festigkeit des Materials (oder die dem Abreissen entsprechende Spannungsintensität), K die Kraft, welche erforderlich ist, einen Stab, dessen Querschnitt a Quadratcentimeter beträgt, abzureissen, so hat man:

$$K = \mathfrak{A} a \dots \dots \dots (1)$$

Es ist selbstverständlich, dass dieses \mathfrak{A} für jeden individuellen Körper einen besonderen Werth hat. Die mit K überschriebene Columnne der Tafel, Seite 36 der Resultate, enthält den mittleren Werth für verschiedene Materialien. Handelt es sich um ausgedehnte Konstruktionen von Eisen, die grössere Materialmassen erfordern, so wird man oftmals gut thun, mit dem zu verwendenden Material genaue Versuche über seine absolute Festigkeit anzustellen, um den individuellen Werth der Festigkeit zu erhalten; für die meisten Konstruktionen im Maschinenbau genügt die Kenntniss der mittleren Werthe. Die im Allgemeinen sehr grosse absolute Festigkeit der Metalle richtet sich auch nach den mechanischen und chemischen Prozessen, die bei ihrer Bereitung angewendet wurden. Möglichste Befreiung aller fremdartigen und insbesondere der schlackigen Bei-