Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1863

Das Schwungrad mit Berücksichtigung der endlichen Länge der Schubstange und der hin- und hergehenden Massen

urn:nbn:de:bsz:31-270981

Nun kann man auch hier setzen:

$$\left.\begin{aligned} Q\,\frac{2\,\varrho\,\pi\,n}{60} &= 75\,N \\ \mu &= \frac{G}{2\,g}\,R^2 \\ W^2 - w^2 &= \frac{2\,\mathfrak{G}^2}{i} \\ R\,\mathfrak{G} &= C \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

(R Halbmesser des Schwungrades, n Umdrehungen der Kurbelwelle in einer Minute, G Gewicht des Schwungringes, $\mathfrak{G}$ mittlere Winkelgeschwindigkeit des Schwungrades, C mittlere Geschwindigkeit des Schwungringes). Und dann findet man:

$$G = 30 \times 75 \times g\,\frac{i\,N}{n\,C^2} \times$$

$$\left\{\frac{\left(1 - \frac{OL}{ol}\,\frac{\alpha+\beta r}{\alpha+\beta p}\right)\frac{x_2 - x_1}{l} + \text{lognat}\,\frac{1 + \frac{x_2}{l}\left(\frac{OL}{ol} - 1\right)}{1 + \frac{x_1}{l}\left(\frac{OL}{ol} - 1\right)}}{1 - \frac{OL}{ol}\,\frac{\alpha+\beta r}{\alpha+\beta p} + \text{lognat}\,\frac{OL}{ol}} - \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\pi}\right\} \quad (12)$$

wodurch nun abermals das Gewicht des Schwungrades bestimmt ist.

Das Schwungrad mit Berücksichtigung der endlichen Länge der Schubstange und der hin- und hergehenden Massen. Wir wollen auch noch die Theorie des Schwungrades mit Berücksichtigung der endlichen Länge der Schubstange und der hin- und hergehenden Massen behandeln, wollen jedoch eine nicht expandirende Maschine mit einem Cylinder voraussetzen.

Es sei, Tafel XXVIII., Fig. 9, ϱ der Halbmesser der Kurbel, $\lambda = AB$ die Länge der Schubstange, φ und ψ die Winkel, welche in irgend einem Zeitmoment die Kurbel und die Schubstange mit der Bewegungsrichtung des Kolbens bilden, $AC = x$ die Entfernung des Gleitstückes A von der Kurbelaxe C. Dies vorausgesetzt, ist zunächst:

$$\left.\begin{aligned} \varrho \sin\varphi &= \lambda \sin\psi \\ x &= \varrho\cos\varphi + \lambda\cos\psi \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Hieraus folgt:

$$\left.\begin{aligned}
\sin\psi &= \frac{\varrho}{\lambda}\sin\varphi \\
\cos\psi &= \sqrt{1-\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)^2\sin^2\varphi} \\
x &= \varrho\cos\varphi + \lambda\sqrt{1-\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)^2\sin^2\varphi}
\end{aligned}\right\} \quad \cdots \quad (2)$$

Da $\frac{\varrho}{\lambda}$ in der Regel nicht mehr als $\frac{1}{6}$ beträgt, so begehen wir keinen merklichen Fehler, wenn wir setzen:

$$\sqrt{1-\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)^2\sin^2\varphi} = 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)^2\sin^2\varphi$$

Dann wird:

$$\left.\begin{aligned}
\sin\psi &= \frac{\varrho}{\lambda}\sin\varphi \\
\cos\psi &= \left[1-\frac{1}{2}\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)^2\sin^2\varphi\right] \\
x &= \varrho\cos\varphi + \lambda\left[1-\frac{1}{2}\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)^2\sin^2\varphi\right]
\end{aligned}\right\} \quad \cdots \quad (3)$$

Nennen wir:

$\left.\begin{aligned} Cp &= \xi \\ mp &= \upsilon \end{aligned}\right\}$ die Coordinaten eines beliebigen Punktes m der Axe der Schubstange. $A\,m = \sigma$, so ist:

$$\xi = x - \sigma\cos\psi$$

$$\upsilon = \sigma\sin\psi$$

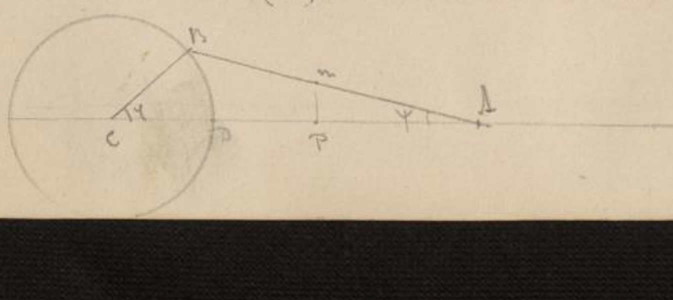
oder wegen (3):

$$\left.\begin{aligned}
\xi &= \varrho\cos\varphi + (\lambda-\sigma)\left[1-\frac{1}{2}\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)^2\sin^2\varphi\right] \\
\upsilon &= \sigma\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)\sin\varphi
\end{aligned}\right\} \quad \cdots \quad (4)$$

Durch Differenziation dieser Ausdrücke folgt:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{d\xi}{d\varphi} &= -\varrho\sin\varphi - (\lambda-\sigma)\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)^2\sin\varphi\cos\varphi \\
\frac{d\upsilon}{d\varphi} &= \sigma\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)\cos\varphi
\end{aligned}\right\} \quad \cdots \quad (5)$$

Vernachlässiget man die Glieder, welche vierte und höhere Potenzen von $\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)$ enthalten, so folgt aus (5):



$$\frac{d\xi^2 + d\upsilon^2}{d\varphi^2} = \varrho^2 \sin^2\varphi \left[1 + 2\left(1 - \frac{\sigma}{\lambda}\right)\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)\cos\varphi + \left(\frac{\sigma}{\lambda}\right)^2\left(\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}\right)^2\right] \quad (6)$$

Nun ist $\frac{d\varphi}{dt} = \omega$ die Winkelgeschwindigkeit der Kurbel. Setzt man überdies $\frac{d^2\xi + d^2\upsilon}{dt^2} = u^2$, so bedeutet u die Geschwindigkeit des Punktes m der Schubstange. Man erhält demnach aus (6):

$$u^2 = \varrho^2 \sin^2\varphi \left[1 + 2\left(1 - \frac{\sigma}{\lambda}\right)\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)\cos\varphi + \left(\frac{\sigma}{\lambda}\right)^2\left(\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}\right)^2\right]\omega^2 \quad (7)$$

Betrachtet man die Schubstange als eine gerade Linie, längs welcher eine Masse gleichförmig vertheilt ist und nennt m die auf die Längeneinheit vorhandene Masse, so ist

$$\int_0^\lambda m\, d\sigma\, u^2$$

die lebendige Kraft der Masse der Schubstange und man findet:

$$\int_0^\lambda m\, u^2\, d\sigma$$

$$= m \int_0^\lambda \varrho^2 \omega^2 \sin^2\varphi \left[1 + 2\left(1 - \frac{\sigma}{\lambda}\right)\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)\cos\varphi + \left(\frac{\sigma}{\lambda}\right)^2\left(\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}\right)^2\right] d\sigma$$

oder

$$\int_0^\lambda m\, u^2\, d\sigma$$

$$= m\, \varrho^2 \omega^2 \sin^2\varphi \left[\lambda \left(1 + 2\frac{\varrho}{\lambda}\right)\cos\varphi - \frac{2}{\lambda}\frac{\varrho}{\lambda}\cos\varphi\frac{\lambda^2}{2} + \frac{1}{3}\lambda\left(\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}\right)^2\right]$$

$$\int_0^\lambda m\, u^2\, d\sigma = m\,\lambda\,\varrho^2 \omega^2 \sin^2\varphi \left[1 + \frac{\varrho}{\lambda}\cos\varphi + \frac{1}{3}\left(\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}\right)^2\right] \quad . \quad (8)$$

oder wenn wir $m\lambda = m_1$ setzen, so dass m_1 die Masse der Schubstange bedeutet:

$$\int_0^\lambda m\, u^2\, d\sigma = m_1\, \varrho^2 \omega^2 \sin^2\varphi \left[1 + \frac{\varrho}{\lambda}\cos\varphi + \frac{1}{3}\left(\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}\right)^2\right] \quad . \quad (9)$$

Nennt man m_2 die Massen der Kolbenstange des Kreuzkopfes und des Kolbens, so ist die lebendige Kraft dieser drei Massen:

$$m_2\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = m_2\, \varrho^2 \omega^2 \sin^2\varphi \left(1 + 2\frac{\varrho}{\lambda}\cos\varphi\right) \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Die Aenderung der lebendigen Kraft des Schwnngrades ist, während die Kurbel den Winkel φ zurücklegt,

$$\mu\left(\omega^2-\omega_0^2\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Der Weg, den der Kolben zurücklegt, während der Winkel φ beschrieben wird, ist wegen (3):

$$\varrho\left(1-\cos\varphi\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)^2\sin^2\varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Der Weg, welchen der nützliche auf den Kurbelkreis reduzirte Widerstand zurücklegt, ist $\varrho\,\varphi$.

Nach dem Grundsatz der Thätigkeit ist nun die Gleichung der Bewegung:

$$\left.\begin{array}{l} P\left[\varrho(1-\cos\varphi)+\frac{\lambda}{2}\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)^2\sin^2\varphi\right]-Q\,\varrho\,\varphi=\mu\left(\omega^2-\omega_0^2\right) \\ \qquad +m_1\,\varrho^2\,\omega^2\,\sin^2\varphi\left[1+\frac{\varrho}{\lambda}\cos\varphi+\frac{1}{3}\left(\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}\right)^2\right] \\ \qquad +m_2\,\varrho^2\,\omega^2\,\sin^2\varphi\left[1+2\,\frac{\varrho}{\lambda}\cos\varphi\right] \\ \qquad -m_1\,\varrho^2\,\omega_0^2\,\frac{1}{3} \end{array}\right\} \quad . \quad (13)$$

Im Beharrungszustand der Bewegung muss für $\varphi=\pi$, $\omega=\omega_0$ werden. Daher findet man aus (13):

$$P=\frac{\pi}{2}\,Q$$

Führt man diesen Werth von P in (13) ein und sucht ω, so findet man:

$$\omega^2=\frac{Q\varrho\frac{\pi}{2}\left[1-\cos\varphi+\frac{1}{2}\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)\sin^2\varphi-\frac{2\varphi}{\pi}\right]+\mu\,\omega_0^2+\frac{1}{3}\,m_1\,\varrho^2\,\omega_0^2}{\mu+m_1\,\varrho^2\sin^2\varphi\left[1+\frac{\varrho}{\lambda}\cos\varphi+\frac{1}{3}\left(\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}\right)^2\right]+m_2\,\varrho^2\sin^2\varphi\left(1+2\,\frac{\varrho}{\lambda}\cos\varphi\right)}$$

oder

$$\omega^2=\omega_0^2\,\frac{1+\frac{1}{3}\,\frac{m_1}{\mu}\,\varrho^2+\frac{Q\varrho\frac{\pi}{2}}{\mu\,\omega_0^2}\left[1-\cos\varphi+\frac{1}{2}\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)\sin^2\varphi-\frac{2\varphi}{\pi}\right]}{\left\{\begin{array}{l}1+\frac{m_1\,\varrho^2}{\mu}\sin^2\varphi\left[1+\frac{\varrho}{\lambda}\cos\varphi+\frac{1}{3}\left(\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}\right)^2\right] \\ \qquad +\frac{m_2\,\varrho^2}{\mu}\sin^2\varphi\left(1+2\,\frac{\varrho}{\lambda}\cos\varphi\right)\end{array}\right\}} \quad (14)$$

Da in allen Fällen der Anwendung die Winkelgeschwindigkeit nur wenig veränderlich ist, so begeht man keinen merklichen Fehler, wenn man die mit μ dividirten Glieder des Zählers und Nenners als sehr kleine Grössen betrachtet und sich erlaubt, die Ausdrücke nach dem Binomialsatz zu entwickeln, dabei alle Produkte der sehr kleinen Glieder vernachlässiget. Dann findet man:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\omega}{\omega_0} = 1 + \frac{1}{2}\,\frac{Q\varrho\frac{\pi}{2}}{\mu\,\omega_0^2}\left[1-\cos\varphi+\frac{1}{2}\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)\sin^2\varphi-\frac{2\varphi}{\pi}\right] \\ +\frac{m_1\,\varrho^2}{\mu}\left\{\frac{1}{6}-\frac{1}{2}\sin^2\varphi\left[1+\frac{\varrho}{\lambda}\cos\varphi+\frac{1}{3}\left(\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}\right)^2\right]\right\} \\ -\frac{1}{2}\,\frac{m_2\,\varrho^2}{\mu}\sin^2\varphi\left(1+2\,\frac{\varrho}{\lambda}\cos\varphi\right) \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

Diese Gleichung gibt die Winkelgeschwindigkeit ω für jeden Werth von φ.

Für die innerhalb o und π vorkommenden kleinsten und grössten Winkelgeschwindigkeiten ist $\frac{d\,\omega}{d\,\varphi}=o$. Man erhält daher durch Differenziation von (15) zur Bestimmung der Winkel, welche dem Maximum und Minimum entsprechen, folgende Gleichung:

$$\begin{aligned} \frac{d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}{d\,\varphi} = o = \frac{\pi}{4}\,\frac{Q\,\varrho}{\mu\,\omega_0^2}\left[\sin\varphi+\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)\sin\varphi\,\cos\varphi-\frac{2}{\pi}\right] \\ -\frac{m_1\,\varrho^2}{\mu}\left[\frac{1}{3}\sin 2\varphi-\frac{1}{8}\,\frac{\varrho}{\lambda}\,(\sin\varphi-3\,\sin 3\,\varphi)\right] \\ -\frac{1}{2}\,\frac{m_2\,\varrho^2}{\mu}\left[\sin 2\varphi-\frac{1}{2}\,\frac{\varrho}{\lambda}\,(\sin\varphi-3\,\sin 3\,\varphi\right] \end{aligned}$$

Hieraus folgt:

$$\left.\begin{aligned} \sin\varphi = \frac{2}{\pi}-\frac{1}{2}\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)\sin 2\varphi \\ +2\,\frac{\omega_0^2\,\varrho^2}{Q\,\varrho\,\pi}\left[\sin 2\,\varphi\left(\frac{2}{3}\,m_1+m_2\right)-\frac{1}{4}\,\frac{\varrho}{\lambda}\,(m_1+2\,m_2)\,(\sin\varphi-3\sin 3\,\varphi)\right] \end{aligned}\right\} (16)$$

Die beiden zwischen 0 und 180^o liegenden Wurzeln dieser Gleichung, welche α und β genannt werden mögen, bestimmen die Positionen der Kurbel, welche dem Minimum w und dem Maximum W der Winkelgeschwindigkeit entsprechen.

Die Gleichung (15) gibt, wenn man zuerst α und w und dann β und W statt φ und ω setzt:

$$\frac{w}{\omega_0} = 1 + \frac{1}{4}\frac{Q\,\varrho\,\pi}{\mu\,\omega_0^2}\left[1 - \cos\alpha + \frac{1}{2}\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)\sin^2\alpha - \frac{2\,\alpha}{\pi}\right]$$
$$+ \frac{m_1\,\varrho^2}{\mu}\left[\frac{1}{6} - \frac{1}{2}\sin^2\alpha\left(1 + \frac{\varrho}{\lambda}\cos\alpha + \frac{1}{3}\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}\right)\right]$$
$$- \frac{1}{2}\frac{m_2\,\varrho^2}{\mu}\sin^2\alpha\left(1 + 2\frac{\varrho}{\lambda}\cos\alpha\right)$$

$$\frac{W}{\omega_0} = 1 + \frac{1}{4}\frac{Q\,\varrho\,\pi}{\mu\,\omega_0^2}\left[1 - \cos\beta + \frac{1}{2}\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)\sin^2\beta - \frac{2\,\beta}{\pi}\right]$$
$$+ \frac{m_1\,\varrho^2}{\mu}\left[\frac{1}{6} - \frac{1}{2}\sin^2\beta\left(1 + \frac{\varrho}{\lambda}\cos\beta + \frac{1}{3}\frac{\cos^2\beta}{\sin^2\beta}\right)\right]$$
$$- \frac{1}{2}\frac{m_2\,\varrho^2}{\mu}\sin^2\beta\left(1 + 2\frac{\varrho}{\lambda}\cos\beta\right)$$

Die Differenz dieser Gleichungen ist:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{W-w}{\omega_0} = \frac{1}{4}\frac{Q\,\varrho\,\pi}{\mu\,\omega_0^2}&\left[\cos\alpha - \cos\beta - \frac{2}{\pi}(\beta-\alpha) + \frac{1}{2}\frac{\varrho}{\lambda}(\sin^2\beta - \sin^2\alpha)\right)\\
-\frac{m_1\,\varrho^2}{2\,\mu}&\left[\sin^2\beta - \sin^2\alpha + \frac{\varrho}{\lambda}(\sin^2\beta\cos\beta - \sin^2\alpha\cos\alpha)\right.\\
&\qquad\left. + \frac{1}{3}(\cos^2\beta - \cos^2\alpha)\right]\\
-\frac{m_2\,\varrho^2}{2\,\mu}&\left[\sin^2\beta - \sin^2\alpha + 2\frac{\varrho}{\lambda}(\sin^2\beta\cos\beta - \sin^2\alpha\cos\alpha)\right]
\end{aligned}\right\}(17)$$

In den bisher aufgestellten Gleichungen erscheint ω_0, welche Winkelgeschwindigkeit nicht bekannt ist, wohl aber durch die bekannte mittlere Winkelgeschwindigkeit $\mathfrak{G}$ berechnet werden kann. Es ist:

$$\mathfrak{G} = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \omega\,d\varphi$$

oder wenn man für ω seinen Werth aus (15) einführt:

$$\mathfrak{G} = \frac{\omega_0}{\pi}\int_0^\pi \left\{\begin{aligned}
&1 + \frac{1}{4}\frac{Q\,\varrho\,\pi}{\mu\,\omega_0^2}\left[1 - \cos\varphi + \frac{1}{2}\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)\sin^2\varphi - \frac{2\,\varphi}{\pi}\right]\\
&+ \frac{m_1\,\varrho^2}{\mu}\left\{\frac{1}{6} - \frac{1}{2}\sin^2\varphi\left[1 + \frac{\varrho}{\lambda}\cos\varphi + \frac{1}{3}\left(\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}\right)^2\right]\right\}\\
&- \frac{1}{2}\frac{m_2\,\varrho^2}{\mu}\sin^2\varphi\left(1 + 2\frac{\varrho}{\lambda}\cos\varphi\right)
\end{aligned}\right\} d\varphi$$

Nun ist:

$$\int_0^\pi \cos\varphi\, d\varphi = 0 \qquad \int_0^\pi \sin^2\varphi\, d\varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$\int_0^\pi \sin^2\varphi \cos\varphi\, d\varphi = 0 \qquad \int_0^\pi \cos^2\varphi\, d\varphi = \frac{\pi}{2}$$

Daher findet man:

$$\mathfrak{C} = \frac{\omega_0}{\pi} \left\{ \begin{array}{l} \pi + \frac{1}{4} \frac{Q\varrho\pi}{\mu\,\omega_0^2}\left(\pi + \frac{1}{2}\frac{\varrho}{\lambda}\frac{\pi}{2} - \pi\right) \\ \quad + \frac{m_1 \varrho^2}{\mu}\left(\frac{\pi}{6} - \frac{1}{2}\frac{\pi}{2} - \frac{1}{6}\frac{\pi}{2}\right) \\ \quad - \frac{1}{2}\frac{m_2\varrho^2}{\mu}\left(\frac{\pi}{2}\right) \end{array} \right\} \quad \ldots \quad (18)$$

oder

$$\mathfrak{C} = \omega_0 \left(1 + \frac{1}{16}\frac{Q\varrho\pi}{\mu\,\omega_0^2}\frac{\varrho}{\lambda} - \frac{1}{6}\frac{m_1\varrho^2}{\mu} - \frac{1}{4}\frac{m_2\varrho^2}{\mu}\right) \quad \ldots \quad (19)$$

Hieraus folgt:

$$\frac{1}{\omega_0} = \frac{8\mu\mathfrak{C}}{Q\varrho\pi}\frac{\lambda}{\varrho}\left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{Q\varrho\pi}{4\mathfrak{C}^2\mu}\frac{\varrho}{\lambda}\left(1 - \frac{1}{6}\frac{m_1\varrho^2}{\mu} - \frac{1}{4}\frac{m_2\varrho^2}{\mu}\right)}\right] \quad (20)$$

Nun ist $\frac{Q\varrho\pi}{4\mathfrak{C}^2\mu}\frac{\varrho}{\mu}$ eine kleine Grösse und $1 - \frac{1}{6}\frac{m_1\varrho^2}{\mu} - \frac{1}{4}\frac{m_2\varrho^2}{\mu}$ ist nur wenig von der Einheit verschieden. Man begeht also keinen merklichen Fehler, wenn man obige Wurzel nach der Binomialreihe entwickelt und nur die zwei ersten Glieder beibehält. Dann aber findet man, weil nur das untere der Zeichen $\pm$ dem Sinne der Aufgabe entsprechen kann,

$$\frac{1}{\omega_0} = \frac{8\mu\mathfrak{C}}{Q\varrho\pi}\frac{\lambda}{\varrho}\left\{1 - \left[1 - \frac{1}{2}\frac{Q\varrho\pi}{4\mathfrak{C}^2\mu}\frac{\varrho}{\lambda}\left(1 - \frac{1}{6}\frac{m_1\varrho^2}{\mu} - \frac{1}{4}\frac{m_2\varrho^2}{\mu}\right)\right]\right\}$$

oder

$$\frac{1}{\omega_0} = \frac{1}{\mathfrak{C}}\left(1 - \frac{1}{6}\frac{m_1\varrho^2}{\mu} - \frac{1}{4}\frac{m_2\varrho^2}{\mu}\right) \quad \ldots \quad (21)$$

Hieraus folgt auch annähernd:

$$\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{1}{\mathfrak{C}^2}\left(1 - \frac{1}{3}\frac{m_1\varrho^2}{\mu} - \frac{1}{2}\frac{m_2\varrho^2}{\mu}\right) \quad \ldots \quad (22)$$

Setzen wir zur Abkürzung

$$\left.\begin{array}{l}
\cos\alpha - \cos\beta - \frac{2}{\pi}(\beta-\alpha) + \frac{1}{2}\frac{\varrho}{\lambda}(\sin^2\beta - \sin^2\alpha) = \mathfrak{A} \\[2ex]
\sin^2\beta - \sin^2\alpha + \frac{\varrho}{\lambda}(\sin^2\beta\cos\beta - \sin^2\alpha\cos\alpha) + \frac{1}{3}(\cos^3\beta - \cos^3\alpha) = \mathfrak{B} \\[2ex]
\sin^3\beta - \sin^3\alpha + 2\frac{\varrho}{\lambda}(\sin^2\beta\cos\beta - \sin^2\alpha\cos\alpha) = \mathfrak{D}
\end{array}\right\} \quad (23)$$

so wird die Gleichung (17), wenn man die Werthe von $\frac{1}{\omega_0}$ und von $\frac{1}{\omega_0^2}$ der Ausdrücke (21) und (22) berücksichtiget:

$$\left.\begin{array}{l}
(W - w)\frac{1}{\mathfrak{G}}\left(1 - \frac{1}{6}\frac{m_1\varrho^2}{\mu} - \frac{1}{4}\frac{m_2\varrho^2}{\mu}\right) \\[2ex]
= \frac{1}{4}\frac{Q\varrho\pi}{\mu\mathfrak{G}^2}\left(1 - \frac{1}{3}\frac{m_1\varrho^2}{\mu} - \frac{1}{2}\frac{m_2\varrho^2}{\mu}\right)\mathfrak{A} \\[2ex]
- \frac{m_1\varrho^2}{2\mu}\mathfrak{B} \\[2ex]
- \frac{m_2\varrho^2}{2\mu}\mathfrak{D}
\end{array}\right\} \quad \ldots \quad (24)$$

Vernachlässiget man die Glieder, welche μ^2 im Nenner enthalten, so findet man aus dieser Gleichung, wenn man $W - w = \frac{\mathfrak{G}}{i}$ setzt:

$$\mu = i\left(\frac{1}{4}\frac{Q\varrho\pi}{\mathfrak{G}^2}\mathfrak{A} - \frac{m_1\varrho^2}{2}\mathfrak{B} - \frac{m_2\varrho^2}{2}\mathfrak{D}\right) + \frac{1}{6}m_1\varrho^2 + \frac{1}{4}m_2\varrho^2 . \quad (25)$$

Nun ist:

$$\left.\begin{array}{l}
Q\,\frac{2\varrho\pi n}{60} = 75\,N \\[2ex]
\mu = \frac{G}{2g}R^2 \\[2ex]
m_1 = \frac{q_1}{2g} \\[2ex]
m_2 = \frac{q_2}{2g} \\[2ex]
C = R\mathfrak{G}, \; c = \varrho\mathfrak{G}
\end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (26)$$

(N Pferdekraft der Maschine, n Anzahl der Umdrehungen des Schwungrades in einer Minute, R Halbmesser des Schwungrades, G Gewicht des Schwungringes, C Umfangsgeschwindigkeit des Schwungrades, q_1 q_2 Gewicht der Schubstange und Kolben sammt Kolbenstange, c mittlere Geschwindigkeit des Kurbelzapfens).

Führt man diese Ausdrücke (26) in (25) ein, so findet man schliesslich:

$$G = \frac{60 \times 75 \times g}{4} \mathfrak{A} \frac{i N}{n C^2} + \left(\frac{c}{C}\right)^2 \left[q_1 \left(\frac{1}{6} - i \frac{\mathfrak{B}}{2}\right) + q_2 \left(\frac{1}{4} - i \frac{\mathfrak{D}}{2}\right)\right] \tag{27}$$

Mit Berücksichtigung von (26) wird die Gleichung (16), wenn man sich erlaubt $\mathfrak{C}^2$ statt $\omega_0{}^2$ zu setzen:

$$\left.\begin{cases} \sin \varphi = \dfrac{2}{\pi} - \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\varrho}{\lambda}\right) \sin 2\varphi \\ + \dfrac{16\,\pi^2}{75(60)^3\, 2g} \dfrac{\varrho^2 n^3}{N} \left[\sin 2\varphi \left(\dfrac{2}{3} q_1 + q_2\right) + \dfrac{1}{4} \dfrac{\varrho}{\lambda} (q_1 + 2 q_2)(3 \sin 3\varphi - \sin \varphi)\right] \end{cases}\right\} \tag{28}$$

Theorie des Schwungkugelregulators.

Differenz zwischen der Spannung des Dampfes im Kessel und im Cylinder. Die Spannung des Dampfes im Cylinder wird, wie wir früher Seite 527 gezeigt haben, durch den Expansionsgrad und durch die auf die Flächeneinheit bezogenen Widerstände bestimmt, welche der Bewegung der Maschine entgegenwirken, und ist von allem Anderen, namentlich von der Geschwindigkeit der Maschine und von der Dampfmenge, welche in jeder Sekunde auf die Maschine wirkt, ganz unabhängig.

Nennen wir p die Spannung, welche im Cylinder hinter dem Kolben vorhanden ist, so lange der Cylinder mit dem Kessel kommunizirt. Die Spannung des Dampfes p_1 im Kessel fällt im Beharrungszustand stets grösser aus als jene im Cylinder, denn sonst könnte ja der Dampf nicht überströmen. Die Differenz $p_1 - p$ dieser Spannungen richtet sich nach den verschiedenen Widerständen, welche dem Uebergang des Dampfes aus dem Kessel in den Cylinder entgegenwirken und denselben erschweren, ähnlich wie dies bei einer komplizirteren Wasserleitung der Fall ist. Diese Widerstände entspringen theils aus den Reibungen des Dampfes an den Wänden des Röhren- oder Kanalsystems, durch welches die Dampfleitung statt findet, theils aus den Verengungen und Erweiterungen und plötzlichen Querschnittsänderungen, theils endlich aus den Ecken und Krümmungen, welche in diesem Kanalsystem vorkommen. Insbesondere kommen zweierlei solcher Verengungen vor, durch welche die Differenz $p_1 - p$ einen erheblichen Werth erreichen kann, nämlich durch die sogenannte Dampfklappe und durch den engen Durchgang, welchen die Steuerungsschieber bei gewissen Stellungen her-