Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1863

Das Schwungrad für Expansionsmaschinen mit einem Cylinder

urn:nbn:de:bsz:31-270981

Setzt man auch hier, wie früher Seite 555

$$Q \frac{2 \varrho \pi n}{60} = 75 \text{ N}$$

$$\mu = \frac{G}{2 g} R^2$$

$$W^2 - w^2 = \frac{2 \mathfrak{C}^2}{i}, \quad R \mathfrak{C} = C$$

so findet man:

$$G = \frac{60 \times 75 g}{4} \left(\cos \alpha - \sin \alpha - 1 + \frac{4 \alpha}{\pi} \right) \frac{N i}{n C^2} \quad . \quad . \quad (7)$$

Nun ist $\sin \alpha = 0{\cdot}3284$, $\cos \alpha = 0{\cdot}9444$, $\frac{4 \alpha}{\pi} = 0{\cdot}4261$, daher wird:

$$G = 464{\cdot}5 \frac{N i}{n C^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Vergleicht man diesen Werth mit jenem, welcher Seite 555 für einfache Maschinen gefunden wurde, so ersieht man, dass das Gewicht des Schwungrades der Maschine mit zwei gekuppelten Cylindern *zehn* mal leichter sein darf, als das Schwungrad einer einfachen Maschine von gleicher Kraft. Hieraus ergibt sich der sehr praktische Vortheil der Doppelmaschinen, indem mit einem verhältnissmässig sehr leichten Schwungrad eine sehr hohe Gleichförmigkeit der Bewegung erzielt werden kann.

Das Schwungrad für Expansionsmaschinen mit einem Cylinder. Nennen wir y die Pressung des Dampfes auf einen Quadratmeter der Kolbenfläche, nachdem der Kolben einen Weg $x > l_1$ zurückgelegt hat. Wenn die Absperrung eintritt, ist das Volumen des eingeschlossen Dampfes $O l_1 + m O l$ und seine Spannkraft gleich p, mithin $O (l_1 + m l) (\alpha + \beta p)$ das Gewicht der eingeschlossenen Dampfmenge. Nachdem der Kolben einen Weg $x > l_1$ zurückgelegt hat, ist die eingeschlossene Dampfmenge $O (x + m l) (\alpha + \beta y)$. Man hat daher:

$$O (l_1 + m l) (\alpha + \beta p) = O (x + m l) (\alpha + \beta y)$$

Hieraus folgt:

$$y = \left(\frac{\alpha}{\beta} + p \right) \frac{l_1 + m l}{x + m l} - \frac{\alpha}{\beta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

So lange $x <$ als l_1 ist, ist die Gleichung der Bewegung:

$$O (p - r) x - Q \varrho \varphi = \mu (\omega^2 - \omega_0^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Von $x = l_1$ an bis $x = l$ ist dagegen die Gleichung der Bewegung des Schwungrades

$$O\,p\,l_1 + \int_{l_1}^{x} O\,y\,d\,x - O\,r\,x - Q\,\varrho\,\varphi = \mu\,(\omega^2 - \omega_0^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

oder wenn man für y seinen Werth aus (1) einführt:

$$O\,p\,l_1 + O \int_{l_1}^{x} \left[\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right) \frac{l_1 + m\,l}{x + m\,l} - \frac{\alpha}{\beta} \right] dx - O\,r\,x - Q\,\varrho\,\varphi = \mu\,(\omega^2 - \omega_0^2) \; (4)$$

oder wenn man die angedeutete Integration ausführt:

$$\begin{array}{l} O\,p\,l_1 + O \left[\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right) (l_1 + m\,l) \operatorname{lognat} \frac{x + m\,l}{l_1 + m\,l} - \frac{\alpha}{\beta}\,(x - l_1) \right] \\ \qquad - O\,r\,x - Q\,\varrho\,\varphi = \mu\,(\omega^2 - \omega_0^2) \end{array} \quad . \quad (5)$$

Setzt man hier $\varphi = \pi$ und $x = l$, so muss wegen des Beharrungszustandes $\omega = \omega_0$ gesetzt werden; man erhält demnach:

$$\begin{array}{l} O\,p\,l_1 + O \left[\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right) (l_1 + m\,l) \operatorname{lognat} \frac{l + m\,l}{l_1 + m\,l} - \frac{\alpha}{\beta}\,(l - l_1) \right] \\ \qquad - O\,r\,l - Q\,\varrho\,\pi = o \end{array}$$

oder wenn man zur Abkürzung setzt:

$$\left(\frac{k}{l\,l_1}\right) = \frac{l_1}{l} + \left(\frac{l_1}{l} + m\right) \operatorname{lognat} \frac{l + m\,l}{l_1 + m\,l} \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

$$O\,l \left[\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right) \left(\frac{k}{l\,l_1}\right) - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r\right) \right] = Q\,\varrho\,\pi \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Diese Gleichung bestimmt die im Beharrungszustand eintretende Dampfspannung.

Nun müssen die Werthe von φ bestimmt werden, für welche die Winkelgeschwindigkeit des Schwungrades ein Minimum und ein Maximum wird. Das Minimum der Winkelgeschwindigkeit fällt vor den Eintritt der Expansion. Der Winkel φ_1, bei welchem das Minimum eintritt, wird daher aus (2) gefunden, wenn man diese Gleichung differenzirt und $\frac{d\,\omega^2}{d\,\varphi} = o$ setzt.

Man findet daher, wenn man berücksichtiget, dass $x = \varrho\,(1 - \cos\varphi)$, $d\,x = \varrho \sin\varphi\, d\,\varphi$ ist:

$$O\,(p - r)\,\varrho \sin\varphi_1 - Q\,\varrho = o$$

Hieraus folgt:

$$\sin\varphi_1 = \frac{Q\,\varrho}{O\,(p - r)\,\varrho} = \frac{Q\,\varrho}{O \left[\frac{\alpha}{\beta} + p - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r\right) \right] \varrho}$$

Setzt man für $Q\varrho$ den Werth, welchen die Gleichung (6) darbietet, so findet man:

$$\sin\varphi_1 = \frac{\frac{O\,l}{\pi}\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\left(\frac{k}{l\,l_1}\right)-\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right]}{O\,\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)-\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right]}$$

oder auch, wenn man mit $\frac{\alpha}{\beta}+p$ dividirt:

$$\sin\varphi_1 = \frac{2}{\pi}\,\frac{\left(\frac{k}{l\,l_1}\right)-\frac{\alpha+\beta r}{\alpha+\beta p}}{1-\frac{\alpha+\beta r}{\alpha+\beta p}} \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

Das Maximum der Winkelgeschwindigkeit fällt in die Expansionszeit. Man erhält daher den Winkel φ_2, der diesem Maximum entspricht, wenn man die Gleichung (4) differenzirt und $\frac{d(\omega^2)}{d\varphi}=o$ setzt. Wir erhalten daher, wenn wir $x_2 = \varrho\,(1 - \cos\varphi_2)$ setzen,

$$O\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\frac{l_1+m\,l}{x_2+m\,l}-\frac{\alpha}{\beta}\right]\varrho\sin\varphi_2 - O\,r\,\varrho\sin\varphi_2 - Q\,\varrho = o$$

Hieraus folgt:

$$\sin\varphi_2 = \frac{Q\,\varrho}{O\,\varrho\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\frac{l_1+m\,l}{x_2+m\,l}-\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right]}$$

Setzt man für $Q\varrho$ den Werth, welchen die Gleichung (7) darbietet, so folgt:

$$\sin\varphi_2 = \frac{\frac{O\,l}{\pi}\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\left(\frac{k}{l\,l_1}\right)-\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right]}{O\,\varrho\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}+p\right)\frac{l_1+m\,l}{x_2+m\,l}-\left(\frac{\alpha}{\beta}+r\right)\right]}$$

oder

$$\sin\varphi_2 = \frac{2}{\pi}\,\frac{\left(\frac{k}{l\,l_1}\right)-\frac{\alpha+\beta r}{\alpha+\beta p}}{\frac{l_1+m\,l}{x_2+m\,l}-\frac{\alpha+\beta r}{\alpha+\beta p}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

wobei ist:

$$x_2 = \frac{1}{2}\,(1\cos\varphi_2) \quad \ldots\ldots \quad (10)$$

Diese Gleichungen (9) und (10) bestimmen den Werth von φ_2.

Die Gleichung (5) gilt, wenn man in dieselbe x_2 statt x, φ_2 statt φ und W statt ω setzt. Man erhält daher:

$$O\,p\,l_1 + O\left[\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)(l_1 + m\,l)\,\mathrm{lognat}\,\frac{x_2 + m\,l}{l_1 + m\,l} - \frac{\alpha}{\beta}\,(x_2 - l_1)\right] \qquad (11)$$
$$- O\,r\,x_2 - Q\,\varrho\,\varphi_2 = \mu\,(W^2 - \omega_0^{\,2})$$

Die Gleichung (2) muss erfüllt werden, wenn man setzt: für x, x_1, für φ, φ_1 und für ω, w, es ist demnach:

$$O\,(p - r)\,x_1 - Q\,\varrho\,\varphi_1 = \mu\,(w^2 - \omega_0^{\,2}) \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (12)$$

Die Differenz der Gleichungen (11) und (12) gibt:

$$O\left\{\begin{array}{l} p\,l_1 - \frac{\alpha}{\beta}(x_2 - l_1) - r\,x_2 - (p - r)\,x_1 \\ + \left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)(l_1 + m\,l)\,\mathrm{lognat}\,\frac{x_2 + m\,l}{l_1 + m\,l} \end{array}\right\} - Q\,\varrho\,(\varphi_2 - \varphi_1) = \mu\,(W^2 - w^2) \quad (13)$$

oder wenn man zur Abkürzung setzt:

$$\binom{k}{l_1\,x_2} = \frac{l_1}{l} + \left(\frac{l_1}{l} + m\right)\mathrm{lognat}\,\frac{x_2 + m\,l}{l_1 + m\,l} \quad . \; . \; . \quad (14)$$

so wird die Gleichung (13):

$$O\,l\left[\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)\binom{k}{l_1\,x_2} - \left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)\frac{x_1}{l} - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r\right)\left(\frac{x_2}{l} - \frac{x_1}{l}\right)\right]$$
$$- Q\,\varrho\,(\varphi_2 - \varphi_1) = \mu\,(W^2 - w^2)$$

oder auch:

$$Q\,\varrho\left\{\frac{O\,l\left[\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)\binom{k}{l_1\,x_2} - \left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)\frac{x_1}{l} - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r\right)\left(\frac{x_2}{l} - \frac{x_1}{l}\right)\right]}{Q\,\varrho} - (\varphi_2 - \varphi_1)\right\}$$
$$= \mu\,(W^2 - w^2)$$

Setzt man im Nenner des Bruches für $Q\,\varrho$ den Werth, welchen die Gleichung (7) darbietet, so findet man:

$$Q\,\varrho\left\{\frac{O\,l\left[\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)\binom{k}{l_1\,x_2} - \left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)\frac{x_1}{l} - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r\right)\left(\frac{x_2}{l} - \frac{x_1}{l}\right)\right]}{\frac{1}{\pi}\,O\,l\left[\left(\frac{\alpha}{\beta} + p\right)\binom{k}{l\,l_1} - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r\right)\right]} - (\varphi_2 - \varphi_1)\right\}$$
$$= \mu\,(W^2 - w^2)$$

oder endlich:

$$Q\,\varrho\,\pi\left[\frac{\binom{k}{l_1\,x_2} - \frac{x_1}{l} - \left(\frac{x_2}{l} - \frac{x_1}{l}\right)\frac{\alpha + \beta\,r}{\alpha + \beta\,p}}{\binom{k}{l\,l_1} - \frac{\alpha + \beta\,r}{\alpha + \beta\,p}} - \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{180}\right] = \mu\,(W^2 - w^2) \quad . \; (15)$$

Nun ist auch hier wieder zu setzen:

$$\left.\begin{aligned} Q\,\frac{2\,\varrho\,\pi\,n}{60} &= 75\ N \\ \mu &= \frac{G}{2\,g}\,R^2 \\ W^2 - w^2 &= \frac{2\,\mathfrak{G}^2}{i} \\ R\,\mathfrak{G} &= C \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (16)$$

Daher findet man schliesslich:

$$G = 30 \times 75 \times g\,\frac{i\,N}{n\,C^2}\left[\frac{\left(\begin{matrix}k\\ l_1\,x_2\end{matrix}\right) - \frac{x_1}{l} - \left(\frac{x_2}{l} - \frac{x_1}{l}\right)\frac{\alpha + \beta\,r}{\alpha + \beta\,p}}{\left(\begin{matrix}k\\ l\,l_1\end{matrix}\right) - \frac{\alpha + \beta\,r}{\alpha + \beta\,p}} - \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{180}\right] \quad (17)$$

wodurch das Gewicht des Schwungrades bestimmt ist.

Das Schwungrad für Woolf'sche Maschinen. Wir wollen uns erlauben, den Einfluss des schädlichen Raumes und das Volumen des Verbindungsrohres zwischen den beiden Cylindern zu vernachlässigen. Dieser Einfluss ist von keinem Belang, veranlasst jedoch einen sehr komplizirten Gang der Rechnung.

Wir nennen O und o die Cylinderquerschnitte, L, l die Schublängen der beiden Kolben, $\varrho = \frac{L}{2}$ den Kurbelhalbmesser.

Wenn der Niedergang der Kolben beginnt, ist der kleine Cylinder mit Kesseldampf gefüllt, ist also in demselben unterhalb des Kolbens eine Dampfmenge von $o\,l\,(\alpha + \beta\,p)$ Kilogramm enthalten. Nachdem der kleine Kolben eine Weglänge x nach abwärts zurückgelegt hat, ist der grosse Kolben um $\frac{L}{l}\,x$ niedergegangen. Da wir die schädlichen Räume und den Rauminhalt des Verbindungsrohres vernachlässigen, ist obige Dampfmenge in einem Raum

$$o\,(l - x) + O\,\frac{L}{l}\,x = o\,l + x\left(O\,\frac{L}{l} - o\right) = o\,l + o\,x\left(\frac{O\,L}{o\,l} - 1\right)$$

enthalten, wenn der kleine Kolben den Weg x zurückgelegt hat. Nennen wir y die Spannkraft dieses Dampfes, so hat man:

$$o\,l\,(\alpha + \beta\,p) = \left[o\,l + o\,x\left(\frac{O\,L}{o\,l} - 1\right)\right](\alpha + \beta\,y)$$