Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1863

Das Schwungrad für Maschinen mit einem Cylinder mit nicht expandirendem Dampf

urn:nbn:de:bsz:31-270981

Das Schwungrad für Maschinen mit einem Cylinder mit nicht expandirendem Dampf. Wir wollen unserer Berechnung eine horizontal liegende Maschine zu Grunde legen.

Nennen wir:

P die constante Kraft, mit welcher im Beharrungszustand der Bewegung der Kolben getrieben wird,

Q den constanten auf den Kurbelkreis reduzirten nützlichen Widerstand der Arbeitsmaschinen, die durch die Dampfmaschine getrieben werden,

ϱ den Halbmesser der Kurbel,

φ den Winkel, den in irgend einem Augenblick die Kurbelrichtung mit der Bewegungsrichtung des Kolbens bildet, Tafel XXVIII., Fig. 7,

ω_0 und ω die Winkelgeschwindigkeiten des Schwungrades für $\varphi = 0$ und für $\varphi = \varphi$,

μ das als Masse ausgedrückte Trägheitsmoment des Schwungrades,

G das Gewicht des Schwungringes,

C die mittlere Geschwindigkeit des Schwungringes.

Während der Winkel φ zurückgelegt wird, schreitet der Kolben um $\varrho (1 - \cos \varphi)$ vorwärts, entwickelt demnach die Kraft P eine Wirkungsgrösse $P \varrho (1 - \cos \varphi)$, gleichzeitig wird aber der Widerstand Q durch einen Weg $\varrho \varphi$ überwunden, wird also eine Wirkunngsgrösse $Q \varrho \varphi$ konsumirt. Die lebendige Kraft des Schwungrades ist: für $\varphi = 0$, $\mu \omega_0^2$; für $\varphi = \varphi$, $\mu \omega^2$. Die Aenderung der lebendigen Kraft ist demnach, während der Winkel φ zurückgelegt wird: $\mu (\omega^2 - \omega_0^2)$. Da wir die hin und her gehenden Massen und selbst auch die Massen der ganzen Arbeitsmaschine vernachlässigen, so erhalten wir vermöge des Prinzipes der Thätigkeit folgende Gleichung:

$$P \varrho (1 - \cos \varphi) - Q \varrho \varphi = \mu (\omega^2 - \omega_0^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Im Beharrungszustand der Bewegung muss für $\varphi = \pi$, $\omega = \omega_0$ werden, indem nach jedem Kolbenschub diejenige Winkelgeschwindigkeit wieder eintreten muss, welche am Anfang des Schubes vorhanden ist. Aus (1) folgt für $\varphi = \pi$ und $\omega = \omega_0$:

$$2 P = Q \pi, \quad P = \frac{\pi}{2} Q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Dieser Werth von P ist derjenige Kolbendruck, der im Beharrungszustand von selbst eintritt. Führt man diesen Werth von P in (1) ein, so erhält man:

$$Q \varrho \left[\frac{\pi}{2} (1 - \cos \varphi) - \varphi \right] = \mu (\omega^2 - \omega_0^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Diese Gleichung gilt für den Beharrungszustand und sie gibt für jeden Werth von φ die entsprechende Winkelgeschwindigkeit.

Innerhalb $\varphi = o$ und $\varphi = \pi$ kommt ein Minimum und ein Maximum der Winkelgeschwindigkeit vor, und man erhält die Werthe von φ, welche dem Minimum und dem Maximum entsprechen, wenn man (3) differenzirt und $\frac{d\,\omega^2}{d\,\varphi} = o$ setzt. Man findet:

$$\frac{\pi}{2} \sin \varphi - 1 = o$$

$$\sin \varphi = \frac{2}{\pi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Nennt man α den kleinsten Werth von φ, für welchen $\sin \varphi$ gleich $\frac{2}{\pi}$ wird, so findet man:

$$\alpha^0 = 39^0 + 32' + 25'' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

und der grössere Winkel, für welchen ebenfalls $\sin \varphi$ gleich $\frac{2}{\pi}$ wird, ist dann:

$$180^0 - \alpha^0 = 180 - (39^0 + 32' + 25'') \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

Es ist klar, dass der erstere dieser Winkel dem Minimum, der letztere dagegen dem Maximum der Winkelgeschwindigkeit entspricht, denn so lange φ sehr klein ist, genügt die treibende Kraft nicht, um den Widerstand zu überwinden, muss also die Winkelgeschwindigkeit abnehmen.

Nennen wir nun w und W die kleinste und grösste Winkelgeschwindigkeit, so muss der Gleichung (3) entsprochen werden, sowohl wenn man $\varphi = \alpha$ und $\omega = w$ setzt, als auch, wenn man $\varphi = \pi - \alpha$ und $\omega = W$ nimmt. Wir erhalten demnach:

$$Q\,\varrho \left[\frac{\pi}{2}(1 - \cos \alpha) - \alpha\right] = \mu\,(w^2 - \omega_0^2)$$

$$Q\,\varrho \left\{\frac{\pi}{2}\left[1 - \cos(\pi - \alpha)\right] - (\pi - \alpha)\right\} = \mu\,(W^2 - \omega_0^2)$$

Die Differenz dieser Ausdrücke gibt:

$$Q\,\varrho\,(\pi \cos \alpha - \pi + 2\,\alpha) = \mu\,(W^2 - w^2) \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

Nun ist $\frac{2\,\varrho\,\pi\,n}{60}$ die mittlere Geschwindigkeit des Kurbelzapfens (wobei n die Anzahl der Umdrehungen der Kurbel in einer Minute bedeutet), demnach:

$$\frac{2\,\varrho\,\pi\,n}{60}\,Q = 75\,N \quad \text{oder} \quad Q\,\varrho = \frac{60 \times 75\,N}{2\,\pi\,n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

(N die Pferdekraft der Maschine).

Ferner ist annähernd, wenn man die Masse der Arme des Schwungrades vernachlässiget:

$$\mu = \frac{G}{2\,g}\,R^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

(R Halbmesser des Schwungrades).

Endlich kann man $W^2 - w^2$ auf folgende Weise ausdrücken: Nennt man $\mathfrak{G}$ die mittlere Winkelgeschwindigkeit, so kann man setzen: $\frac{1}{2}(W + w) = \mathfrak{G}$ und $W - w = \frac{\mathfrak{G}}{i}$, wobei i eine Zahl ist, welche den Gleichförmigkeitsgrad der Bewegung misst. Hieraus folgt:

$$W^2 - w^2 = (W + w)(W - w) = \frac{2}{i}\,\mathfrak{G}^2 \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Führt man (8), (9), (10) in (7) ein, so folgt:

$$G = 30 \times 75 \times g\left(\cos\alpha + \frac{2\,\alpha - \pi}{\pi}\right)\frac{N\,i}{n\,C^2} \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Setzen wir $\alpha^0 = 39^0 + 32' + 25''$, $\pi = 3{\cdot}142$, $g = 9\,808$, so folgt:

$$G = 4645\,\frac{N\,i}{n\,C^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Schwungräder für zwei gekuppelte nicht expandirende Maschinen. Wir nennen P die Kraft, mit welcher jeder der beiden Kolben getrieben wird, Q den auf den Kurbelkreis reduzirten nützlichen Widerstand, welchen die beiden Maschinen zusammen zu überwinden haben, N die Pferdekraft der beiden Maschinen zusammen.

Während der Winkel $\widehat{ACB} = \varphi$, Tafel XXVIII., Fig. 8, zurückgelegt wird, schreitet der eine der beiden Kolben um $AF = \varrho(1 - \cos\varphi)$, der andere um $DE = \varrho\sin\varphi$ vorwärts, wird der Widerstand Q durch einen Weg $\widehat{AB} = \varrho\,\varphi$ überwunden und ändert sich die lebendige Kraft des Schwungrades um $\mu(\omega^2 - \omega_0^2)$. Nach dem Prinzip der Thätigkeit der Kräfte hat man also die Gleichung

$$P\,[\varrho\,(1 - \cos\varphi) + \varrho\sin\varphi] - Q\,\varrho\,\varphi = \mu\,(\omega^2 - \omega_0^2) \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Im Beharrungszustand der Bewegung muss bei diesen gekuppelten Maschinen für $\varphi = \frac{\pi}{2}$ bereits die Geschwindigkeit eintreten,