Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1863

Bewegung des Gases in einer Röhrenleitung mit gleichförmiger Gasableitung

urn:nbn:de:bsz:31-270981

$$\left.\begin{aligned}
H - H_1 &= 2{\cdot}7\,\frac{L_1\,Q^2}{D_1{}^5}\\
H_1 - H_2 &= 2{\cdot}7\,\frac{L_2\,(Q - Q_1)^2}{D_2{}^5}\\
H_2 - H_3 &= 2{\cdot}7\,\frac{L_3\,(Q - Q_1 - Q_2)^2}{D_3{}^5}\\
H_4 - H_3 &= 2{\cdot}7\,\frac{L_4\,(Q - Q_1 - Q_2 - Q_3)^2}{D_4{}^5}\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (8)$$

Hieraus folgt:

$$H_4 - H =$$

$$2{\cdot}7\left[\frac{Q^2}{D_1{}^5}L_1 + \frac{(Q - Q_1)^2}{D_2{}^5}L_2 + \frac{(Q - Q_1 - Q_2)^2}{D_3{}^5}L_3 + \frac{(Q - Q_1 - Q_2 - Q_3)^2}{D_4{}^5}L_4\right] \quad (9)$$

Diese Gleichungen setzen jedoch voraus, dass zwischen den Röhrenstücken konische Uebergangsstücke eingesetzt werden, so dass keine plötzlichen Querschnittsänderungen statt finden. Für den Fall, dass längs der Röhrenleitung kein Gas abgeleitet wird, dass demnach $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 0$ und $Q_4 = Q$ ist, findet man:

$$H - H_4 = 2{\cdot}7\,Q^2\left(\frac{L_1}{D_1{}^5} + \frac{L_2}{D_2{}^5} + \frac{L_3}{D_3{}^5} + \frac{L_4}{D_4{}^5}\right) \quad \ldots \quad (10)$$

Da die in der Klammer enthaltene Summe immer den gleichen Werth erhält, in welcher Ordnung man die Röhrenstücke an einander reiht, so sieht man, dass wenn eine Röhrenleitung aus Röhrenstücken von ungleicher Weite zusammengesetzt und durch dieselbe eine bestimmte Gasmenge geleitet wird, die Spannungsdifferenz $H - H_4$ unabhängig ist von der Ordnung, in der die Röhrenstücke an einander gereiht werden.

Bewegung des Gases in einer Röhrenleitung mit gleichförmiger Gasableitung. Tafel XXIV., Fig. 5. Nehmen wir an, in eine Leitung von einer Länge L und durchaus gleichem Durchmesser trete eine Gasmenge Q ein, es werde jedoch längs derselben ganz stetig und gleichförmig eine Gasmenge Q_1 abgeleitet, so dass am Ende der Leitung eine Gasmenge $Q - Q_1$ austritt. Wir setzen also gleichsam voraus, dass in der Leitung ihrer ganzen Länge nach eine Spalte von veränderlicher Weite vorhanden ist. Dies vorausgesetzt, erhalten wir Folgendes: Es ist die Gasmenge, welche pro 1 Sekunde durch den Querschnitt bei B geht, der vom Anfang A um x entfernt ist, $Q - Q_1\,\frac{x}{L}$. Bei B wird eine gewisse Spannung herrschen, welche einer Wassersäule von der Höhe ζ entspricht. Geht man nach dem von A um $x + dx$ entfernten Querschnitt, so wird daselbst die Spannung herrschen, welche einer Wassersäule $\zeta - d\zeta$ entspricht. Vermöge (6) können wir nun schreiben:

$$-d\zeta = 2{\cdot}7 \frac{dx\left(Q - Q_1 \frac{x}{L}\right)^2}{D^5}$$

Hieraus folgt durch Integration:

$$-\zeta = \frac{2{\cdot}7}{D^5}\left(Q^2 x - \frac{2QQ_1}{L}\frac{x^2}{2} + \frac{Q_1^2}{L^2}\frac{x^3}{3}\right) + \text{const}$$

Für $x = o$ ist $\zeta = H$, für $x = L$, $\zeta = H_1$, demnach findet man:

$$H - H_1 = 2{\cdot}7 \frac{Q^2 L}{D^5}\left[1 - \frac{Q_1}{Q} + \frac{1}{3}\left(\frac{Q_1}{Q}\right)^2\right]$$

oder wenn man $\frac{Q}{Q_1} = m$ setzt:

$$H - H_1 = 2{\cdot}7 \frac{Q^2 L}{D^5}\left(1 - \frac{3m - 1}{3m^2}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

$$\frac{Q}{Q_1} = m \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Dieser Ausdruck (11) darf annäherungsweise auf den Fall angewendet werden, wenn längs einer Leitung von gleicher Weite in nicht zu grossen Entfernungen von einander Brenner angebracht sind, die von der Leitung aus mit Gas versehen werden.

Bewegung des Gases in einer geneigten Leitung. Es sei, Tafel XXIV., Fig. 6, A der Gasbehälter, B eine ansteigende bei C endende Leitung, D ein Wassermanometer, welches die Spannung bei C angibt. Nennen wir:

p den Druck des Gases auf einen Quadratmeter im Gasbehälter,
p_1 den Druck des Gases auf einen Quadratmeter in der Röhre bei C,
z die Höhe des Punktes C über dem Wasserspiegel im Gasbehälter,
γ_1 das Gewicht von einem Kubikmeter atmosphärische Luft,
H die Niveaudifferenz ausserhalb und innerhalb des Gasbehälters,
H_1 die Niveaudifferenz in den Schenkeln des Manometers,
$\mathfrak{A}$ den Druck der Atmosphäre auf einen Quadratmeter an der Oberfläche des Wassers im Gasbehälter,

so ist $\mathfrak{A} - \gamma_1 z$ der Druck der Atmosphäre gegen den offenen äusseren Schenkel des Manometers und man hat: