

# **Badische Landesbibliothek Karlsruhe**

**Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe**

## **Der Maschinenbau**

**Redtenbacher, Ferdinand**

**Mannheim, 1863**

Siebenter Abschnitt. Heizung und Ventilation der Gebäude

[urn:nbn:de:bsz:31-270981](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-270981)

## SIEBENTER ABSCHNITT.

### Heizung und Ventilation der Gebäude.

#### Theoretische Vorbereitungen.

**Einleitendes.** Einen Raum heizen heisst: veranlassen, dass die Temperatur der in dem Raum enthaltenen Luft eine gewisse Höhe erreicht und dauernd auf derselben erhalten wird. Einen Raum ventiliren heisst: aus diesem Raum in einer gewissen Zeit eine gewisse Quantität Luft entfernen und durch andere Luft ersetzen. Einen Raum gleichzeitig heizen und ventiliren heisst folglich: bewirken, dass in dem Raum dauernd eine gewisse Temperatur eintritt und dass gleichzeitig eine gewisse Lufterneuerung statt findet. Die Anforderung, dass ein Raum nur geheizt werden soll, kommt in der Praxis beinahe niemals vor, weil die warm zu erhaltenden Räume niemals hermetisch geschlossen, sondern jederzeit mit Thüren und Fenstern versehen sind, durch deren Fugen und Ritzen Luft eindringt und entweicht. Auch verursachen die Körper, welche die Räume enthalten und wegen welchen geheizt wird, eine Veränderung in der Beschaffenheit der Luft, wodurch dieselbe für das dauernde Verbleiben der Körper in dem Raum schädlich oder nachtheilig wirkt, daher entfernt und durch andere ersetzt werden muss. Die sich selbst machende Lufterneuerung durch Fenster, Thüren und Ofenheizung wollen wir natürliche Ventilation nennen; künstliche dagegen eine solche Einrichtung oder Veranstaltung, durch welche eine vorgeschriebene Lufterneuerung erzwungen wird. Die natürliche Ventilation genügt für Räume, in welchen sich nur wenige Menschen aufhalten oder in welchen überhaupt keine Vorgänge statt finden, durch welche beträchtliche Luftmengen in ihrer Beschaffenheit verändert werden; diese Ventilation genügt daher

für Wohngebäude, Pflanzenhäuser und für manche Fabriken. Die künstliche Ventilation wird nothwendig, wenn grosse Luftmengen erneut werden müssen, ist also in Anwendung zu bringen in Krankenhäusern, Strafanstalten, Kasernen, in Theatern, Versammlungssälen, insbesondere auch in Bergwerken und in Fabriken, welche viel Luft verderben. Ventilation ohne Heizung wird im Sommer für alle Lokalitäten nothwendig, in welchen sich viele Menschen aufhalten und in jeder Jahreszeit in den Bergwerken. Die künstliche Ventilation geschieht entweder durch Luftströmungen, die durch Wärme veranlasst werden oder durch mechanische Gewalt vermittelt Luftsang- oder Luftdruckpumpen oder durch Windflügel oder Ventilatoren.

Durch Luftströmung erfolgt die Ventilation, indem man den Raum, aus welchem die Luft entfernt werden soll, mit einer Feuerung in Verbindung bringt, die mit einem hinreichend hohen Kamin versehen ist. Die Luft zieht dann nach dem Feuerherd, wird erwärmt, steigt in dem Kamin in die Höhe und es entsteht so ein Aussaugen der Luft aus dem zu ventilirenden Raum.

Wenn mechanische Gewalt angewendet wird, kann man die Luft entweder aussaugen lassen oder im erwärmten Zustand in den Raum eintreiben. Die Ventilation durch Luftströmungen, die durch Heizungen veranlasst werden, ist nach den in neuester Zeit in Paris angestellten vielfachen Versuchen in grossen Spitälern jener mit Ventilatoren vorzuziehen; es hat sich gezeigt, dass diese Ventilatoren bei weitem nicht so stark wirken, wie man sich vorgestellt hat, und dass wahrscheinlich sehr beträchtliche, ungemein mächtige und viel Kraft erschöpfende Maschinen nothwendig wären, um Wirkungen hervorzubringen, wie sie durch blosse Lufterwärmungen erzielt werden können.

Die Hauptpunkte, welche bei jeder Heizung in's Auge gefasst werden müssen, sind 1) die erste Wärmeentwicklung aus dem Brennstoff durch Verbrennung desselben, 2) die Uebertragung der Wärme nach dem zu erwärmenden Raum, d. h. die Art und Weise wie die in den Verbrennungsgasen enthaltene Wärme nach dem zu erwärmenden Raum gebracht werden soll, 3) die Vertheilung der Wärme in diesem Raum, 4) die Zuleitung von reiner und Ableitung von verdorbener Luft.

Die verschiedenen Heizungen können in vier Klassen eingetheilt werden: 1) die Ofenheizung, 2) die Dampfheizung, 3) die Wassercirkulationsheizung oder Wasserheizung, 4) die Luftcirkulationsheizung oder Luftheizung. Nur die Ofenheizung hat die Eigenschaft, dass der Raum unmittelbar durch die Wärme der Verbren-

nungsgase erwärmt wird, indem der Verbrennungsapparat, der Ofen, in dem zu erwärmenden Raum aufgestellt wird und die Wärme der Verbrennungsgase direkt durch die Oberfläche des Ofens an die in dem Raum enthaltene Luft abgegeben wird. Bei den übrigen Heizungen wird der Verbrennungsapparat ausserhalb des zu erwärmenden Raumes aufgestellt und wird die Wärme der Verbrennungsgase zuerst an eine vermittelnde Flüssigkeit (Luft, Wasser, Dampf) abgegeben, welche die Wärme nach dem zu erwärmenden Raum überträgt und dort an die Luft abgibt. Die drei zuerst genannten Heizungen, nämlich die Ofen-, Dampf- und Wasserheizung, versehen den zu erwärmenden Raum nur mit Wärme und bringen direkt keine Lufterneuerung hervor. Bei Anwendung dieser Heizungen muss daher eine besondere künstliche Ventilation eingerichtet werden, wenn die natürliche nicht genügt. Die Luftheizung bringt in den zu erwärmenden Raum erwärmte Luft und veranlasst ein Entweichen der verdorbenen.

Bevor wir in die Behandlung der speziellen Einrichtungen eintreten, haben wir mehrere, die Heizung und Ventilation betreffende Elementaraufgaben zu lösen, was nunmehr geschehen soll.

**Bestimmung der Luftmengen, welche verdorben werden.** Der Ursachen, durch welche die Luft verdorben wird, gibt es mannigfaltige. Die wesentlichsten sind:

- 1) Die Respiration und Transpiration der Menschen und Thiere.
- 2) Die Beleuchtung mit Kerzen, Oellampen und Gaslampen.
- 3) Operationen, welche Rauch entwickeln.
- 4) Operationen, welche Staub verursachen und aufregen.
- 5) Mechanische Vorgänge oder chemische Prozesse, durch welche Dampf oder Gase entwickelt werden.

Die Luftquantitäten, welche durch die beiden ersteren dieser Ursachen verdorben werden, können durch Erfahrungen ermittelt werden.

Der Erfahrung zufolge bedarf ein Mensch stündlich zur Respiration und Transpiration  $6^{km}$  oder  $6 \times 1.3 = 7.8$ , also nahe  $8^{kl}$  atmosphärische Luft. Die Wärmemenge, welche ein Mensch stündlich entwickelt, beträgt ungefähr 73 Wärweeinheiten. Von dieser Wärme werden aber 25 Einheiten zur Bildung von  $0.038^{kl}$  Wasserdampf verwendet, es bleiben also  $73 - 25 = 48$  Einheiten übrig, welche erwärmend wirken.

Der Luftverbrauch und die Wärmeentwicklung einer Gasbeleuchtung kann mit genügender Genauigkeit angeschlagen werden, wie folgt. Das spezifische Gewicht des Leuchtgases kann durch-

schnittlich zu 0.5 der atmosphärischen Luft angenommen werden. Das Gewicht eines Kubikmeters Gas darf daher mit  $0.5 \times 1.3 = 0.65^{Kl_g}$  in Rechnung gebracht werden. Zum vollständigen Verbrennen von einem Kilogramm Leuchtgas sind  $17^{Kl_g}$  atmosphärische Luft erforderlich; ein Kubikmeter Gas verbraucht daher  $0.65 \times 17 = 11^{Kl_g}$  atmosphärische Luft oder nahe  $8^{Kbm}$  Luft. Gewöhnlich konsumiert ein Gasbrenner stündlich  $0.1^{Kbm}$  oder 4 Kubikfuss Gas. Ein solcher Brenner braucht daher stündlich  $11 \times 0.1 = 1.1^{Kl_g}$  oder  $8 \times 0.1 = 0.8^{Kbm}$  Luft.

Die Heizkraft von einem Kilogramm Gas ist 12400 Wärmeinheiten. Die Heizkraft von einem Kubikmeter Gas  $0.65 \times 12400 = 8060$  Wärmeinheiten. Die Wärmemenge, welche ein Brenner stündlich entwickelt, welcher stündlich  $0.1^{Kbm}$  Gas verbraucht, ist  $0.1 \times 8060 = 806$  Wärmeinheiten. Diese Daten kurz zusammengestellt, erhält man folgende Tabelle.

1) Stündlicher Luftverbrauch eines Menschen	{	$6^{Kbm}$	
		$8^{Kl_g}$	
2) Stündliche Wärmeentwicklung eines Menschen . . . . .			48 Wärmeinheiten
3) Luftverbrauch durch Verbrennung von $1^{Kl_g}$ Gas . . . . .	{	$13^{Kbm}$	
		$17^{Kl_g}$	
4) Luftverbrauch durch Verbrennung von $1^{Kbm}$ Gas . . . . .	{	$8^{Kbm}$	
		$11^{Kl_g}$	
5) Luftverbrauch (stündlicher) wegen eines Brenners, der stündlich $0.1^{Kbm}$ Luft konsumiert . . . . .	{	$0.8^{Kbm}$	
		$1.1^{Kl_g}$	
6) Wärmeentwicklung durch Verbrennung von $1^{Kl_g}$ Gas . . . . .			12400 Wärmeinheiten
7) Wärmeentwicklung durch Verbrennung von $1^{Kbm}$ Gas . . . . .		8060	"
8) Stündliche Wärmeentwicklung eines Brenners, welcher stündlich $0.1^{Kbm}$ Gas verbraucht . . . . .		806	"

Luftmenge, welche die Ventilation liefern soll. Vermittelt dieser Zusammenstellung kann man nun leicht die Luftmenge berechnen, welche stündlich durch Menschen und durch Beleuchtung verdorben wird. Nun ist aber die Frage, wie viel reine Luft einem Raum durch die Ventilation zugeführt werden muss, damit dieser Raum

im Beharrungszustand der Ventilation Luft enthält, die nur bis zu einem gewissen Grad verunreinigt oder verdorben ist? Zur Beantwortung dieser Frage dient die Lösung folgender Aufgabe.

Ein Raum, dessen Inhalt gleich  $\mathfrak{B}$  ist, enthält Luft, die entweder rein oder theilweise schon verdorben ist. Diesem Raum werden stündlich  $w$  Kubikmeter reine atmosphärische Luft zugeführt, und in jeder Stunde ein eben so grosses Luftvolumen von der im Raum enthaltenen Luft entzogen. Durch Menschen, Beleuchtung und andere Ursachen werden stündlich  $w_1$  Kubikmeter Luft verdorben. Es soll nun die Beschaffenheit der nach Verlauf einer gewissen Zeit in dem Raum enthaltenen Luft ermittelt werden.

Nachdem die angegebenen Verhältnisse eine gewisse Zeit  $t$  eingewirkt haben, wird in dem Raum ein gewisses Quantum  $v$  reiner und ein gewisses Quantum  $v_1$  verdorbener Luft enthalten sein, und es ist

$$\mathfrak{B} = v + v_1 \quad \dots \quad (1)$$

In dem darauf folgenden Zeitelement  $dt$  geschieht Folgendes: 1) Durch die Zuführung der reinen Luft wird die Luftmenge der reinen Luft um  $w dt$  vermehrt. 2) Durch die Ableitung der Luft wird aus dem Raum eine Menge  $\frac{v}{v+v_1} dt = \frac{v}{\mathfrak{B}} dt$  reiner und eine Menge  $\frac{v_1}{v+v_1} dt = \frac{v_1}{\mathfrak{B}} dt$  unreiner Luft entfernt. 3) Die Luftmenge  $w_1 dt$ , welche im Zeitelement  $dt$  aus dem Zustand, der zur Zeit  $t$  vorhanden ist, in den ganz verdorbenen Zustand gebracht wird, enthält  $\frac{v}{\mathfrak{B}} w_1 dt$  reine und  $\frac{v_1}{\mathfrak{B}} w_1 dt$  verdorbene Luft. Nennen wir  $dv$  die Zunahme an reiner und  $dv_1$  die Zunahme an verdorbener Luft während dieses Zeitelementes  $dt$ , so hat man:

$$\left. \begin{aligned} dv &= w dt - \frac{v}{\mathfrak{B}} w_1 dt - \frac{v}{\mathfrak{B}} w dt \\ dv_1 &= \frac{v_1}{\mathfrak{B}} w dt - \frac{v_1}{\mathfrak{B}} w dt \end{aligned} \right\} \dots \quad (2)$$

Da der Voraussetzung gemäss  $w$  und  $w_1$  constante Grössen sind, so kann die erste der Gleichungen (2) unmittelbar integriert werden. Es folgt aus dieser Gleichung:

$$\frac{dv}{w - \frac{v}{\mathfrak{B}}(w + w_1)} = dt$$

demnach erhält man:

$$-\frac{\mathfrak{B}}{w + w_1} \lognat \left[ w - \frac{v}{\mathfrak{B}}(w + w_1) \right] = t + const \quad \dots \quad (3)$$

Es seien am Anfang der Zeit (also  $t=0$ ) in dem Raum  $\mathfrak{B}$ :  $v_0$  Kubikmeter reine,  $v_0$  Kubikmeter unreine Luft enthalten, also

$$V_0 + v_0 = \mathfrak{B} \dots \dots \dots (4)$$

Dann folgt aus (3), wenn man  $t=0$  und  $v = v_0$  setzt:

$$-\frac{\mathfrak{B}}{W+W_1} \log_{\text{nat}} \left[ W - \frac{V_0}{\mathfrak{B}} (W+W_1) \right] = \text{const}$$

Diese Gleichung von (3) abgezogen, erhält man:

$$\frac{\mathfrak{B}}{W+W_1} \log_{\text{nat}} \frac{W - \frac{v}{\mathfrak{B}} (W+W_1)}{W - \frac{V_0}{\mathfrak{B}} (W+W_1)} = -t \dots \dots (5)$$

Hieraus ergibt sich auf gewöhnlichem Wege

$$v = \mathfrak{B} \frac{W}{W+W_1} - \left( \mathfrak{B} \frac{W}{W+W_1} - v_0 \right) e^{-\frac{W+W_1}{\mathfrak{B}} t} \dots \dots (6)$$

und weil  $v = \mathfrak{B} - v$  ist:

$$v = \mathfrak{B} \frac{W_1}{W+W_1} + \left( \mathfrak{B} \frac{W}{W+W_1} - v_0 \right) e^{-\frac{W+W_1}{\mathfrak{B}} t} \dots \dots (7)$$

Wenn die Ventilation längere Zeit fortgedauert hat, wird die Exponentialgrösse  $e^{-\frac{W+W_1}{\mathfrak{B}} t}$  eine verschwindend kleine Grösse. Die Werthe von  $v$  und  $v$  nähern sich demnach mit der Zeit gewissen Werthen  $v_1$  und  $v_1$ , und diese sind:

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= \mathfrak{B} \frac{W}{W+W_1} \\ v_1 &= \mathfrak{B} \frac{W_1}{W+W_1} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

Für den Fall, dass dem Raum nur so viel Luft zugeführt wird als verdirbt, ist  $W = W_1$ , und dann wird

$$v_1 = \frac{1}{2} \mathfrak{B}, \quad v_1 = \frac{1}{2} \mathfrak{B} \dots \dots \dots (9)$$

d. h. in diesem Fall tritt ein Endzustand ein, in welchem der Raum zur Hälfte mit reiner, zur Hälfte mit verdorbener Luft gefüllt ist. Man sieht hieraus, dass es für die dauernde Erhaltung eines guten Zustandes durchaus nicht genügt, wenn nur so viel Luft zugeführt wird, als verdorben wird, sondern es darf ein Raum nicht mehr als z. B. 5 oder 10 Prozent unreine Luft enthalten, wenn der Auf-

enthalt in demselben nicht unangenehm oder schädlich sein soll. Nennen wir diesen zulässigen Prozentgehalt an verdorbener Luft  $p$ , setzen also  $\frac{v_1}{\mathfrak{B}} = p$ , so erhalten wir wegen (8):

$$\frac{v_1}{\mathfrak{B}} = \frac{W_1}{W + W_1} = p \dots \dots \dots (10)$$

demnach:

$$\frac{W}{W_1} = \frac{1 - p}{p} \dots \dots \dots (11)$$

für  $p = 0.05 \quad 0.06 \quad 0.07 \quad 0.08 \quad 0.09 \quad 0.10$

wird  $\frac{W}{W_1} = 19 \quad 16 \quad 13 \quad 12 \quad 10 \quad 9$

Wenn also ein Endzustand eintreten soll, in welchem in dem Raum nur noch 10 bis 5 Prozent unreine Luft enthalten, so muss man nahe 10 bis 20 mal mehr Luft zuführen, als verdorben wird.

Diese Rechnungsergebnisse stimmen mit den in neuester Zeit in Paris gemachten Erfahrungen. Eine Kommission, bestehend aus *Regnault*, *Pelouze* und *Morin*, erhielt von der französischen Regierung den Auftrag, über die Heizung und Ventilation der grossen Krankenhäuser von Paris Gutachten zu erstatten. Es wurden zu diesem Behufe umfassende Versuche angestellt, deren Ergebniss die Kommission veranlasste, den Antrag zu stellen, dass für jeden einzelnen Kranken stündlich wenigstens  $60^{Kbm}$  reine atmosphärische Luft zugeführt werden sollen, ja dass dieses Quantum selbst unter Umständen zu verdoppeln sei, also  $120^{Kbm}$  betragen solle. Da wir Seite 388 angegeben haben, dass durch einen Menschen stündlich nur  $6^{Kbm}$  Luft verbraucht werden, so beträgt nach dem Vorschlag der Kommission die zuzuleitende und abzuleitende Luftmenge 10 bis 20 mal mehr, als die Luftmenge, welche verdorben wird, und es tritt dann nach unserer Rechnung in den Krankenhäusern ein Luftzustand ein, bei welchem die Luft nahe 5 bis 10 Prozent verdorbene Luft enthält. Wenn man bedenkt, dass ein Kranker, insbesondere bei eiternden Wunden, wahre Giftgase aussendet, so wird man begreiflich finden, dass die Luft der Krankensäle nicht mehr als 5 bis 10 Prozent solcher Gase enthalten darf, wenn der Aufenthalt in den Sälen nicht geradezu gefährlich werden soll. Bisher hat man angenommen, dass für jeden Kranken eine stündliche Luftmenge von  $20^{Kbm}$  hinreichend seien; in diesem Falle ist sehr nahe  $\frac{W}{W_1} = 3$  und wird folglich vermöge (10)  $p = \frac{1}{4} = 0.25$ , d. h. es tritt bei dieser Ventilation ein Zustand ein, wobei die Luft 25 Prozent Gift



gase enthält; hieraus erklären sich die furchtbaren Spital epidemien, die bis auf den heutigen Tag so oftmals in den Krankenhäusern eintreten. Wie gross die Luftmengen sind, welche in Strafhäusern, Versammlungssälen und Theatern nothwendig sind, damit ein leidlicher Zustand eintritt, ist leider noch nicht ermittelt. Nach den in den französischen Spitalern gemachten Erfahrungen wird man aber wohl nicht fehlen, wenn man feststellt, dass für die genannten Lokalitäten 5 bis 10 mal mehr Luft zu- und abgeführt werden muss. Wir glauben daher folgende Regeln aufstellen zu dürfen.

Lokalitäten.	Luftmenge in Kubikmetern pro 1 Stunde.	
Für jeden Kranken in den Krankensälen . . .	60 bis	120 <sup>Kbm</sup>
Für jeden Kranken in den Verbindungsgängen des Krankenhauses . . . . .	20 „	30 <sup>Kbm</sup>
Für jeden Gefangenen eines Zellengefängnisses pro Zelle . . . . .	30 „	40 <sup>Kbm</sup>
Für jeden Menschen eines Versammlungslokals, Theaters, Hörsals . . . . .	30 „	60 <sup>Kbm</sup>
Wegen eines Gasbrenners, welcher stündlich 0.1 <sup>Kbm</sup> oder 4 Kubikfuss Gas konsumirt . . . . .	4 „	8 <sup>Kbm</sup>
Wegen jedem Kubikmeter Luft, die durch irgend eine ander Ursache verdorben wird . . . . .	5 „	10 <sup>Kbm</sup>

**Wärmeverluste durch Wände, Decken und Fenster bei continuirlicher Heizung.** Wenn die einen Raum einschliessenden Wände den Durchgang der Wärme absolut hinderten, brauchte man die in dem Raum enthaltene Luft nur einmal bis zu einer gewissen Temperatur zu erwärmen, und dann würde diese Temperatur fort und fort unverändert bleiben. Dass ein Raum continuirlich geheizt werden muss, wenn sich in demselben die Temperatur nicht ändern soll, ist nur deshalb nothwendig, weil durch die Wände und Fenster Wärme entweicht, die ersetzt werden muss, wenn eine Abnahme der Temperatur nicht eintreten soll. Diese Wärmeverluste durch Wände und Fenster wollen wir nun bestimmen, vorerst aber eine ununterbrochene Heizung und einen Beharrungszustand der Erwärmung voraussetzen, wobei weder die Temperatur der Luft im Raum und ausserhalb desselben, noch die Temperatur irgend eines Punktes der Wand mit der Zeit veränderlich ist.

Nennen wir:

F den Flächeninhalt einer Seite einer einfachen Wand, welche zwei Medien von einander trennt,

$t_0$  die constanten Temperaturen der Medien,  $t_0 > t_1$ ,

e die Wanddicke,  $\gamma, \gamma_1$  die Wärmeübergangskoeffizienten,  $\lambda$  den Wärmeleitkoeffizienten,  $k$  den Wärmedurchgangskoeffizienten,  $w$  die in Wärmeeinheiten ausgedrückte Wärmemenge, welche stündlich durch die Wand entweicht, so hat man nach der Seite 336 entwickelten Theorie des Wärmedurchgangs durch einfach gebildete Wände:

$$W = \frac{F (A - A_0)}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{e}{\lambda}} = k F (A - A_0) \quad \dots \quad (1)$$

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{e}{\lambda}} \quad \dots \quad (2)$$

Diesen Ausdruck wollen wir nun zur Bestimmung der Wärmeverluste durch Mauern, Holzwände, Decken, Fußböden und Fensterflächen benutzen. Es kommt nun darauf an, für die Coeffizienten  $\gamma_1, \gamma_2, \lambda$  richtige Erfahrungswerte aufzustellen. Leider sind zu diesem Behufe noch nicht hinreichende Versuche angestellt worden, wir müssen uns mit denjenigen begnügen, welche *Peclet* in seinem Werke, Seite 355 und 393, Tome II., angibt. Nach diesen Versuchen ist:

Material	$\gamma_1 = \gamma_2$	$\lambda$	$k$
Bruchsteinmauern . . . . .	18	0.80	—
Backsteinmauern . . . . .	18	0.68	—
Tannenholz . . . . .	16	0.17	—
Eichenholz . . . . .	16	0.32	—
Glas . . . . .	6	0.8	—
Luft . . . . .	—	0.1	—
Einfache Fenster . . . . .	—	—	3.66
Doppelfenster . . . . .	—	—	2.00

Vermittelst der Werthe von  $\gamma, \gamma_1, \lambda$  für Bruchstein und Backstein ist folgende Tabelle über die Werthe von  $k = \frac{1}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{e}{\lambda}}$  berechnet worden:

Mauerdicke e in Metern	Werthe von k für	
	Bruchsteine	Backsteine
0.3	2.00	1.80
0.4	1.63	1.37
0.5	1.36	1.17
0.6	1.16	1.00
0.7	1.01	0.87
0.8	0.90	0.77
0.9	0.81	0.70
1.0	0.73	0.63

Für Holzdecken und Fussböden erhält man folgende Resultate.

Für einen einfachen Holzboden oder eine einfache Decke ist:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{e}{\lambda}}$$

und dürfen wir nehmen  $\gamma_1 = \gamma_2 = 16$ ,  $\lambda = 0.17$  (Tannenholz)  
 $e = 0.1$ . Dann wird:

$$k = 1.37 \dots \dots \dots (3)$$

Für einen Doppelboden ist dagegen:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\gamma_3} + \frac{1}{\gamma_4} + \frac{\varepsilon}{\lambda} + \frac{\varepsilon}{\lambda_1} + \frac{e}{\lambda_2}}$$

wobei  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$  die Uebergangscoeffizienten,  $\varepsilon$  die Dicke der Dielen,  
 $e$  die Dicke der Luftschicht zwischen den Dielen,  $\lambda_1, \lambda_2$  die Leitungs-  
 coeffizienten für Holz und Luft bezeichnen. Wir dürfen setzen:  
 $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma_4 = 16$ ,  $\lambda_1 = 0.17$  (Tannenholz)  $\lambda_2 = 0.1$  (Luft)  
 $\varepsilon = 0.1$ ,  $e = 0.3$ , dann wird:

$$k = 0.225 \dots \dots \dots (4)$$

Zur Berechnung der Wärmemenge  $w$  müssen wir noch die  
 unter verschiedenen Umständen in Rechnung zu bringenden Werthe  
 von  $A - A_0$  angeben und ferner noch erklären, welche von den den  
 Raum umschliessenden Flächen Wärmeverluste verursachen.

Für die Temperatur der äusseren Luft an kalten Wintertagen  
 können wir  $-15^\circ$  in Rechnung bringen. Es ist daher zu setzen

$$A_0 = -15^\circ \dots \dots \dots (5)$$

Für die innere Temperatur der zu erwärmenden Räume dürfen wir in Rechnung bringen: 1) für Wohnungen  $\lambda = 15$  bis  $18^\circ$ , 2) für Hörsäle, Versammlungssäle, Theater  $\lambda = 15^\circ$ , 3) für Pflanzenhäuser, gemässigttes Klima,  $\lambda = 10^\circ$ , tropische Pflanzen  $\lambda = 15$  bis  $20^\circ$ , 4) für Strafanstalten  $\lambda = 12^\circ$ , 5) für Krankenhäuser  $\lambda = 15$  bis  $20^\circ$ .

Was die Umschliessungsflächen betrifft, so sind folgende in Rechnung zu bringen: 1) diejenigen Hauptmauern des Gebäudes, welche einerseits mit der äusseren kalten Luft, anderseits mit der Luft der zu heizenden Räume in Berührung stehen, 2) Scheidewände, welche Räume trennen, von welchen der eine geheizt, der andere aber nicht geheizt wird, 3) die Bodenflächen des unteren Geschosses, 4) die Deckflächen des obersten Stockwerkes, wenn die Räume in demselben geheizt werden sollen, 5) die Flächen der Zwischendecken, wenn dieselben Räume trennen, von welchen der eine geheizt, der andere aber nicht geheizt werden soll. Wegzulassen aus der Rechnung sind solche Flächen, die Räume trennen, in welchen nahezu gleiche Temperaturen herrschen, also Scheidewände und Zwischendecken, wenn sie Räume trennen, die beide nicht oder beide gleich stark geheizt werden sollen.

Bei diesen Berechnungen des Wärmeverlustes durch Wände und Fenster wird vorausgesetzt, dass die eingeschlossene Luft an allen Punkten der Umschliessungsflächen einerlei Temperatur hat. Diese Voraussetzung ist ziemlich richtig für Dampf- und Wassercirculationsheizungen, dagegen bedeutend unrichtig, wenn grosse Räume durch Oefen oder durch Luftheizungen erwärmt werden. Bei diesen letzteren Heizungen sind oft die Temperaturen an verschiedenen Orten des Raumes sehr verschieden, man muss in solchen Fällen für  $\lambda$  den mittleren Werth in Rechnung bringen.

**Heizung mit Unterbrechung.** Ununterbrochene, bei Tag und bei Nacht fortgehende Heizungen kommen nur selten vor. (In Krankenhäusern und Pflanzenhäusern). In den meisten Fällen wird nur unter Tags continuirlich geheizt (Wohnzimmer). Oftmals sind Räume nur an einzelnen Tagen oder Tagesstunden zu erwärmen (Hörsäle, Theater, Versammlungssäle). Bei diesen Heizungen mit Unterbrechung treten keine Beharrungszustände ein, nicht nur die Temperatur in den Räumen, sondern auch die Mauertemperatur sind dann mit der Zeit variabel, in der Zwischenzeit, wenn nicht geheizt wird, erkalten die Mauern und nimmt die Temperatur in dem Raum nach einem gewissen Gesetze ab. Während die Heizung im Gang ist, wächst nicht nur die Temperatur im Raum, sondern werden auch die Wände erwärmt, nimmt also die Temperatur jedes Wand-

punktes mit der Zeit zu. Wollte man auf alle diese Verhältnisse sehr genau Rücksicht nehmen und ganz rationelle Regeln aufstellen, durch welche unter allen Umständen die von einem Heizapparat zu liefernde Wärmemenge berechnet werden könnte, so würde man sich in höchst weitläufige, höchst verwickelte analytische Rechnungen einlassen müssen. Für die praktischen Zwecke genügt es, wenn man zuerst die Wärmeverluste berechnet, welche bei einer continuirlichen Heizung (der ein Beharrungszustand entspricht) eintreten, und dann diese Wärmemenge mit einem angemessenen Coefficienten  $f$  multipliziert, der wohl nicht anders als nach dem Gefühl geschätzt werden kann. Wir wollen annehmen:

- 1) für continuirliche Heizung bei Tag und bei Nacht  $f = 1$ ,
- 2) für continuirliche Heizung bei Tag und Nichtheizung bei Nacht  $f = 1.2$ ,
- 3) wenn nur in einzelnen Stunden geheizt werden soll, nach Umständen  $f = 1.5$  bis  $2.0$ .

**Das Anheizen.** Wenn die Heizung eines Raumes beginnt, herrscht in demselben eine gewisse Temperatur, und befinden sich die Umschliessungswände in einem gewissen Erwärmungszustand. So wie die Heizung fort dauert, ändert sich allmählig sowohl die Temperatur der Luft im Raume, wie auch der Erwärmungszustand der Umschliessungswände, und erst nachdem die Heizung lange fortgesetzt worden ist, tritt (eine gleichförmige Heizung vorausgesetzt) ein gewisser Beharrungszustand ein, in welchem die Lufttemperatur des Raumes constant bleibt und der Erwärmungszustand der Umschliessungswände ebenfalls. Wir wollen diese Vorgänge, welche bei diesem Anheizen vorkommen, durch Rechnung zu bestimmen suchen.

Es sei Tafel XVIII., Fig. 4 A B C D ein Stück der Umschliessungswände. Wenn die Heizung beginnt, sei:  $t_0$  die Temperatur der Luft, welche der Raum enthält,  $u = f(x)$  das Erwärmungsgesetz der Wand, wobei  $x = \overline{DF}$ , welches Gesetz wir als gegeben betrachten. Nachdem das Anheizen eine Zeit  $t$  gedauert hat (wobei durch den Heizapparat in jeder Zeiteinheit eine constante Wärmemenge  $w$  abgegeben wird), sei:  $t$  die Temperatur der Luft im Raum, ferner  $\lambda, u, \theta$  die Temperaturen der Wand in den Punkten, welche von C D um  $0, x, \varepsilon$  abstehen ( $\varepsilon$  die Wanddicke).

Nachdem die Heizung sehr lange oder wenn man will, unendlich lange fortgedauert hat, sind die Temperaturen für  $x = 0$ ,  $x = x$ ,  $x = \varepsilon$ , beziehungsweise  $\lambda_1, u_1, \theta_1$ , ferner die Temperatur der Luft im Raum,  $t_1$ . Die äussere Temperatur sei constant gleich  $\alpha$ .

Nennen wir ferner:  $\rho$  das Gewicht von einer Kubikeinheit des Wandmaterials,  $c_1$  die Wärmekapazität dieses Materials,  $\lambda$  den Wärmeleitungscoefficienten,  $\gamma_1, \gamma_2$  die Wärmeübergangscoeffizienten durch die Ebenen CD und AB, L die constante im Raum enthaltene Luftmenge in Kilogrammen,  $c$  die Wärmekapazität der Luft, welche der Raum enthält,  $\mathfrak{F}$  die totale innere Fläche der Einschliessungswände.

Die Gleichungen, welche die Lösung unseres Problems geben, sind nun folgende:

$$\frac{du}{dt} = a \frac{d^2 u}{dx^2} \dots \dots \dots (1)$$

$$a = \frac{\lambda}{c_1 \rho} \dots \dots \dots (2)$$

$$\left(\frac{du}{dx}\right)_{x=\varepsilon} + \frac{\gamma_2}{\lambda} (\vartheta - \mathfrak{Z}) = 0 \dots \dots \dots (3)$$

$$\left(\frac{du}{dx}\right)_{x=0} + \frac{\gamma_1}{\lambda} (T - A) = 0 \dots \dots \dots (4)$$

$$W dt - L c dT = (T - A) \gamma_1 \mathfrak{F} dt \dots \dots \dots (5)$$

Für  $t=0$  soll  $T=T_0$ ,  $u = \varphi(x)$  werden  $\dots \dots \dots (6)$

Für  $t = \infty$  soll ein Beharrungszustand  $\dots \dots \dots (7)$

eintreten, in welchem  $u_1 = \mathfrak{A} + \mathfrak{B}x$  wird.

Die erste dieser Gleichungen drückt die Temperaturänderung aus, die dem Zeitelement  $dt$  an irgend einem Ort im Innern der Mauer entspricht.

Die Gleichung (3) bezieht sich auf das Entweichen der Wärme durch die Ebene CD.

Die Gleichung (4) bezieht sich auf den Eintritt der Wärme durch AB. Die Gleichung (5) drückt aus, dass die Differenz zwischen der Wärme  $W dt$ , die im Zeitelement produziert wird und der Wärme  $L c dT$ , welche die Luft aufnimmt, durch die Ebene AB in die Mauer geht.

Da für  $t = \infty$  ein Beharrungszustand eintritt, so hat man für denselben:

$$W = (T_1 - A) \gamma_1 \mathfrak{F} = (\vartheta_1 - \mathfrak{Z}) \gamma_2 \mathfrak{F} = (A_1 - \vartheta_1) \frac{\lambda}{\varepsilon} \mathfrak{F} \dots (8)$$

Hieraus findet man ohne Schwierigkeit:

$$T_1 = \mathfrak{Z} + \frac{W}{\mathfrak{F}} \left( \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{\varepsilon}{\lambda} \right) \dots \dots \dots (9)$$

$$A = \mathfrak{z} + \frac{W}{\mathfrak{F}} \left( \frac{1}{\gamma_2} + \frac{\varepsilon}{\lambda} \right) \dots \dots \dots (10)$$

$$\Theta_1 = \mathfrak{z} + \frac{W}{\mathfrak{F} \gamma_2} \dots \dots \dots (11)$$

demnach :

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{z} - \frac{W}{\mathfrak{F}} \left( \frac{1}{\gamma_2} + \frac{\varepsilon}{\lambda} \right) \dots \dots \dots (12)$$

$$\mathfrak{B} = - \frac{W}{\mathfrak{F} \lambda} \dots \dots \dots (13)$$

$$u_1 = \mathfrak{z} + \frac{W}{\mathfrak{F}} \left( \frac{1}{\gamma_2} + \frac{\varepsilon}{\lambda} \right) - \frac{W}{\mathfrak{F} \lambda} x \dots \dots \dots (14)$$

Den Bedingungen (1) und (7) wird entsprochen, wenn man setzt :

$$u = \mathfrak{A} + \mathfrak{B} x + \Sigma e^{-\beta t} (\mathfrak{C} \cos \mu x + \mathfrak{D} \sin \mu x) \dots \dots (15)$$

wobei :

$$\beta = a u^2 \dots \dots \dots (16)$$

$\mu, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}$  sind vorläufig noch ganz unbestimmte Grössen,  $\Sigma$  drückt aus, dass die Bedingungen (1) und (7) durch eine Summe von Ausdrücken von der Form  $e^{-\beta t} (\mathfrak{C} \cos \mu x + \mathfrak{D} \sin \mu x)$  entsprochen werden kann.

Aus dem Ausdruck (15) folgt :

$$A = \mathfrak{A} + \Sigma e^{-\beta t} \mathfrak{C} \dots \dots \dots (17)$$

$$\Theta = \mathfrak{A} + \mathfrak{B} \varepsilon + \Sigma e^{-\beta t} (\mathfrak{C} \cos \mu \varepsilon + \mathfrak{D} \sin \mu \varepsilon) \dots \dots \dots (18)$$

Durch Differenziation von (15) folgt :

$$\frac{d u}{d x} = \mathfrak{B} - \Sigma e^{-\beta t} \mu (\mathfrak{C} \sin \mu x - \mathfrak{D} \cos \mu x) \dots \dots \dots (19)$$

Setzt man  $x = 0$  und  $x = \varepsilon$ , so erhält man :

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{d u}{d x} \right)_{x=0} &= \mathfrak{B} + \Sigma e^{-\beta t} \mu \mathfrak{D} \\ \left( \frac{d u}{d x} \right)_{x=\varepsilon} &= \mathfrak{B} - \Sigma e^{-\beta t} \mu (\mathfrak{C} \sin \mu \varepsilon - \mathfrak{D} \cos \mu \varepsilon) \end{aligned} \right\} \dots \dots (20)$$

Setzt man in die Gleichung (3) die so eben berechneten Werthe von  $\Theta$  und  $\left( \frac{d u}{d x} \right)_{x=\varepsilon}$ , so erhält man :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{B} - \Sigma e^{-\beta t} \mu (\mathfrak{G} \sin \mu \varepsilon - \mathfrak{D} \cos \mu \varepsilon) \\ + \frac{\gamma_2}{\lambda} \left[ \mathfrak{A} + \mathfrak{B} \varepsilon + \Sigma e^{-\beta t} (\mathfrak{G} \cos \mu \varepsilon + \mathfrak{D} \sin \mu \varepsilon) - \mathfrak{F} \right] \end{array} \right\} = 0 \quad (21)$$

Da diese Gleichung für jeden Werth von  $t$  gelten soll, so muss sein:

$$\mathfrak{B} + \frac{\gamma_2}{\lambda} (\mathfrak{A} + \mathfrak{B} \varepsilon - \mathfrak{F}) = 0 \quad \dots \quad (22)$$

$$- \mu (\mathfrak{G} \sin \mu \varepsilon - \mathfrak{D} \cos \mu \varepsilon) + \frac{\gamma_2}{\lambda} (\mathfrak{G} \cos \mu \varepsilon + \mathfrak{D} \sin \mu \varepsilon) = 0 \quad (23)$$

Der Ausdruck (22) wird durch die Werthe von  $\mathfrak{A}$  und  $\mathfrak{B}$ , welche wir früher gefunden haben, identisch erfüllt. Aus (23) folgt dagegen:

$$\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{D}} = \frac{\cos \mu \varepsilon + \frac{\gamma_2}{\lambda \mu} \sin \mu \varepsilon}{\sin \mu \varepsilon - \frac{\gamma_2}{\lambda \mu} \cos \mu \varepsilon} \quad \dots \quad (24)$$

Setzt man in (4) für  $\left( \frac{d u}{d x} \right)_{x=0}$ , und für  $\lambda$  die Werthe, welche (20) und (17) darbieten, so erhält man:

$$\mathfrak{B} + \Sigma e^{-\beta t} \mu \mathfrak{D} + \frac{\gamma_1}{\lambda} (\mathfrak{T} - \mathfrak{A} - \Sigma e^{-\beta t} \mathfrak{G}) = 0$$

Hieraus folgt:

$$\mathfrak{T} = \mathfrak{A} + \Sigma e^{-\beta t} \mathfrak{G} - \frac{\lambda}{\gamma_1} (\mathfrak{B} + \Sigma e^{-\beta t} \mu \mathfrak{D}) \quad \dots \quad (25)$$

Differenzirt man diesen Ausdruck nach  $t$ , so folgt:

$$\frac{d \mathfrak{T}}{d t} = - \Sigma e^{-\beta t} \beta \mathfrak{G} + \frac{\lambda}{\gamma_1} \Sigma e^{-\beta t} \beta \mu \mathfrak{D} \quad \dots \quad (26)$$

Setzt man (25) und (26) in (5), so erhält man:

$$\begin{aligned} \mathfrak{W} - \text{Lc} \left( - \Sigma e^{-\beta t} \beta \mathfrak{G} + \frac{\lambda}{\gamma_1} \Sigma e^{-\beta t} \beta \mu \mathfrak{D} \right) = \\ \left[ \mathfrak{A} + \Sigma e^{-\beta t} \mathfrak{G} - \frac{\lambda}{\gamma_1} (\mathfrak{B} + \Sigma e^{-\beta t} \mu \mathfrak{D}) - \mathfrak{A} - \Sigma e^{-\beta t} \mathfrak{G} \right] \gamma_1 \mathfrak{F} \end{aligned}$$

Da auch diese Gleichung eine identische sein muss, so folgt aus derselben:

$$\mathfrak{W} = - \lambda \mathfrak{B} \mathfrak{F}$$

was mit (13) übereinstimmt, und:

$$\text{Lc} \left( - \beta \mathfrak{G} + \frac{\lambda}{\gamma_1} \beta \mu \mathfrak{D} \right) = \lambda \mu \mathfrak{F} \mathfrak{D}$$



Hieraus folgt:

$$\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{D}} = \lambda \mu \left( \frac{1}{\gamma_1} - \frac{\mathfrak{F}}{L c \beta} \right)$$

oder wenn man für  $\beta$  seinen Werth  $a \mu^2$  setzt;

$$\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{D}} = \lambda \left( \frac{\mu}{\gamma_1} - \frac{\mathfrak{F}}{L c a} \frac{1}{\mu} \right) \dots \dots \dots (27)$$

Setzt man die Werthe von  $\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{D}}$ , welche (24) und (27) darbieten, einander gleich, so erhält man für  $\mu$  folgende transcendente Gleichung:

$$\lambda \left( \frac{\mu}{\gamma_1} - \frac{\mathfrak{F}}{L c a} \frac{1}{\mu} \right) = \frac{\cos \mu \varepsilon + \frac{\gamma_1}{\lambda \mu} \sin \mu \varepsilon}{\sin \mu \varepsilon - \frac{\gamma_2}{\lambda \mu} \cos \mu \varepsilon} \dots \dots (28)$$

Setzt man den Werth  $\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{D}}$  in (25), so findet man:

$$T = \mathfrak{A} - \frac{\lambda \mathfrak{B}}{\gamma_1} - \Sigma e^{-\beta t} \mathfrak{D} \frac{\mathfrak{F} \lambda}{L c a} \frac{1}{\mu}$$

$$T = \mathfrak{Z} + \frac{W}{\mathfrak{F}} \left( \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{\varepsilon}{\lambda} \right) - \frac{\mathfrak{F} \lambda}{L c a} \Sigma e^{-\beta t} \frac{\mathfrak{D}}{\mu}$$

oder wegen (9):

$$T = T_1 - \frac{\mathfrak{F} \lambda}{L c a} \Sigma e^{-\beta t} \frac{\mathfrak{D}}{\mu} \dots \dots \dots (29)$$

Für  $t = 0$  wird  $T = T_0$ , demnach:

$$T_0 = T_1 - \frac{\mathfrak{F} \lambda}{L c a} \Sigma \frac{\mathfrak{D}}{\mu} \dots \dots \dots (30)$$

Durch den Unterschied von (29) und (30) folgt auch:

$$T = T_0 + \frac{\mathfrak{F} \lambda}{L a c} \Sigma \frac{\mathfrak{D}}{\mu} (1 - e^{-\beta t}) \dots \dots \dots (31)$$

Es erübrigt uns nun noch, der Bedingung wegen des Initialzustandes zu genügen, wobei wir ein von *Poisson* angebahntes Verfahren befolgen.

Setzen wir:

$$u - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B} x) = \xi \dots \dots \dots (32)$$

$$\mathfrak{D} (m \cos \mu x + \sin \mu x) = X \dots \dots \dots (33)$$

so wird (weil  $\frac{d u}{d t} = \frac{d \xi}{d t}$ ,  $\frac{d^2 u}{d x^2} = \frac{d^2 \xi}{d x^2}$  ist) die Gleichung (1):

$$\frac{d \xi}{d t} = a \frac{d^2 \xi}{d x^2} \dots \dots \dots (34)$$

und der Ausdruck (15):

$$\xi = \sum e^{-\beta t} X \dots \dots \dots (35)$$

In dem Ausdruck (33) bedeutet das Zeichen m:

$$m = \frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{D}} = \lambda \left( \frac{\mu}{\gamma} - \frac{\delta}{\text{L a c}} \frac{1}{\mu} \right) = \frac{\cos \mu \varepsilon + \frac{\gamma_2}{\mu \lambda} \sin \mu \varepsilon}{\sin \mu \varepsilon - \frac{\gamma_2}{\mu \lambda} \cos \mu \varepsilon} \dots (36)$$

Bezeichnen wir durch  $\mu_1$  irgend eine individuelle Wurzel der transcendenten Gleichung (28) oder (36) und durch  $\beta_1 \mathfrak{D}_1 m_1 X_1$  die dieser individuellen Wurzel entsprechenden Werthe von  $\beta \mathfrak{D} m X$ .

Multiplizieren wir die Gleichung (34) mit  $X_1 dx$  und integrieren dieselbe von  $x=0$  bis  $x=\varepsilon$ , so erhalten wir:

$$\int_0^\varepsilon X_1 \frac{d\xi}{dt} dx = a \int_0^\varepsilon X_1 \frac{d^2 \xi}{dx^2} dx \dots \dots \dots (37)$$

Nun findet man durch zweimalige Anwendung der Formel  $\int u dv = uv - \int v du$ :

$$\int X_1 \frac{d^2 \xi}{dx^2} dx = X_1 \frac{d\xi}{dx} - \xi \frac{dX_1}{dx} + \int \xi \frac{d^2 X_1}{dx^2} dx$$

Setzt man in den Gliedern ausserhalb der Integrale

$$X_1 = \mathfrak{D}_1 (m_1 \cos \mu_1 x + \sin \mu_1 x), \quad \xi = \sum X e^{-\beta t} = \sum \mathfrak{D} (m \cos \mu x + \sin \mu x) e^{-\beta t}$$

$$\frac{dX_1}{dx} = -\mu_1 \mathfrak{D}_1 (m_1 \sin \mu_1 x - \cos \mu_1 x), \quad \frac{d\xi}{dx} = -\sum \mathfrak{D} e^{-\beta t} \mu (m \sin \mu x - \cos \mu x)$$

so wird:

$$\int X_1 \frac{d^2 \xi}{dx^2} dx = \sum \mathfrak{D} \mathfrak{D}_1 e^{-\beta t} \left[ \begin{aligned} & -\mu (m_1 \cos \mu_1 x + \sin \mu_1 x) (m \sin \mu x - \cos \mu x) \\ & + \mu_1 (m \cos \mu x + \sin \mu x) (m_1 \sin \mu_1 x - \cos \mu_1 x) \\ & + \int \xi \frac{d^2 X_1}{dx^2} dx \end{aligned} \right]$$

oder wenn man die Integration von  $x=0$  bis  $x=\varepsilon$  ausdehnt

$$\int_0^\varepsilon X_1 \frac{d^2 \xi}{dx^2} dx = \sum \mathfrak{D} \mathfrak{D}_1 e^{-\beta t} \left[ \begin{aligned} & -\mu (m_1 \cos \mu_1 \varepsilon + \sin \mu_1 \varepsilon) (m \sin \mu \varepsilon - \cos \mu \varepsilon) \\ & + \mu_1 (m \cos \mu \varepsilon + \sin \mu \varepsilon) (m_1 \sin \mu_1 \varepsilon - \cos \mu_1 \varepsilon) \\ & - \mu m_1 + \mu_1 m \\ & + \int_0^\varepsilon \xi \frac{d^2 X_1}{dx^2} dx \dots \dots \dots (38) \end{aligned} \right]$$

Setzt man in die beiden in der Klammer enthaltenen trigonometrischen Ausdrücke für  $m$  und  $m_1$  die Werthe

$$m = \frac{\cos \mu \varepsilon + \frac{\gamma_2}{\mu \lambda} \sin \mu \varepsilon}{\sin \mu \varepsilon - \frac{\gamma_2}{\mu \lambda} \cos \mu \varepsilon}$$

$$m_1 = \frac{\cos \mu_1 \varepsilon + \frac{\gamma_2}{\mu_1 \lambda} \sin \mu_1 \varepsilon}{\sin \mu_1 \varepsilon + \frac{\gamma_2}{\mu_1 \lambda} \cos \mu_1 \varepsilon}$$

dagegen in die Glieder  $-\mu m_1 + \mu_1 m$  für  $m$  und  $m_1$  die Werthe

$$m = \lambda \left( \frac{\mu}{\gamma_1} - \frac{\mathfrak{F}}{\text{Lac}} \frac{1}{\mu} \right)$$

$$m_1 = \lambda \left( \frac{\mu_1}{\gamma_1} - \frac{\mathfrak{F}}{\text{Lac}} \frac{1}{\mu_1} \right)$$

so findet man, dass jene trigonometrischen Ausdrücke sich auf Null reduzieren, und dass

$$-\mu m_1 + \mu_1 m = \frac{\mathfrak{F} \lambda}{\text{Lca}} \left( \frac{\mu}{\mu_1} - \frac{\mu_1}{\mu} \right)$$

wird.

Die Gleichung (38) wird demnach:

$$\int_0^\varepsilon X_1 \frac{d^2 \xi}{dx^2} dx = \Sigma \mathfrak{D} \mathfrak{D}_1 e^{-\beta t} \frac{\mathfrak{F} \lambda}{\text{Lca}} \left( \frac{\mu}{\mu_1} - \frac{\mu_1}{\mu} \right) + \int_0^\varepsilon \xi \frac{d^2 X_1}{dx^2} dx$$

Führt man diesen Integralwerth in (37) ein, so erhält man:

$$\int_0^\varepsilon X_1 \frac{d \xi}{dt} dx = \Sigma \mathfrak{D} \mathfrak{D}_1 e^{-\beta t} \frac{\mathfrak{F} \lambda}{\text{Lc}} \left( \frac{\mu}{\mu_1} - \frac{\mu_1}{\mu} \right) + a \int_0^\varepsilon \xi \frac{d^2 X_1}{dx^2} dx \quad (39)$$

Allein es ist:

$$\int_0^\varepsilon X_1 \frac{d \xi}{dt} dx = \frac{d}{dt} \int_0^\varepsilon X_1 \xi dx$$

$$\int_0^\varepsilon \xi \frac{d^2 X_1}{dx^2} dx = -\mu_1^2 \int_0^\varepsilon \xi \mathfrak{D}_1 (m \cos \mu_1 x + \sin \mu_1 x) dx = -\mu_1^2 \int_0^\varepsilon \xi X_1 dx \quad (40)$$

Demnach wird (39):

$$\frac{d}{dt} \int_0^\varepsilon X_1 \xi dx = \Sigma \mathfrak{D} \mathfrak{D}_1 e^{-\beta t} \frac{\mathfrak{F} \lambda}{\text{Lc}} \left( \frac{\mu}{\mu_1} - \frac{\mu_1}{\mu} \right) - a \mu_1^2 \int_0^\varepsilon \xi X_1 dx \quad (41)$$

Setzt man zur Abkürzung

$$\int_0^\varepsilon \xi X_1 dx = y \dots \dots \dots (42)$$

so wird die Gleichung (41) wegen  $a \mu_i^2 = \beta_i$

$$\frac{dy}{dt} = \Sigma \mathfrak{D} \mathfrak{D}_i \frac{\mathfrak{F} \lambda}{L c} \left( \frac{\mu}{\mu_i} - \frac{\mu_i}{\mu} \right) e^{-\beta_i t - \beta_i y} \dots (43)$$

Das Integrale dieser Gleichung ist:

$$y = \Sigma \mathfrak{D} \mathfrak{D}_i \frac{\mathfrak{F} \lambda}{L c} \left( \frac{\mu}{\mu_i} - \frac{\mu_i}{\mu} \right) \frac{e^{-\beta t}}{\beta_i - \beta} + \mathfrak{G} e^{-\beta_i t} \dots (44)$$

wobei  $\mathfrak{G}$  eine hinsichtlich  $x$  und  $t$  Constante der Integration bedeutet. Wegen  $\beta = a \mu^2$ ,  $\beta_i = a \mu_i^2$  wird:

$$\left( \frac{\mu}{\mu_i} - \frac{\mu_i}{\mu} \right) \frac{1}{\beta_i - \beta} = \frac{\mu^2 - \mu_i^2}{\mu \mu_i} \frac{1}{a (\mu_i^2 - \mu^2)} = - \frac{1}{a (\mu \mu_i)}$$

demnach auch:

$$y = - \Sigma \mathfrak{D} \mathfrak{D}_i \frac{\mathfrak{F} \lambda}{L c a} \frac{e^{-\beta t}}{\mu \mu_i} + \mathfrak{G} e^{-\beta_i t}$$

demnach:

$$\int_0^{\xi} \xi X_1 dx = - \Sigma \mathfrak{D} \mathfrak{D}_i \frac{\mathfrak{F} \lambda}{L c a} \frac{e^{-\beta t}}{\mu \mu_i} + \mathfrak{G} e^{-\beta_i t} \dots (45)$$

Für  $t = 0$  soll  $\mu = \varphi(x)$ , mithin  $\xi = \varphi(x) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B} x)$  werden, demnach folgt aus (45):

$$\int_0^{\xi} [\varphi(x) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B} x)] X_1 dx = - \Sigma \mathfrak{D} \mathfrak{D}_i \frac{\mathfrak{F} \lambda}{L c a} \frac{1}{\mu \mu_i} + \mathfrak{G} \dots (46)$$

Durch Elimination von  $\mathfrak{G}$  aus (45) und (46) folgt:

$$\int_0^{\xi} \xi X_1 dx = \left\{ \begin{array}{l} - \Sigma \mathfrak{D} \mathfrak{D}_i \frac{\mathfrak{F} \lambda}{L c a} \frac{e^{-\beta t}}{\mu \mu_i} \\ + e^{-\beta_i t} \left[ \int_0^{\xi} [\varphi(x) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B} x)] X_1 dx + \Sigma \mathfrak{D} \mathfrak{D}_i \frac{\mathfrak{F} \lambda}{L c a} \right] \end{array} \right\}$$

$$\int_0^{\xi} \xi X_1 dx = \left\{ \begin{array}{l} \Sigma \mathfrak{D} \mathfrak{D}_i \frac{\mathfrak{F} \lambda}{L c a} \frac{1}{\mu \mu_i} (e^{-\beta_i t} - e^{-\beta t}) \\ + e^{-\beta_i t} \int_0^{\xi} [\varphi(x) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B} x)] X_1 dx \end{array} \right\} \dots (47)$$

Linker Hand des Gleichheitszeichens steht (wegen  $\xi$ ) eine Reihe, rechter Hand ebenfalls und noch das Integralglied. Denkt man sich, dass man diese Reihen ausschreibe, indem man für  $\beta$  und  $\mu$  alle individuellen Wurzelwerthe setzt, so müssen die Glieder, welche bestimmten individuellen Werthen entsprechen, gleich sein. Für  $\beta = \beta_i$ ,

und  $\mu = \mu_1$  gibt aber das Glied linker Hand  $\int_0^\varepsilon \xi_1 X_1 dx$  und der Ausdruck rechter Hand  $e^{-\beta_1 t} \int_0^\varepsilon [\varphi(x) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B} x)] X_1 dx$ . Man hat daher:

$$\int_0^\varepsilon \xi_1 X_1 dx = e^{-\beta_1 t} \int_0^\varepsilon [\varphi(x) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B} x)] X_1 dx \quad \dots (48)$$

Setzt man für  $\xi_1$  und  $X_1$  die Werthe  $e^{-\beta_1 t} X_1 = e^{-\beta_1 t} \mathfrak{D}_1 (m_1 \cos \mu_1 x + \sin \mu_1 x)$  und  $X_1 = \mathfrak{D}_1 (m_1 \cos \mu_1 x + \sin \mu_1 x)$  so wird (48):

$$\begin{aligned} & \int_0^\varepsilon e^{-\beta_1 t} \mathfrak{D}_1^2 (m_1 \cos \mu_1 x + \sin \mu_1 x)^2 dx \\ &= e^{-\beta_1 t} \int_0^\varepsilon [\varphi(x) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B} x)] \mathfrak{D}_1 (m_1 \cos \mu_1 x + \sin \mu_1 x) dx \end{aligned}$$

und hieraus folgt endlich:

$$\mathfrak{D}_1 = \frac{\int_0^\varepsilon [\varphi(x) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B} x)] (m_1 \cos \mu_1 x + \sin \mu_1 x) dx}{\int_0^\varepsilon (m_1 \cos \mu_1 x + \sin \mu_1 x)^2 dx} \quad \dots (49)$$

Weil aber für  $\beta_1$  und  $\mu_1$  jeder beliebige individuelle Wurzelwerth genommen werden konnte, so gibt dieser Ausdruck überhaupt jeden individuellen Werth von  $\mathfrak{D}$ . Man kann daher allgemein schreiben:

$$\mathfrak{D} = \frac{\int_0^\varepsilon [\varphi(x) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B} x)] (m \cos \mu x + \sin \mu x) dx}{\int_0^\varepsilon (m \cos \mu x + \sin \mu x)^2 dx} \quad \dots (50)$$

Das Integrale des Nenners kann ausgerechnet werden. Es ist:

$$(m \cos \mu x + \sin \mu x)^2 = m^2 \cos^2 \mu x + \sin^2 \mu x + 2 m \cos \mu x \sin \mu x$$

oder wegen  $\cos^2 \mu x = \frac{1}{2} (1 + \cos 2 \mu x)$ ,  $\sin^2 \mu x = \frac{1}{2} (1 - \cos 2 \mu x)$   
 $2 \sin \mu x \cos \mu x = \sin 2 \mu x$

$$\begin{aligned} (m \cos \mu x + \sin \mu x)^2 &= m^2 \frac{1}{2} (1 + \cos 2 \mu x) + \frac{1}{2} (1 - \cos 2 \mu x) + m \sin 2 \mu x \\ &= \frac{1}{2} (m^2 + 1) + \frac{1}{2} \cos 2 \mu x (m^2 - 1) + m \sin 2 \mu x \end{aligned}$$

daher:

$$\begin{aligned} &\int_0^\varepsilon (m \cos \mu x + \sin \mu x)^2 dx \\ &= \frac{1}{2} (m^2 + 1) \varepsilon + \frac{1}{2} \frac{m^2 - 1}{2 \mu} \sin 2 \mu \varepsilon + \frac{m}{2 \mu} (1 - \cos 2 \mu \varepsilon) \\ &\int_0^\varepsilon (m \cos \mu x + \sin \mu x)^2 dx \\ &= \frac{1}{2} \left[ (m^2 + 1) \varepsilon + \frac{m}{\mu} \right] + \frac{1}{2} \frac{m^2 - 1}{2 \mu} \sin 2 \mu \varepsilon - \frac{m}{2 \mu} \cos 2 \mu \varepsilon \end{aligned}$$

demnach erhält man endlich:

$$\mathfrak{D} = \frac{\int_0^\varepsilon [\varphi(x) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}x)] (m \cos \mu x + \sin \mu x) dx}{\frac{1}{2} \left[ (m^2 + 1) \varepsilon + \frac{m}{\mu} \right] + \frac{1}{4} \frac{m^2 - 1}{\mu} \sin 2 \mu \varepsilon - \frac{m}{2 \mu} \cos 2 \mu \varepsilon} \quad (51)$$

Es ist  $\mathfrak{B} = \int_0^\varepsilon \bar{\vartheta} dx \varrho c$ ,  $u = \bar{\vartheta} \varrho c$ ,  $\int_0^\varepsilon u dx$  die zur Zeit  $t$  in der Mauer enthaltene Wärmemenge; demnach:

$$\mathfrak{B} = \bar{\vartheta} \varrho c \int_0^\varepsilon \left[ \mathfrak{A} + \mathfrak{B}x + \sum e^{-\beta t} \mathfrak{D} (m \cos \mu x + \sin \mu x) \right] dx$$

oder

$$\mathfrak{B} = \bar{\vartheta} \varrho c \left[ \mathfrak{A} \varepsilon + \mathfrak{B} \frac{\varepsilon^2}{2} + \sum e^{-\beta t} \frac{\mathfrak{D}}{\mu} (m \sin \mu \varepsilon - \cos \mu \varepsilon + 1) \right]$$

Es ist aber wegen (36)

$$m \sin \mu \varepsilon - \cos \mu \varepsilon = \frac{\gamma_2}{\lambda \mu} (m \cos \mu \varepsilon + \sin \mu \varepsilon)$$

demnach wird  $\mathfrak{B}$ :

$$\mathfrak{B} = \bar{\vartheta} \varrho c \left[ \mathfrak{A} \varepsilon + \mathfrak{B} \frac{\varepsilon^2}{2} + \sum e^{-\beta t} \frac{\mathfrak{D}}{\mu} \frac{\gamma_2}{\lambda \mu} (m \cos \mu \varepsilon + \sin \mu \varepsilon) + \sum e^{-\beta t} \frac{\mathfrak{D}}{\mu} \right]$$

$$\mathfrak{B} = \bar{\vartheta} \varrho c \left[ \mathfrak{A} \varepsilon + \mathfrak{B} \frac{\varepsilon^2}{2} + \frac{\gamma_2}{\lambda} \sum e^{-\beta t} \frac{\mathfrak{D}}{\mu^2} (m \cos \mu \varepsilon + \sin \mu \varepsilon) + \sum e^{-\beta t} \frac{\mathfrak{D}}{\mu} \right]$$

Für  $t = 0$  ist demnach die in der Mauer enthaltene Wärmemenge  $\mathfrak{B}$ :

$$\mathfrak{W}_{t=0} = \mathfrak{F} \rho c_1 \left[ \mathfrak{H} \varepsilon + \mathfrak{B} \frac{\varepsilon^2}{2} + \frac{\gamma_2}{\lambda} \Sigma \frac{\mathfrak{D}}{\mu^2} (\text{m} \cos \mu \varepsilon + \sin \mu \varepsilon) + \Sigma \frac{\mathfrak{D}}{\mu} \right]$$

Diese Wärmemenge ist aber auch gleich

$$\int_0^{\varepsilon} \mathfrak{F} dx \rho c_1 \varphi(x) = \mathfrak{F} \rho c_1 \int_0^{\varepsilon} \varphi(x) dx$$

demnach erhalten wir:

$$\int_0^{\varepsilon} \varphi(x) dx = \mathfrak{H} \varepsilon + \mathfrak{B} \frac{\varepsilon^2}{2} + \frac{\gamma_2}{\lambda} \Sigma \frac{\mathfrak{D}}{\mu^2} (\text{m} \cos \mu \varepsilon + \sin \mu \varepsilon) + \Sigma \frac{\mathfrak{D}}{\mu} \quad (52)$$

**Vereinfachung der Resultate.** Durch die aufgefundenen Resultate ist zwar das vorgelegte Problem analytisch gelöst, allein diese Lösung ist für praktische Zwecke so viel wie keine Lösung, denn durch diesen Wust von Rechnungen ist man doch kaum im Stande, den Erwärmungszustand der Mauern und der eingeschlossenen Luft zu bestimmen. Wir wollen daher sehen, ob es nicht möglich ist, durch Annäherungen vorwärts zu dringen.

Wir betrachten zu diesem Behufe zunächst die transcendente Gleichung (36).

Setzt man zur Abkürzung  $\mu \varepsilon = x$ ,  $\mu \varepsilon \text{ tang } \mu \varepsilon = y$ , so findet man aus jener Gleichung (36):

$$y = x \text{ tang } x = \frac{x^2 \left( 1 + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right) - \frac{\mathfrak{F} \lambda \varepsilon \gamma_2 \varepsilon}{\text{Lac}}}{x^2 \frac{\lambda}{\gamma_1 \varepsilon} - \left( \frac{\mathfrak{F} \lambda \varepsilon}{\text{Lac}} + \frac{\gamma_2 \varepsilon}{\lambda} \right)} \quad \dots \quad (53)$$

Konstruirt man die beiden Kurven, die durch diesen Ausdruck bestimmt werden, so bestimmen die Abscissen ihrer Durchschnittspunkte die Wurzeln der transcendenten Gleichung (36):

Die Kurve  $k$ , deren Gleichung  $y = x \text{ tang } x$  ist, besteht aus unendlich vielen congruenten Parthien  $k_0, k_1, k_2, \dots$ , Tafel XVIII, Fig. 5, die nach oben und nach unten asymptotisch verlaufen. Die Kurve  $H$ , deren Gleichung die Form hat:

$$y = \frac{x^2 \alpha - \beta}{x^2 \alpha_1 - \beta_1}$$

besteht aus zwei Parthien  $H_1$  und  $H_2$ . Der Zweig  $H_1$  schneidet die Abscissenaxe in einem Punkt, dessen Abscisse gleich  $O_m = \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}$

ist, und fällt bei  $x = O_n = \sqrt{\frac{\beta_1}{\alpha_1}}$  asymptotisch herab. Der Zweig  $H_2$

beginnt bei  $x = 0_n = \sqrt{\frac{\beta_1}{\alpha_1}}$  mit einer vertikalen Assymptote und verläuft für  $x = \infty$  horizontal aus.

Man kann an der Figur erkennen, dass die Abscissen der Durchschnittspunkte  $a_0, a_1, a_2, \dots$  ausgedrückt werden können durch:

$$\varepsilon \mu = (2i + 1) \frac{\pi}{2} + \xi \dots \dots \dots (54)$$

wobei  $i$  jede beliebige positive ganze Zahl, 0 mit eingeschlossen und  $\xi$  eine im Verhältniss zu  $(2i + 1) \frac{\pi}{2}$  sehr kleine Grösse bezeichnet, die auf folgende Weise bestimmt wird. Es ist ganz genau  $\tan \varepsilon \mu = -\text{Cotg } \xi$ , die Gleichung (53) kann daher geschrieben werden

$$-\left[ (2i + 1) \frac{\pi}{2} + \xi \right] \text{Cotg } \xi = \frac{\left[ (2i + 1) \frac{\pi}{2} + \xi \right]^2 \left( 1 + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right) - \frac{\bar{\gamma} \lambda \varepsilon \gamma_2 \varepsilon}{\text{Lac } \lambda}}{\left[ (2i + 1) \frac{\pi}{2} + \xi \right]^2 \frac{\lambda}{\gamma_1 \varepsilon} - \left( \frac{\bar{\gamma} \lambda \varepsilon}{\text{Lac}} + \frac{\gamma_2 \varepsilon}{\lambda} \right)} \quad (55)$$

Vernachlässigt man  $\xi$  gegen  $(2i + 1) \frac{\pi}{2}$ , so wird dieser Ausdruck:

$$-\text{Cotg } \xi = \frac{1}{2i\pi} \frac{(2i + 1)^2 \left( \frac{\pi}{2} \right)^2 \left( 1 + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right) - \frac{\bar{\gamma} \lambda \varepsilon \gamma_2 \varepsilon}{\text{Lac } \lambda}}{(2i + 1)^2 \left( \frac{\pi}{2} \right)^2 \frac{\lambda}{\gamma_1 \varepsilon} - \left( \frac{\bar{\gamma} \lambda \varepsilon}{\text{Lac}} + \frac{\gamma_2 \varepsilon}{\lambda} \right)} \quad (56)$$

Wir wollen diese Formel auf einen speziellen Fall anwenden, um zu zeigen, dass die Annahme (54) zulässig ist.

Ein Raum von 1000<sup>Kbm</sup> sei umschlossen von Mauern von 1<sup>m</sup> Dicke und 600<sup>qm</sup> Oberfläche. In diesem Fall ist zu setzen, wenn die Stunde als Zeiteinheit angenommen wird:

$$\begin{aligned} \bar{\gamma} &= 600, & L &= 1000 \times 1.3 = 1300^{\text{Kkg}}, & c &= 0.237, & c_1 &= 0.2 \\ \gamma_1 &= \gamma_2 = 18, & \lambda &= 0.8, & e &= 2000, & a &= \frac{\lambda}{c_1 e} = \frac{1}{500}, & \varepsilon &= 1^{\text{m}} \\ & & \frac{\lambda}{\gamma_1} &= 0.04, & \frac{\gamma_2}{\lambda} &= 22.5, & \frac{\bar{\gamma} \lambda}{\text{Lac}} &= 800 \end{aligned}$$

und man findet:

$$-\text{Cotg } \xi = \frac{31.8}{2i + 1} \frac{(2i + 1)^2 - 3648}{(2i + 1)^2 - 8335} \dots \dots \dots (57)$$

Für $i =$	0	1	2	3	4	5	...	$\infty$
wird $\text{Cotg } \xi =$	-14	-4.6	-3	-2	-1.5	-1.2	...	0
$\xi =$	-4°	-12°	-18°	-26°	-33°	-40°	...	90°
$\frac{(2i + 1) \frac{\pi}{2} + \xi}{(2i + 1) \frac{\pi}{2}} =$	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	...	1.00



Hieraus sieht man, dass die Annahme (54) zulässig ist und dass man sogar setzen kann:

$$\mu \varepsilon = (2i+1) \frac{\pi}{2} + \xi = 0.96(2i+1) \frac{\pi}{2} \dots (57)$$

Für diesen Werth von  $\mu \varepsilon$  wird

$$m = \frac{\lambda \mu}{\gamma_1} - \frac{\mathfrak{F} \lambda}{\text{Lac}} \frac{1}{\mu} = 0.06(2i+1) \frac{1}{\varepsilon} - \frac{533 \varepsilon}{2i+1} \dots (58)$$

und nun findet man

für i =	1	2	4	10	46	100	144	200	500
$\mu \varepsilon =$	4.5	7.5	13.5	31.5	141	302	433	601	1500
m =	-176	-106	-58	-25	0	+9.4	+15.5	+22.7	+60

Die Grösse m hat also sowohl für kleine als auch für grosse Werthe von i einen grossen numerischen Werth. Für  $i=46$  wird jedoch  $m=0$  und in der Nähe von  $i=46$  wird m sehr klein.

Berechnen wir noch den Werth der Exponentialgrösse  $e^{-\beta t}$  welche in unseren Formeln erscheint. Es ist:

$$\beta = a \mu^2 = \frac{\lambda}{c_1 \varrho} \left[ \frac{0.96(2i+1) \frac{\pi}{2}}{\varepsilon} \right]^2$$

$$\beta = \frac{(2i+1)^2}{222} \text{ demnach } e^{-\beta t} = e^{-\frac{(2i+1)^2 t}{222}} \dots (59)$$

Man findet:

für i =	0	7	46	100
$\mu \varepsilon =$	1.5	22.5	141	302
m =	-533	-34	0	+9.4
$\beta =$	122	1	39	182

Aus diesen Werthen von  $\beta$  ersieht man, dass in der Summe alle Glieder vernachlässigt werden dürfen, für welche i gleich oder grösser als 7 ist. Hierdurch werden aber unsere allgemeinen Ausdrücke ungemein vereinfacht, denn nun wird vermöge des Ausdrucks (51), wenn m numerisch gross ist,

$$m \mathfrak{D} = \frac{2}{\varepsilon} \int_0^{\varepsilon} [\varphi(x) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}x)] \cos \mu x dx \dots (60)$$

$$\frac{\mathfrak{D}}{\mu} = \frac{2}{\varepsilon} \frac{\int_0^{\varepsilon} [\varphi(x) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}x)] \cos \mu x dx}{\frac{0.09(2i+1)^2}{\varepsilon^2} - 800}$$

oder auch, weil  $2i+1$  nicht grösser als 15 genommen zu werden braucht

$$\frac{\mathfrak{D}}{\mu} = -\frac{1}{400\varepsilon} \int_0^\varepsilon [\varphi(x) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}x)] \cos \mu x dx \quad \dots \quad (61)$$

oder auch, weil  $m\mu$  gleich  $-\frac{\mathfrak{F}\lambda}{Lac}$  wird, wenn  $i$  nicht grösser als 7 ist

$$\frac{\mathfrak{D}}{\mu} = -\frac{Lac}{\mathfrak{F}\lambda} \frac{2}{\varepsilon} \int_0^\varepsilon [\varphi(x) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}x)] \cos \mu x dx \quad \dots \quad (62)$$

Wir erhalten nunmehr folgende Resultate:

$$\mu\varepsilon = 0.96(2i+1) \frac{\pi}{2}$$

$$u = \mathfrak{A} + \mathfrak{B}x$$

$$\left\{ +\frac{2}{\varepsilon} \Sigma e^{-\frac{0.96\pi^2\lambda}{4c_1\rho\varepsilon^2}(2i+1)^2 t} \left\{ \cos \mu x \int_0^\varepsilon [\varphi(x) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}x)] \cos \mu x dx \right\} \right\} \quad (63)$$

$$\left\{ T = \mathfrak{T} + \frac{W}{\mathfrak{F}} \left( \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{\varepsilon}{\lambda} \right) + \frac{2}{\varepsilon} \Sigma e^{-\frac{0.96\pi^2\lambda}{4c_1\rho\varepsilon^2}(2i+1)^2 t} \left\{ \int_0^\varepsilon [\varphi(x) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}x)] \cos \mu x dx \right\} \right\} \quad (64)$$

Diese zwei Gleichungen sind nicht im Widerspruch; sie harmoniren, denn setzt man in (63)  $x=0$ , so wird  $u=A$ , demnach

$$A = \mathfrak{A} + \frac{2}{\varepsilon} \Sigma e^{-\beta t} \int_0^\varepsilon [\varphi(x) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}x)] \cos \mu x dx$$

Zieht man diesen Ausdruck von T ab, so findet man:

$$T - A = \mathfrak{T} + \frac{W}{\mathfrak{F}} \left( \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{\varepsilon}{\lambda} \right) - \mathfrak{A}$$

oder wegen (12)

$$T - A = \frac{W}{\mathfrak{F}} \frac{1}{\gamma_1}, \quad W = \mathfrak{F} \gamma_1 (T - A)$$

was richtig ist.

Für die früher angegebenen numerischen Daten wird:

$$u = \mathfrak{A} + \mathfrak{B}x + \frac{2}{\varepsilon} \Sigma e^{-\left(\frac{2i+1}{\varepsilon}\right)^2 \frac{t}{222}} \left\{ \cos \mu x \int_0^\varepsilon [\varphi(x) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}x)] \cos \mu x dx \right\} \quad (65)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T = \mathfrak{X} + \frac{W}{\mathfrak{B}} \left( \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{\varepsilon}{\lambda} \right) \\ + \frac{2}{\varepsilon} \Sigma e^{-\left(\frac{2i+1}{\varepsilon}\right)^2 \frac{t}{222}} \int_0^{\varepsilon} [\varphi(x) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}x)] \cos \mu x dx \end{array} \right\} \dots (66)$$

$$\mu \varepsilon = 0.96 (2i+1) \frac{\pi}{2} \dots \dots \dots (67)$$

Wir wollen diese Ergebnisse noch mehr spezialisiren, indem wir annehmen, dass die Temperatur in allen Punkten der Mauer, so wie auch die Temperatur der eingeschlossenen Luft beim Beginn der Anheizung constant und gleich der äusseren Lufttemperatur ist. Wir setzen also:

$$\varphi(x) = \mathfrak{X}, \quad T_0 = \mathfrak{X} \dots \dots \dots (68)$$

und dann wird:

$$\begin{aligned} \int_0^{\varepsilon} [\varphi(x) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}x)] \cos \mu x dx &= \int_0^{\varepsilon} (\mathfrak{X} - \mathfrak{A} - \mathfrak{B}x) \cos \mu x dx \\ &= (\mathfrak{X} - \mathfrak{A}) \int_0^{\varepsilon} \cos \mu x dx - \mathfrak{B} \int_0^{\varepsilon} x \cos \mu x dx \\ &= (\mathfrak{X} - \mathfrak{A}) \frac{\sin \mu \varepsilon}{\mu} - \mathfrak{B} \left( \frac{\varepsilon \sin \mu \varepsilon}{\mu} + \frac{\cos \mu \varepsilon - 1}{\mu^2} \right) \\ &= (\mathfrak{X} - \mathfrak{A} - \mathfrak{B} \varepsilon) \frac{\sin \mu \varepsilon}{\mu} - \mathfrak{B} \frac{\cos \mu \varepsilon - 1}{\mu^2} \end{aligned}$$

und wegen (12) und (13):

$$= - \frac{W}{\mathfrak{B} \gamma_2} \frac{\sin \mu \varepsilon}{\mu} + \frac{W}{\mathfrak{B} \lambda} \frac{\cos \mu \varepsilon - 1}{\mu^2}$$

Hierdurch wird (65) und (66):

$$\left\{ \begin{array}{l} u = \mathfrak{A} + \mathfrak{B}x \\ + \frac{2}{\varepsilon} \frac{W}{\mathfrak{B} \gamma_2} \Sigma e^{-\left(\frac{2i+1}{\varepsilon}\right)^2 \frac{t}{222}} \frac{\cos \mu x}{\mu} \left[ \frac{\gamma_2}{\lambda \mu} (\cos \mu \varepsilon - 1) - \sin \mu \varepsilon \right] \end{array} \right\} (69)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T = \mathfrak{X} + \frac{W}{\mathfrak{B}} \left( \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{\varepsilon}{\lambda} \right) \\ + \frac{2}{\varepsilon} \frac{W}{\mathfrak{B} \gamma_2} \Sigma e^{-\left(\frac{2i+1}{\varepsilon}\right)^2 \frac{t}{222}} \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\gamma_2}{\lambda \mu} (\cos \mu \varepsilon - 1) - \sin \mu \varepsilon \right] \end{array} \right\} (70)$$

oder besser geschrieben

$$\left\{ \begin{array}{l} u = \mathfrak{A} + \mathfrak{B}x \\ -2 \frac{W}{\mathfrak{F} \gamma_2} \Sigma e^{-\left(\frac{2i+1}{\varepsilon}\right)^2 \frac{t}{222}} \frac{\cos \mu x}{\mu \varepsilon} \left[ \sin \mu \varepsilon + \frac{\gamma_2}{\lambda \mu} (1 - \cos \mu \varepsilon) \right] \end{array} \right\} \quad (69)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T = \mathfrak{Z} + \frac{W}{\mathfrak{F}} \left( \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{\varepsilon}{\lambda} \right) \\ -2 \frac{W}{\mathfrak{F} \gamma_2} \Sigma e^{-\left(\frac{2i+1}{\varepsilon}\right)^2 \frac{t}{222}} \frac{1}{\mu \varepsilon} \left[ \sin \mu \varepsilon + \frac{\gamma_2}{\lambda \mu} (1 - \cos \mu \varepsilon) \right] \end{array} \right\} \quad (70)$$

Wir wollen diese Ausdrücke einer Prüfung durch eine numerische Rechnung unterwerfen.

Für die früher angegebenen Daten, nämlich für:

$$\mathfrak{F} = 600, \quad L = 1300, \quad c = 0.237, \quad c_1 = 0.2, \quad \gamma_1 = \gamma_2 = 18, \quad \lambda = 0.8$$

$$e = 2000, \quad a = \frac{\lambda}{c_1 e} = \frac{1}{500}, \quad \varepsilon = 1, \quad \frac{\lambda}{\gamma_1} = 0.04, \quad \frac{\gamma_2}{\lambda} = 22.5$$

$\frac{\mathfrak{F} \lambda}{L a c} = 800$  und wenn man annimmt:  $\mathfrak{Z} = -16^\circ$ ,  $T_1 = +16^\circ$ , findet man:

$$\frac{W}{\mathfrak{F}} = \frac{T_1 - \mathfrak{Z}}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{\varepsilon}{\lambda}} = 23.5, \quad \frac{W}{\mathfrak{F} \gamma_2} = 1.3, \quad \frac{2}{\varepsilon} \frac{W}{\mathfrak{F} \gamma_2} = 2.6$$

	i = 0	1	2	3	4	5		
$\overline{\mu \varepsilon}^0 =$	90-3.6	3×90-11	5×90-18	7×90-25	9×90-32	11×90-40		
$\overline{\mu \varepsilon} =$	1.5	4.5	7.5	10.5	13.5	16.5		
$\frac{\gamma_2}{\lambda \mu} =$	15	5	3	2.14	1.66	1.36		
$\beta =$	$\frac{1}{222}$	$\frac{1}{24.6}$	$\frac{1}{8.8}$	$\frac{1}{4.53}$	$\frac{1}{2.74}$	$\frac{1}{1.83}$		
$\sin \mu \varepsilon =$	+0.99	-0.98	+0.95	-0.90	+0.84	-0.77		
$1 - \cos \mu \varepsilon =$	0.939	1.19	0.69	1.42	0.47	1.64		
$\frac{\sin \mu \varepsilon + \frac{\gamma_2}{\lambda \mu} (1 + \cos \mu \varepsilon)}{\mu \varepsilon}$			10	1.1	0.4	0.20	0.12	0.09

Setzen wir in (70)  $t = 0$ , so wird  $T = \mathfrak{Z}$ , demnach muss werden

$$\frac{W}{\mathfrak{F}} \left( \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{\varepsilon}{\lambda} \right) = 2 \frac{W}{\mathfrak{F} \gamma_2} \Sigma \frac{\sin \mu \varepsilon + \frac{\gamma_2}{\lambda \mu} (1 - \cos \mu \varepsilon)}{\mu \varepsilon}$$

Es ist aber

$$\frac{W}{\delta} \left( \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{\varepsilon}{\lambda} \right) = 32$$

dagegen

$$2 \frac{W}{\delta \gamma_2} \sum \frac{\sin \mu \varepsilon + \frac{\lambda_2}{\mu \varepsilon} (1 - \cos \mu \varepsilon)}{\mu \varepsilon} = 2 \cdot 6 (10 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 4 + 0 \cdot 12 + 0 \cdot 09 +) \\ = 33^\circ$$

was gewiss sehr gut stimmt, wenn man berücksichtigt, dass die transcendente Gleichung nur annähernd gelöst worden ist.

Berechnen wir noch vermittelst (70) die Temperaturen für verschiedene Werthe von  $t$

$$t = 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \text{ Stunden} \\ T = -16^\circ \dots \dots \dots + 5^\circ$$

Man kann in der Vereinfachung der Ausdrücke für  $u$  und  $T$  noch weiter gehen. Wie diese numerische Rechnung zeigt, ist nur das dem Werth  $i = 0$  entsprechende Glied der Summe  $\Sigma$  von Belang, man begeht daher keinen merklichen Fehler, wenn wir von der Summe nur das erste Glied (für  $i = 0$ ) nehmen.

Unter dieser Voraussetzung erhalten wir:

$$u = \mathfrak{A} + \mathfrak{B} x - 24 \cdot 6 \frac{W}{\delta \gamma_2} \cos \left( 86 \cdot 4 \frac{x}{\varepsilon} \right) e^{-\frac{t}{222 \varepsilon^2}}$$

$$T = \mathfrak{X} + \frac{W}{\delta} \left( \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{\varepsilon}{\lambda} \right) - 24 \cdot 6 \frac{W}{\delta \gamma_2} e^{-\frac{t}{222 \varepsilon^2}}$$

Hieraus folgt auch

$$W = \frac{(T - \mathfrak{X}) \delta}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{\varepsilon}{\lambda} - \frac{24 \cdot 6}{\gamma_2} e^{-\frac{t}{222 \varepsilon^2}}}$$

Diese Gleichung bestimmt die Wärmemenge, welche während des Anheizens in jeder Stunde entwickelt werden muss, damit nach Verlauf der Zeit von  $t$  Stunden eine Temperatur  $T$  eintritt. Nennt man  $w_t$  die Wärmemenge, welche im Beharrungszustand (beim Nachheizen) in jeder Stunde entwickelt werden muss, damit die Temperatur  $T$ , nachdem sie einmal eingetreten ist, dauernd verbleibt, so ist:

$$w_t = \frac{\delta (T - \mathfrak{X})}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{\varepsilon}{\lambda}}$$

dennach wird:

$$\frac{W}{W_1} = \frac{1}{1 - \frac{24 \cdot 6}{\gamma_1 \left( \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{\varepsilon}{\lambda} \right)} e^{-\frac{t}{222 \varepsilon^2}}} = \frac{1}{1 - e^{-\frac{t}{222 \varepsilon^2}}}$$

oder annähernd, weil  $e^{-\frac{t}{222 \varepsilon^2}} = 1 - \frac{t}{222 \varepsilon^2}$  gesetzt werden kann, so lange  $t$  nicht gross ist,

$$\frac{W}{W_1} = \frac{222 \varepsilon^2}{t}$$

und

$$W = \frac{\mathfrak{F} (T - \mathfrak{E})}{\left( \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{\varepsilon}{\lambda} \right) \left( 1 - e^{-\frac{t}{222 \varepsilon^2}} \right)}$$

$$W = \frac{\mathfrak{F} (T - \mathfrak{E}) 222 \varepsilon^2}{\left( \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{\varepsilon}{\lambda} \right) t}$$

**Gleichzeitiges Anheizen und Ventiliren.** Wir wollen noch den Fall behandeln, wenn während der Anheizung auch gleichzeitig ventilirt wird. Auch wollen wir annehmen, dass die Umschliessungsflächen theils aus Mauern, theils aus Glasfenstern bestehen.

Es sei  $\mathfrak{F}$  die Mauerflächen,  $\mathfrak{F}_1$  die Fensterflächen,  $k$  der Wärmedurchgangscoeffizient für die Mauer,  $k_1$  der Coefficient für den Durchgang der Wärme durch die Glasfenster,  $l$  die Luftmenge in Kilogrammen, welche in jeder Stunde durch die Ventilationseinrichtung dem Raum im erwärmten Zustand zugeführt, und in jeder Stunde abgeleitet wird,  $\eta$  die Temperatur der zugeleiteten Luft,  $\tau$  zur Zeit  $t$  die Temperatur der entweichenden Luft. Wir wollen auch noch annehmen, dass der Raum auch noch durch eine Ofenheizung stündlich  $w$  Wärmeinheiten erhalte.

Unter diesen Umständen wird die Aufgabe durch folgende Gleichungen charakterisirt:

$$\frac{d u}{d t} = a \frac{d^2 u}{d x^2} \dots \dots \dots (1)$$

$$a = \frac{\lambda}{c_1 \rho} \dots \dots \dots (2)$$

$$\left( \frac{d u}{d x} \right)_{x = \varepsilon} + \frac{\gamma_2}{\lambda} (\vartheta - \mathfrak{E}) = 0 \dots \dots \dots (3)$$

$$\left(\frac{du}{dx}\right)_{x=0} + \frac{\gamma_1}{\lambda} (T - A) = 0 \dots \dots \dots (4)$$

$$W dt + l c (\gamma - T) dt - L c d T = (T - A) \gamma_1 \delta dt + \gamma_1 k_1 (T - \mathfrak{Z}) dt \quad (5)$$

$$\text{Für } t=0 \text{ soll sein } T = T_0, u = \varphi(x) \dots \dots \dots (6)$$

Der Gleichung (1) wird entsprochen, wenn man setzt:

$$u = \mathfrak{A} + \mathfrak{B} x + \Sigma e^{-\beta t} (\mathfrak{G} \cos \mu x + \mathfrak{D} \sin \mu x) \dots \dots (7)$$

Hieraus folgt, weil für  $x=0$ ,  $u=A$  und für  $x=\varepsilon$ ,  $u=\Theta$  werden soll:

$$A = \mathfrak{A} + \Sigma e^{-\beta t} \mathfrak{G} \dots \dots \dots (8)$$

$$\Theta = \mathfrak{A} + \mathfrak{B} \varepsilon + \Sigma e^{-\beta t} (\mathfrak{G} \cos \mu \varepsilon + \mathfrak{D} \sin \mu \varepsilon) \dots \dots (9)$$

Durch Differenziation von (7) erhält man:

$$\frac{du}{dx} = \mathfrak{B} - \Sigma e^{-\beta t} \mu (\mathfrak{G} \sin \mu x - \mathfrak{D} \cos \mu x) \dots \dots (10)$$

demnach:

$$\left(\frac{du}{dx}\right)_{x=0} = \mathfrak{B} + \Sigma e^{-\beta t} \mu \mathfrak{D} \dots \dots \dots (11)$$

$$\left(\frac{du}{dx}\right)_{x=\varepsilon} = \mathfrak{B} - \Sigma e^{-\beta t} \mu (\mathfrak{G} \sin \mu \varepsilon - \mathfrak{D} \cos \mu \varepsilon) \dots \dots (12)$$

Vermittelst dieser Ausdrücke (9) und (12) wird die Gleichung (3):

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{B} - \Sigma e^{-\beta t} \mu (\mathfrak{G} \sin \mu \varepsilon - \mathfrak{D} \cos \mu \varepsilon) \\ + \frac{\gamma_2}{\lambda} \left[ \mathfrak{A} + \mathfrak{B} \varepsilon + \Sigma e^{-\beta t} (\mathfrak{G} \cos \mu \varepsilon + \mathfrak{D} \sin \mu \varepsilon) - \mathfrak{Z} \right] \end{array} \right\} = 0$$

Da diese Gleichung für jeden Werth von  $t$  bestehen muss, hat man:

$$\mathfrak{B} + \frac{\gamma_2}{\lambda} (\mathfrak{A} + \mathfrak{B} \varepsilon - \mathfrak{Z}) = 0 \dots \dots \dots (13)$$

$$- \mu (\mathfrak{G} \sin \mu \varepsilon - \mathfrak{D} \cos \mu \varepsilon) + \frac{\gamma_2}{\lambda} (\mathfrak{G} \cos \mu \varepsilon + \mathfrak{D} \sin \mu \varepsilon) = 0$$

Hieraus folgt:

$$\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{D}} = \frac{\cos \mu \varepsilon + \frac{\gamma_2}{\lambda \mu} \sin \mu \varepsilon}{\sin \mu \varepsilon - \frac{\gamma_2}{\lambda \mu} \cos \mu \varepsilon} \dots \dots \dots (14)$$

Vermittelst (8) und (11) wird die Gleichung (4):

$$T = \mathfrak{A} - \frac{\lambda}{\gamma_1} \mathfrak{B} + \Sigma e^{-\beta t} \left( \mathfrak{G} - \frac{\lambda}{\gamma_1} \mu \mathfrak{D} \right) . . . (15)$$

Das Differentiale dieses Ausdruckes nach  $t$  gibt:

$$\frac{dT}{dt} = -\Sigma e^{-\beta t} \beta \left( \mathfrak{G} - \frac{\lambda}{\gamma_1} \mu \mathfrak{D} \right) . . . . (16)$$

(15) und (16) in (5) eingeführt, findet man:

$$(W + 1c\eta + \mathfrak{F}_1, k, \mathfrak{Z}) - (1c + \gamma_1, \mathfrak{F} + k_1, \mathfrak{F}_1) \left[ \mathfrak{A} - \frac{\lambda}{\gamma_1} \mathfrak{B} + \Sigma e^{-\beta t} \left( \mathfrak{G} - \frac{\lambda}{\gamma_1} \mu \mathfrak{D} \right) \right] \\ + Lc \Sigma e^{-\beta t} \beta \left( \mathfrak{G} - \frac{\lambda}{\gamma_1} \mu \mathfrak{D} \right) + \gamma_1 \mathfrak{F} \left( \mathfrak{A} + \Sigma e^{-\beta t} \mathfrak{G} \right) = 0$$

Da auch diese Gleichung für jeden Werth von  $t$  bestehen soll, so hat man:

$$W + 1c\eta + \mathfrak{F}_1, k_1 \mathfrak{Z} - (1c + \gamma_1, \mathfrak{F} + k_1, \mathfrak{F}_1) \left( \mathfrak{A} - \frac{\lambda}{\gamma_1} \mathfrak{B} \right) + \gamma_1 \mathfrak{F} \mathfrak{A} = 0 \quad (17) \\ - (1c + \gamma_1, \mathfrak{F} + k_1, \mathfrak{F}_1) \left( \mathfrak{G} - \frac{\lambda}{\gamma_1} \mu \mathfrak{D} \right) + Lc \beta \left( \mathfrak{G} - \frac{\lambda}{\gamma_1} \mu \mathfrak{D} \right) + \gamma_1 \mathfrak{F} \mathfrak{G} = 0$$

Hieraus folgt:

$$\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{D}} = \frac{\lambda}{\gamma_1} \mu \frac{Lc \beta - 1c - \gamma_1 \mathfrak{F} - k_1 \mathfrak{F}_1}{Lc \beta - 1c - k_1 \mathfrak{F}_1}$$

oder weil  $\beta = a \mu^2$  ist:

$$\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{D}} = \frac{\lambda}{\gamma_1} \mu \frac{Lc a \mu^2 - (1c + \gamma_1, \mathfrak{F} + k_1, \mathfrak{F}_1)}{Lc a \mu^2 - (1c + k_1, \mathfrak{F}_1)} . . . (18)$$

Setzt man (14) gleich (18), so ergibt sich für  $\mu$  die transcendente Gleichung:

$$\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{D}} = m = \mu \frac{\lambda}{\gamma_1} \frac{\mu^2 - \frac{1c + \gamma_1, \mathfrak{F} + k_1, \mathfrak{F}_1}{Lc}}{\mu^2 - \frac{1c + k_1, \mathfrak{F}_1}{Lc}} = \frac{\cos \mu \varepsilon + \frac{\gamma_2}{\lambda \mu} \sin \mu \varepsilon}{\sin \mu \varepsilon - \frac{\gamma_2}{\lambda \mu} \cos \mu \varepsilon} \quad (19)$$

Setzt man zur Abkürzung

$$\left. \begin{aligned} \frac{1c + \gamma_1, \mathfrak{F} + k_1, \mathfrak{F}_1}{Lc} &= b \\ \frac{1c + k_1, \mathfrak{F}_1}{Lc} &= b_1 \end{aligned} \right\} . . . . (20)$$

so wird (19):

$$\mu \frac{\lambda}{\gamma_1} \frac{\mu^2 - b}{\mu^2 - b_1} = \frac{1 + \frac{\gamma_2}{\lambda \mu} \tan \mu \varepsilon}{\tan \mu \varepsilon - \frac{\gamma_2}{\lambda \mu}} . . . . (21)$$



Hieraus folgt:

$$\mu \varepsilon \operatorname{tang} \mu \varepsilon = \frac{1 + \frac{\gamma_2 \mu^2 - b}{\gamma_1 \mu^2 - b_1}}{\mu \frac{\lambda}{\gamma_1} \frac{\mu^2 - b}{\mu^2 - b_1} - \frac{\gamma_2}{\mu \lambda}} \mu \varepsilon \quad \dots \quad (22)$$

$$\mu \varepsilon \operatorname{tang} \mu \varepsilon = \frac{\mu^2 \left(1 + \frac{\gamma_2}{\gamma_1}\right) - \left(b_1 + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} b\right)}{\mu^2 \frac{\lambda}{\gamma_1} (\mu^2 - b) - \frac{\gamma_2}{\lambda} (\mu^2 - b_1)} \mu^3 \varepsilon \quad \dots \quad (23)$$

Nun handelt es sich abermals um die Einführung des Initial-Zustandes.

Behandelt man auch in diesem Falle die Differenzialgleichung nach dem von *Poisson* gelehrt und Seite 401 angewendeten Verfahren, so gelangt man auch hier zur Gleichung (38), Seite 402, und man findet, dass auch hier die in der grossen Klammer der Gleichung (38) enthaltenen trigonometrischen Ausdrücke verschwinden, dass dagegen

$$-\mu m_1 + \mu_1 m = \mu \mu_1 \frac{\lambda}{\gamma_1} \left( \frac{\mu^2 - b}{\mu^2 - b_1} - \frac{\mu_1^2 - b}{\mu_1^2 - b_1} \right)$$

und man findet statt der Gleichung (41), Seite 403:

$$\frac{d}{dt} \int_0^\varepsilon X_1 \xi dx = \Sigma \mathfrak{D} \mathfrak{D}_1 e^{-\beta t} \mu \mu_1 \frac{\lambda}{\gamma_1} \left( \frac{\mu^2 - b}{\mu^2 - b_1} - \frac{\mu_1^2 - b}{\mu_1^2 - b_1} \right) - a \mu_1^2 \int_0^\varepsilon X_1 dx$$

Hieraus folgt:

$$\int_0^\varepsilon X_1 \xi dx = + \Sigma \mathfrak{D} \mathfrak{D}_1 \frac{e^{-\beta t}}{\beta_1 - \beta} \mu \mu_1 \frac{\lambda}{\gamma_1} \left( \frac{\mu^2 - b}{\mu^2 - b_1} - \frac{\mu_1^2 - b}{\mu_1^2 - b_1} \right) + \mathfrak{G} e^{-\beta_1 t}$$

Für  $t = 0$  soll  $\mu = \varphi(x)$ , mithin  $\xi = \varphi(x) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}x)$  werden, daher erhält man:

$$\int_0^\varepsilon [\varphi(x) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}x)] X_1 dx = \Sigma \mathfrak{D} \mathfrak{D}_1 \frac{1}{\beta_1 - \beta} \mu \mu_1 \frac{\lambda}{\gamma_1} \left( \frac{\mu^2 - b}{\mu^2 - b_1} - \frac{\mu_1^2 - b}{\mu_1^2 - b_1} \right) + \mathfrak{G}$$

Durch Elimination von  $\mathfrak{G}$  folgt aus diesen zwei Gleichungen:

$$\int_0^\varepsilon X_1 \xi dx = \left\{ \begin{array}{l} \Sigma \mathfrak{D} \mathfrak{D}_1 \frac{e^{-\beta t} - e^{-\beta_1 t}}{\beta_1 - \beta} \mu \mu_1 \frac{\lambda}{\gamma_1} \left( \frac{\mu^2 - b}{\mu^2 - b_1} - \frac{\mu_1^2 - b}{\mu_1^2 - b_1} \right) \\ + e^{-\beta_1 t} \int_0^\varepsilon [\varphi(x) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}x)] X_1 dx \end{array} \right\}$$

Setzt man für das allgemeine  $\beta$  und  $\mu$  die individuellen Werthe

$\beta$ , und  $\mu$ , so verschwindet das Summenglied welchem  $\beta = \beta_1$  entspricht; wir erhalten daher:

$$\int_0^{\varepsilon} X_1 \xi_1 dx = e^{-\beta_1 t} \int_0^{\varepsilon} [\varphi(x) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}x)] X_1 dx$$

und wenn man

$$X_1 = \mathfrak{D}_1 (m_1 \cos \mu_1 x + \sin \mu_1 x)$$

$$\xi_1 = e^{-\beta_1 t} (m_1 \cos \mu_1 x + \sin \mu_1 x) \mathfrak{D}_1$$

setzt,

$$\begin{aligned} & \int_0^{\varepsilon} e^{-\beta_1 t} \mathfrak{D}_1^2 (m_1 \cos \mu_1 x + \sin \mu_1 x)^2 dx \\ &= e^{-\beta_1 t} \int_0^{\varepsilon} [\varphi(x) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}x)] \mathfrak{D}_1 (m_1 \cos \mu_1 x + \sin \mu_1 x) dx \end{aligned}$$

und hieraus folgt endlich:

$$\mathfrak{D} = \frac{\int_0^{\varepsilon} [\varphi(x) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}x)] (m \cos \mu x + \sin \mu x) dx}{\int_0^{\varepsilon} (m \cos \mu x + \sin \mu x)^2 dx} \quad \dots (24)$$

Aus den Gleichungen (13) und (17) findet man für  $\mathfrak{A}$  und  $\mathfrak{B}$  folgende Werthe:

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{Z} + \frac{\left(1 + \frac{\gamma_2}{\lambda} \varepsilon\right) (W + 1 c \eta - \mathfrak{Z} 1 c)}{\left(1 + \frac{\gamma_2}{\lambda} \varepsilon\right) (1 c + k_1 \mathfrak{F}_1) + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} (1 c + \gamma_1 \mathfrak{F} + k_1 \mathfrak{F}_1)} \quad \dots (25)$$

$$\mathfrak{B} = - \frac{\frac{\gamma_2}{\lambda} (W + 1 c \eta - \mathfrak{Z} 1 c)}{\left(1 + \frac{\gamma_2}{\lambda} \varepsilon\right) (1 c + k_1 \mathfrak{F}_1) + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} (1 c + \gamma_1 \mathfrak{F} + k_1 \mathfrak{F}_1)} \quad \dots (26)$$

Hiermit ist unsere Aufgabe in analytischer Hinsicht gelöst und es kommt nun weiter darauf an, die Lösung für praktische Rechnungen zu vereinfachen, was durch eine angenäherte Auflösung der transcendenten Gleichung geschehen kann.

**Auflösung der transcendenten Gleichung.** Diese Gleichung (23) ist:

$$\mu \varepsilon \operatorname{tang} \mu \varepsilon = \frac{\mu^2 \left(1 + \frac{\gamma_2}{\gamma_1}\right) - \left(b_1 + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} b\right)}{\mu^2 \frac{\lambda}{\gamma_1} (\mu^2 - b) - \frac{\gamma_2}{\lambda} (\mu^2 - b_1)} \mu^2 \varepsilon \quad \dots (23)$$

Alles was im vorhergehenden Problem über die Auflösung der transcendenten Gleichung (53), Seite 407, gesagt wurde, findet auf die vorliegende Gleichung seine Anwendung.

Wir dürfen annehmen, dass der Gleichung (23) ein Genüge geleistet wird, wenn man setzt:

$$\mu \varepsilon = (2i+1) \frac{\pi}{2} + \zeta \dots \dots \dots (27)$$

wobei  $\zeta$  eine im Verhältniss zu  $(2i+1) \frac{\pi}{2}$  kleine Grösse bezeichnet, und  $i$  jede ganze positive Zahl (Null mit eingeschlossen) bedeutet.

Nun ist:

$$\operatorname{tang} \mu \varepsilon = \operatorname{tang} \left[ (2i+1) \frac{\pi}{2} + \zeta \right] = -\operatorname{Cotg} \zeta$$

Führt man diesen Werth von  $\operatorname{tang} \mu \varepsilon$  in die Gleichung (23) ein und setzt für  $\mu$ ,  $(2i+1) \frac{\pi}{2}$ , vernachlässiget demnach  $\zeta$ , so findet man:

$$\left. \begin{aligned} -\operatorname{Cotg} \zeta &= (2i+1) \frac{\pi}{2} \times \\ &\left\{ \frac{\left[ (2i+1) \frac{\pi}{2} \right]^2 \left( 1 + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right) - \left( b_1 + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} b \right)}{\left[ (2i+1) \frac{\pi}{2} \right]^2 \frac{\lambda}{\gamma_1} \left\{ \left[ (2i+1) \frac{\pi}{2} \right]^2 - b \right\} - \frac{\gamma_2}{\lambda} \left\{ \left[ (2i+1) \frac{\pi}{2} \right]^2 - b_1 \right\}} \right\} \end{aligned} \right\} (28)$$

Diese Gleichung gibt annähernd den Werth der Korrektur  $\zeta$ .

**Das Erkalten.** Betrachten wir nun den Vorgang der Abkühlung eines Raumes und der denselben einschliessenden Wände.

Die Abkühlung beginnt von dem Augenblick an, in welchem die Heizung aufhört, also von dem Augenblick an, in welchem die Luft des Raumes keine Wärme empfängt. Hat die Heizung, welche der Abkühlung vorherging, lange genug gedauert, so ist am Anfang der Abkühlung ein Beharrungszustand vorhanden, für welchen man hat, Tafel XVIII, Fig. 6,

$$W = (T_1 - \Delta_1) \gamma_1 \bar{\delta} = (\Theta_1 - \mathfrak{X}) \gamma_2 \bar{\delta} = (\Delta_1 - \Theta_1) \frac{\lambda}{e} \bar{\delta} \dots (1)$$

woraus folgt:

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= \mathfrak{X} + \frac{W}{\bar{\delta}} \left( \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{e}{\lambda} \right) \\ \Delta_1 &= \mathfrak{X} + \frac{W}{\bar{\delta}} \left( \frac{1}{\gamma_2} + \frac{e}{\lambda} \right) \\ \Theta_1 &= \mathfrak{X} + \frac{W}{\bar{\delta} \gamma_2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

Während des Aktes der Abkühlung, d. h. nachdem derselbe durch die Zeit  $t$  gedauert hat, ist:

$$\frac{d u}{d t} = a \frac{d^2 u}{d x^2} \quad \dots \quad (3)$$

$$a = \frac{\lambda}{c_1 \rho} \quad \dots \quad (4)$$

$$\left( \frac{d u}{d x} \right)_{x=e} + \frac{\gamma_2}{\lambda} (\Theta - \mathfrak{I}) = 0 \quad \dots \quad (5)$$

$$\left( \frac{d u}{d x} \right)_{x=0} + \frac{\gamma_1}{\lambda} (T - A) = 0 \quad \dots \quad (6)$$

$$-L c d T = (T - A) \gamma_1 \mathfrak{I} dt \quad \dots \quad (7)$$

$$\text{Für } t = 0 \text{ ist } u_1 = \mathfrak{A} + \mathfrak{B} x \quad \dots \quad (8)$$

Der Gleichung (3) wird entsprochen, wenn man nimmt:

$$u = \mathfrak{M} + \mathfrak{N} x + \sum e^{-\beta t} (\mathfrak{G}_1 \cos \mu x + \mathfrak{D}_1 \sin \mu x) \quad \dots \quad (9)$$

$$\beta = a \mu^2 \quad \dots \quad (10)$$

Für  $t = \infty$  muss offenbar  $u = \mathfrak{I}$  werden, demnach

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{I}, \quad \mathfrak{N} = 0$$

daher:

$$u = \mathfrak{I} + \sum e^{-\beta t} (\mathfrak{G}_1 \cos \mu x + \mathfrak{D}_1 \sin \mu x) \quad \dots \quad (11)$$

Hieraus folgt:

$$A = \mathfrak{I} + \sum e^{-\beta t} \mathfrak{G}_1 \quad \dots \quad (12)$$

$$\Theta = \mathfrak{I} + \sum e^{-\beta t} (\mathfrak{G}_1 \cos \mu e + \mathfrak{D}_1 \sin \mu e) \quad \dots \quad (13)$$

$$\frac{d u}{d x} = -\sum e^{-\beta t} \mu (\mathfrak{G}_1 \sin \mu x - \mathfrak{D}_1 \cos \mu x) \quad \dots \quad (14)$$

$$\left( \frac{d u}{d x} \right)_{x=0} = + \sum e^{-\beta t} \mathfrak{D}_1 \mu \quad \dots \quad (15)$$

$$\left( \frac{d u}{d x} \right)_{x=e} = -\sum e^{-\beta t} \mu (\mathfrak{G}_1 \sin \mu e - \mathfrak{D}_1 \cos \mu e) \quad \dots \quad (16)$$

Die Gleichung (5) wird:

$$-\Sigma e^{-\beta t} \mu (\mathbb{G}_1 \sin \mu \varepsilon - \mathfrak{D}_1 \cos \mu \varepsilon) + \frac{\gamma_2}{\lambda} \left[ \Sigma e^{-\beta t} (\mathbb{G}_1 \cos \mu \varepsilon + \mathfrak{D}_1 \sin \mu \varepsilon) \right] = 0$$

$$-\mu (\mathbb{G}_1 \sin \mu \varepsilon - \mathfrak{D}_1 \cos \mu \varepsilon) + \frac{\gamma_2}{\lambda} (\mathbb{G}_1 \cos \mu \varepsilon + \mathfrak{D}_1 \sin \mu \varepsilon) = 0$$

$$\frac{\mathbb{G}_1}{\mathfrak{D}_1} = \frac{\cos \mu \varepsilon + \frac{\gamma_2}{\lambda \mu} \sin \mu \varepsilon}{\sin \mu \varepsilon - \frac{\gamma_2}{\lambda \mu} \cos \mu \varepsilon} \dots \dots \dots (17)$$

Die Gleichung (6) wird:

$$\Sigma e^{-\beta t} \mathfrak{D}_1 \mu + \frac{\gamma_1}{\lambda} (T - \mathfrak{Z} - \Sigma e^{-\beta t} \mathbb{G}_1) = 0$$

$$T = \mathfrak{Z} + \Sigma e^{-\beta t} \mathbb{G}_1 - \frac{\lambda}{\gamma_1} \Sigma e^{-\beta t} \mathfrak{D}_1 \mu \dots \dots (18)$$

Hieraus folgt durch Differenziation

$$\frac{dT}{dt} = -\Sigma e^{-\beta t} \beta \mathbb{G}_1 + \frac{\lambda}{\gamma_1} \Sigma e^{-\beta t} \beta \mu \mathfrak{D}_1 \dots \dots (19)$$

(18) und (19) in (7) eingeführt, folgt:

$$\begin{aligned} & -Lc \left( -\Sigma e^{-\beta t} \beta \mathbb{G}_1 + \frac{\lambda}{\gamma_1} \Sigma e^{-\beta t} \beta \mu \mathfrak{D}_1 \right) \\ & = \left( \mathfrak{Z} + \Sigma e^{-\beta t} \mathbb{G}_1 - \frac{\lambda}{\gamma_1} \Sigma e^{-\beta t} \mathfrak{D}_1 \mu \right) \gamma_1 \mathfrak{F} \\ & \quad - \left( -\mathfrak{Z} - \Sigma e^{-\beta t} \mathbb{G}_1 \right) \gamma_1 \mathfrak{F} \end{aligned}$$

oder:

$$-Lc \left( -\Sigma e^{-\beta t} \beta \mathbb{G}_1 + \frac{\lambda}{\gamma_1} \Sigma e^{-\beta t} \beta \mu \mathfrak{D}_1 \right) = \gamma_1 \mathfrak{F} \left( -\frac{\lambda}{\gamma_1} \Sigma e^{-\beta t} \mathfrak{D}_1 \mu \right)$$

$$-Lc \left( -\beta \mathbb{G}_1 + \frac{\lambda}{\gamma_1} \beta \mu \mathfrak{D}_1 \right) = -\mathfrak{F} \lambda \mathfrak{D} \mu$$

$$\frac{\mathbb{G}_1}{\mathfrak{D}_1} = \lambda \mu \left( \frac{1}{\gamma_1} - \frac{\mathfrak{F}}{Lc \beta} \right)$$

oder wegen  $\beta = a \mu^2$ :

$$\frac{\mathbb{G}_1}{\mathfrak{D}_1} = \lambda \left( \frac{\mu}{\gamma_1} - \frac{\mathfrak{F}}{Lac} \frac{1}{\mu} \right) \dots \dots \dots (20)$$

wegen (17) und (20) hat man:

$$\frac{\mathbb{G}_1}{\mathfrak{D}_1} = \frac{\mathbb{G}}{\mathfrak{D}} = m = \lambda \left( \frac{\mu}{\gamma_1} - \frac{\mathfrak{F}}{Lac} \frac{1}{\mu} \right) = \frac{\cos \mu \varepsilon + \frac{\gamma_2}{\lambda \mu} \sin \mu \varepsilon}{\sin \mu \varepsilon - \frac{\gamma_2}{\lambda \mu} \cos \mu \varepsilon} \quad (21)$$

Dies ist die transcendente Gleichung für  $\mu$ .  
Die Gleichung (18) wird, wenn man für  $\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{D}}$  den Werth aus  
(20) einführt:

$$\begin{aligned} T &= \mathfrak{X} + \Sigma e^{-\beta t} \mathfrak{D}_1 \left( + \frac{\mathfrak{G}_1}{\mathfrak{D}_1} - \frac{\lambda}{\gamma_1} \mu \right) \\ T &= \mathfrak{X} + \Sigma e^{-\beta t} \mathfrak{D}_1 \left( + \frac{\lambda \mu}{\gamma_1} - \frac{\mathfrak{F} \lambda}{\text{Lac}} \frac{1}{\mu} - \frac{\lambda}{\gamma_1} \mu^2 \right) \\ T &= \mathfrak{X} - \frac{\mathfrak{F} \lambda}{\text{Lac}} \Sigma e^{-\beta t} \frac{\mathfrak{D}_1}{\mu} \dots \dots \dots (22) \end{aligned}$$

Für  $\mathfrak{D}_1$  findet man, wie beim Anheizen:

$$\mathfrak{D}_1 = \frac{\int_0^{\varepsilon} (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}x - \mathfrak{X}) (m \cos \mu x + \sin \mu x) dx}{\int_0^{\varepsilon} (m \cos \mu x + \sin \mu x)^2 dx} \dots (23)$$

Dieses  $\mathfrak{D}_1$  ist gleich  $-\mathfrak{D}$ , denn beim Anheizen steht eigentlich  $\mathfrak{X} - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}x)$ .

Weil hier wie beim Anheizen eine genügende Genauigkeit erreicht wird, wenn man von der Summe nur das erste Glied nimmt, für welches  $i = 0$ , demnach  $\mu \varepsilon = (2i + 1) \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$  ist,  $m$  dagegen sehr gross, und zwar  $m = -\frac{\mathfrak{F} \lambda}{\text{Lac}} \frac{1}{\mu}$ , so wird:

$$\begin{aligned} m \mathfrak{D}_1 &= \frac{2}{\varepsilon} \int_0^{\varepsilon} (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}x - \mathfrak{X}) \cos \mu x dx \\ \frac{\mathfrak{D}_1}{\mu} &= -\frac{2}{\varepsilon} \frac{\text{Lac}}{\mathfrak{F} \lambda} \int_0^{\varepsilon} (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}x - \mathfrak{X}) \cos \mu x dx \end{aligned}$$

und nun wird:

$$u = \mathfrak{X} + \Sigma e^{-\beta t} \mathfrak{D}_1 \left( \frac{\mathfrak{G}_1}{\mathfrak{D}_1} \cos \mu x + \sin \mu x \right) = \mathfrak{X} + \Sigma e^{-\beta t} \mathfrak{D}_1 (m \cos \mu x + \sin \mu x)$$

$$u = \mathfrak{X} + \left[ \frac{2}{\varepsilon} \int_0^{\varepsilon} (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}x - \mathfrak{X}) \cos \mu x dx \right] \cos \mu x e^{-\beta t}$$

$$T = \mathfrak{X} + \frac{2}{\varepsilon} e^{-\beta t} \int_0^{\varepsilon} (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}x - \mathfrak{X}) \cos \mu x dx$$

$$\int_0^{\varepsilon} (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}x - \mathfrak{X}) \cos \mu x dx = (\mathfrak{A} - \mathfrak{X}) \int_0^{\varepsilon} \cos \mu x dx + \mathfrak{B} \int_0^{\varepsilon} x \cos \mu x dx$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\mathfrak{A} - \mathfrak{I}}{\mu} \int_0^{\epsilon} \cos \mu x \, d(\mu x) + \frac{\mathfrak{B}}{\mu^2} \int_0^{\epsilon} \mu x \cos \mu x \, d(\mu x) \\
&= \frac{\mathfrak{A} - \mathfrak{I}}{\mu} \sin \mu \epsilon + \frac{\mathfrak{B}}{\mu^2} (\mu \epsilon \sin \mu \epsilon + \cos \mu \epsilon - 1) \\
&= \frac{(\mathfrak{A} + \mathfrak{B} \epsilon - \mathfrak{I}) \sin \mu \epsilon}{\mu} - \mathfrak{B} \frac{1 - \cos \mu \epsilon}{\mu^2}
\end{aligned}$$

oder wegen  $\mu \epsilon = \frac{\pi}{2}$ ,  $\sin \mu \epsilon = 1$ ,  $\cos \mu \epsilon = 0$ :

$$\begin{aligned}
\frac{2}{\epsilon} \int_0^{\epsilon} (\mathfrak{A} + \mathfrak{B} x - \mathfrak{I}) \cos \mu x \, dx &= \left[ \frac{\mathfrak{A} + \mathfrak{B} \epsilon - \mathfrak{I}}{\frac{\pi}{2\epsilon}} - \frac{\mathfrak{B}}{\left(\frac{\pi}{2\epsilon}\right)^2} \right] \frac{2}{\epsilon} \\
&= \frac{4}{\pi} \left( \mathfrak{A} + \mathfrak{B} \epsilon - \mathfrak{I} - \frac{2\epsilon}{\pi} \mathfrak{B} \right)
\end{aligned}$$

$$u = \mathfrak{I} + \frac{4}{\pi} \left( \mathfrak{A} + \mathfrak{B} \epsilon - \mathfrak{I} - \frac{2\epsilon}{\pi} \mathfrak{B} \right) \cos \mu x e^{-\beta t}$$

$$u = \mathfrak{I} + \frac{4}{\pi} \left( \mathfrak{A} + \mathfrak{B} \epsilon - \mathfrak{I} - \frac{2\epsilon}{\pi} \mathfrak{B} \right) \cos \frac{\pi}{2} \frac{x}{\epsilon} e^{-a \left(\frac{\pi}{2\epsilon}\right)^2 t}$$

$$T = \mathfrak{I} + \frac{4}{\pi} \left( \mathfrak{A} + \mathfrak{B} \epsilon - \mathfrak{I} - \frac{2\epsilon}{\pi} \mathfrak{B} \right) e^{-a \left(\frac{\pi}{2\epsilon}\right)^2 t}$$

### Die Dampfheizung.

**Allgemeine Beschreibung der Einrichtung einer Dampfheizung.** Die wesentlichen Bestandtheile einer Dampfheizung sind: 1) eine vollständige Dampfkessleinrichtung zur Erzeugung des Wasserdampfes; 2) ein vertikales Standrohr, um den Dampf vom Kessel aus in die verschiedenen Stockwerke des zu heizenden Gebäudes zu leiten; 3) die Wärmeröhren, welche die Wärme des Dampfes an die Luft der Räume abgeben, die geheizt werden sollen.

Tafel XVIII., Fig. 7 und 8 zeigen einen Grund- und Aufriss der Einrichtung einer Dampfheizung für ein Fabrikgebäude. A ist der in einem Anbau aufgestellte Dampfapparat, a ist das Standrohr,  $b_1, b_2, b_3$  sind die Wärmeröhren in den einzelnen Stockwerken, die je nach der Breite des Gebäudes in jedem Stockwerk aus zwei oder drei Zweigröhren bestehen. Das Standrohr a wird gewöhnlich mit Hanf oder Stroh umwickelt, weil dasselbe nur zur Fortleitung und Vertheilung, nicht aber zur Wärmeabgabe dient. Die Wärmeröhren  $b_1, b_2, b_3, \dots$  liegen nicht horizontal, sondern haben vom Standrohr

an eine schwache Steigung, so dass das Wasser, das sich durch die Condensation des Dampfes bildet, von selbst in den Dampfkessel zurückfliesst, so dass dem Kessel durch eine Handpumpe oder durch eine von der Transmission aus zu treibende Pumpe nur die geringe Wassermenge zu ersetzen ist, welche durch undichten Verschluss der Röhren verloren geht. Dies Standrohr wird jederzeit aus Gusseisen hergestellt, die Wärmeröhren wurden in früheren Zeiten zuweilen aus Kupfer gefertigt, werden aber gegenwärtig meistens aus Gusseisen oder zuweilen aus Schmiedeeisenblech hergestellt. Die Verbindung der Röhren geschieht nicht mit Muffen, sondern mit Flantschen. Die Wärmeröhren werden entweder in schmiedeeisernen Schleifen, Fig. 9, an die Decke gehängt oder in gusseisernen Träger, Fig. 10, gelegt, die an die Säulen der Arbeitssäle geschraubt werden. Diese Träger verdienen der Aufhängung in Schleifen vorgezogen zu werden. An den Enden der Wärmeröhren werden Hahnen angebracht, um die atmosphärische Luft, welche sich mit der Zeit in den Röhren ansammelt, durch den Dampf austreiben zu können, wenn die Anheizung beginnt. Die Wirkung des ganzen Apparates ist leicht zu verstehen. Die Wärme der Verbrennungsgase dringt durch die Kesselwände in den Dampfkessel ein und bewirkt die Verdampfung des Wassers. Jedes Wasseratom wird dabei mit einer Hülle von schwingendem Aether umgeben, diese Dampfdynamiden stossen sich wechselseitig ab, werden dadurch durch die Wärmeröhren getrieben, verlieren aber an den weniger warmen Wänden der Wärmeröhren ihre schwingende Bewegung, werden dadurch zu Wasser condensirt und fliessen als Wasserdynamiden in den Kessel zurück. Der Dampf trägt also die Wärme (die Aetherschwingung) nach den Wärmeröhren, um sie dort an die Wände abzugeben.

Diese Dampfheizung hat mehrere vortreffliche Eigenschaften:

- 1) die Uebertragung der Wärme nach dem zu erwärmenden Raum, so wie die Vertheilung derselben in dem Raum geschieht mit grösster Leichtigkeit in sehr vollkommener und gleichförmiger Weise,
- 2) Feuergefahr ist durchaus nicht vorhanden, wenn der Kessel in einen besonderen Anbau verlegt und sonst in geeigneter Weise angelegt und behandelt wird,
- 3) der Brennstoffaufwand ist mässig, wenn der Kessel hinreichende Heizfläche hat, so dass die Verbrennungsgase in einem ziemlich abgekühlten Zustande in das Kamin entweichen. Die Nachteile der Dampfheizung sind: 1) die Dampfheizung ist nicht wohl anwendbar, wenn die verschiedenen Räume eines Gebäudes ungleich erwärmt werden sollen, 2) die Dampfheizung gibt wenig Nachwärmung, denn wenn die Heizung im



Kessel aufhört, dauert die Erwärmung nur noch so lange fort, bis der im Kessel und in den Wärmeröhren enthaltene Dampf condensirt ist; 3) die Wärmeröhren sind eine Unzierde für solche Lokalitäten, in welchen gefälliges Ansehen gefordert wird; 4) die Einrichtung ist ziemlich kostspielig; 5) die Dampfheizung gibt keine Ventilation.

**Regeln für die Anlage einer Dampfheizung.** Die für die Anlage einer Dampfheizung zu bestimmenden Hauptdaten sind: 1) die Heizfläche oder Pferdekraft des Dampfkessels, 2) die Oberfläche der Wärmeröhren.

Nennt man:

$W$  die Wärmemenge, welche stündlich zur Heizung der Lokalität erforderlich ist,

$F$  die Heizfläche des Kessels,

$f$  die Oberfläche der Dampfrohre,

$t$  die Temperatur des Dampfes im Kessel und in den Röhren,

$\Delta$  die Temperatur, welche in dem zu erwärmenden Raum eintreten und dauernd vorhanden sein soll,

$T_0$  die Temperatur der Verbrennungsgase unmittelbar über dem Rost,

$T_1$  die Temperatur, mit welcher die Verbrennungsgase den Kessel verlassen und in das Kamin eintreten.

Dies vorausgesetzt hat man, wenn der Dampfapparat ein Kesselapparat ist:

$$F = \frac{W}{23} \frac{\log_{\text{nat}} \frac{T_0 - t}{T_1 - t}}{T_0 - T_1}$$

$$f = \frac{W}{12 (t - \Delta)}$$

In der Regel ist für eine Dampfheizung zu setzen:

$$T_0 = 1000^\circ, \quad T_1 = 300^\circ, \quad t = 110^\circ, \quad \Delta = 14^\circ$$

und dann wird:

$$F = \frac{W}{10400}, \quad f = \frac{W}{1152}$$

**Beispiel.** Es sei ein Fabrikgebäude mit drei Stockwerken zu heizen. Die Flächen der Umfangsmauern, der Decke des obersten Stockwerkes und der Boden des untersten Stockwerkes machen zusammen  $7600^{\text{qm}}$  aus. Die Oberfläche aller Fenster  $760^{\text{qm}}$ . Die mittlere Mauerdicke sei  $0.60^{\text{m}}$  (Bruchstein). Die äussere Temperatur der Luft

in den kältesten Wintertagen  $-14^{\circ}$ , die Temperatur in den Arbeitssälen soll  $+14^{\circ}$  sein, dann ist nach Seite 395:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{\varepsilon}{\lambda}} = 1.16$$

demnach wird:

$$W = 1.2 [7600 \times 1.16 (14 + 14) + 760 \times 3.66 \times (14 + 14)] = 389659$$

daher

$$F = \frac{389659}{11400} = 34.2 \quad f = \frac{389659}{1152} = 338.9^m$$

Beträgt die Länge sämtlicher Dampfrohren  $3(100 + 100) = 600^m$ , so wird der Durchmesser  $d = \frac{338}{600 \times 3.14} = 0.2^m$ .

### Wassercirkulationsheizung.

**Fundamentalversuch, auf welchem die Wassercirkulationsheizung beruht.**  
Nimmt man eine Glasröhre, welche die Form eines Rechteckes hat, Tafel XVIII., Fig. 11, füllt dieselbe mit Wasser, stellt sie vertikal aufrecht und erwärmt die Ecke *a* über einer Weingeistflamme, so entsteht in der Röhre eine Cirkulation des Wassers nach der Richtung der Pfeile. Die Cirkulation erfolgt anfangs langsam, dann schneller, nimmt aber zuletzt allmählig ab und hört ganz auf. Nimmt man aber einen in kaltes Wasser getauchten Schwamm und legt denselben an das Röhrenstück, in welchem der Strom niedergeht, so wird die Cirkulation wiederum lebhaft und dauert kontinuierlich fort, so lange die Flamme einerseits erwärmend, der Schwamm andererseits erkaltend fortwirkt.

Nimmt man eine lange in sich selbst zurückkehrende mit Wasser gefüllte Röhre, Fig. 12, windet einen Theil derselben spiralig zusammen und setzt diesen Theil in einen Ofen, lässt dagegen den übrigen Theil der Röhre durch Räume ziehen, in welchen eine niedrige Temperatur herrscht und die erwärmt werden sollen, so vertritt die Ofenheizung die Flamme des Fundamentalversuches, und kalte Luft der Räume ersetzt den erkaltenden Schwamm. Es entsteht also auch hier eine Cirkulation des Wassers in dem in sich selbst zurückkehrenden Rohr. Das Wasser verlässt nun die Röhre mit hoher Temperatur, cirkulirt durch die ausserhalb des Ofens befindlichen Röhrentheile, wird allmählig an den Wänden abgekühlt und kehrt in die im Ofen befindliche Spirale zurück, um neuerdings erwärmt zu werden und abermals eine zweite Cirkulation zu beginnen. Auf diesen Thatsachen beruhen die Wassercirkulationsheizungen, deren

es zwei Arten gibt, die wir Niederdruck- und Hochdruckheizung nennen wollen. Bei der Niederdruckheizung wird das Wasser im Ofen nur mässig bis zu circa  $80^{\circ}$  erwärmt, wird zur Erwärmung nicht ein Spiralrohr, sondern eine Art Kesselapparat angewendet und haben die Röhren, welche die Wärme des Wassers abgeben, einen Durchmesser von 6 bis  $10^m$ .

Bei der Hochdruckwasserheizung wird das Wasser im Ofen sehr stark erwärmt, herrscht im Innern der Röhre ein äusserst heftiger Druck von über 100 Atmosphären, geschieht die Erwärmung vermittelst einer spiraligen Röhre und besteht die ganze Cirkulationsröhre aus Röhren von nur  $1.5^m$  innerem, dagegen  $3^m$  äusserem Durchmesser. Diese Hochdruckwasserheizung wurde zuerst von *Perkins* eingeführt.

**Ursache der Cirkulation.** Um für die Anordnung solcher Cirkulationsheizungen rationelle Regeln aufstellen zu können, muss man zuerst über die Ursache im Klaren sein, welche die Cirkulation hervorbringt und dauernd unterhält. Es muss ein motorischer Grund vorhanden sein, denn das Wasser erleidet insbesondere bei der Hochdruckwasserheizung an den Wänden der engen und ausgedehnten Röhren einen beträchtlichen, von der Geschwindigkeit der Cirkulation abhängigen Reibungswiderstand, der durch eine motorische Kraft überwunden werden muss. An Erklärungen hat es bisher nicht gefehlt, allein die bisher aufgestellten sind unrichtig.

Bereits *Perkins* war der Meinung, dass der Grund der Cirkulation in der Verschiedenheit des spezifischen Gewichtes der aufsteigenden und niedersinkenden Wassersäule zu suchen sei, allein diese Ansicht ist unrichtig, denn die Wassermenge, dem Gewicht nach, welche in einer bestimmten Zeit, z. B. in jeder Sekunde, aufsteigt, ist eben so gross als jene, welche in der gleichen Zeit niedersinkt. Die Wirkung, welche die niedersinkende Säule entwickelt, ist daher eben so gross als jene, welche die aufsteigende Säule konsumirt, bleibt also kein Ueberschuss zur Ueberwindung des grossen Reibungswiderstandes übrig.

Wenn die Differenz der spezifischen Gewichte der Wassersäulen die Ursache der dauernden Cirkulation des Wassers wäre, müsste die Geschwindigkeit der Cirkulation wesentlich vom Vertikalabstand des höchsten Punktes der Cirkulation über den niedrigsten Punkt derselben abhängen, würde daher eine Cirkulationsheizung zur Erwärmung eines thurmartigen Raumes ganz anders anzuordnen sein, als eine Cirkulationsheizung zur Erwärmung eines horizontalen kanalartigen Raumes. Dies ist aber, wie die Erfahrung

gezeigt hat, nicht der Fall, es ist im Gegentheil erfahrungsgemäss, dass es auf die Art der Erstreckung des zu erwärmenden Raumes gar nicht ankommt, und dass nur allein wegen der Anheizung ein gewisser Höhenunterschied nothwendig ist.

Nach unserer Ansicht ist die Ursache der Cirkulation und der Ueberwindung des dabei vorkommenden starken Reibungswiderstandes in der Arbeit zu suchen, welche die Wärme des Ofens entwickelt, indem sie das in den Röhren enthaltene Wasser rasch ausdehnt. Denken wir uns eine Röhre *a b*, Tafel XVIII, Fig. 13, bei *c d* mit Schiesspulver, von *a* bis *b* mit schweren massiven und von *a* bis *c* mit leichten Hohlkugeln geladen. Wird das Pulver entzündet, so werden die schweren massiven Kugeln nach rechts, die leichten Hohlkugeln nach links aus der Röhre getrieben, allein der grösste Theil der Wirkungsgrösse, welche das Pulver während seiner Expansion entwickelt, geht in die leichten Kugeln über, und nur ein geringer Theil in die schweren, ja diese Wirkungsgrössen, welche die Kugeln aufnehmen, verhalten sich genau verkehrt wie die Massen derselben, ähnlich wie bei einer Geschützkugel und dem Geschützrohr. Dass dieses Beispiel zur Erklärung der Wassercirkulation deutlich ist, wird man wohl zugeben. An die Stelle des Pulvers tritt die ausdehnende Kraft der Wärme, welche im Ofen das Wasser erwärmt und ausdehnt. Die schweren und leichten Kugeln werden durch die kalte niedersinkende und durch die warme aufsteigende Wassersäule vertreten.

**Einrichtung der Niederdruckheizungen.** Bei dieser Heizmethode geschieht die Erwärmung des cirkulirenden Wassers nicht in Röhren, sondern in einem ganz mit Wasser gefüllten Gefäss, das wie ein gewöhnlicher Dampfkessel (cylindrisch mit halbkugelförmigen Enden) geformt und entweder in horizontaler Lage oder in vertikaler Stellung in einen Ofen eingesetzt und eingemauert wird Tafel XVIII, Fig. 14. Die Erwärmungsröhren sind aus Gusseisen, erhalten 6 bis 8<sup>cm</sup> Durchmesser, beginnen an einem der höchsten Punkte des Kessels, durchziehen die zu erwärmenden Räume und treten zuletzt in einem der tiefsten Punkte der Kesselwand in den Kessel ein. Man kann je nach Umständen eine einzige oder mehrere Cirkulationen anbringen; meistens geschieht das letztere. Da die Temperatur des Wassers in den Wärmeröhren von dem Austrittspunkte *a* an bis an den Rückkehrpunkt *b* nach einem gewissen Gesetz abnimmt, so ist die Wärmemenge, welche ein Meter Röhrenstück *m* abgibt, abhängig von der Länge *a m* und nimmt in dieser Länge allmählig ab. Um aber dennoch wenigstens eine annähernd gleichmässige Erwärmung zu

bewirken, wird jederzeit ein Vorlauf  $a\ c$  und ein Rücklauf  $c\ b$  übereinandergelegt, in welchem Falle die Summe der Temperaturen eines Punktes  $m$  im Vorlauf und des daneben befindlichen Punktes  $m_1$  des Rücklaufes nahezu constant ist. Diese Summe würde vollkommen constant sein, wenn eine ganz gleichförmige Abnahme der Temperatur in der Röhre stattfände, was nicht der Fall ist, indem die Temperaturabnahme nach einem Exponentialgesetz erfolgt.

Diese Niederdruckheizungen werden vorzugsweise zur Erwärmung der Pflanzenhäuser gebraucht, und sind zu diesem Behufe sehr geeignet. Sie geben eine gleichförmige, mässige Erwärmung, können ohne Schwierigkeit dicht hergestellt und unterhalten werden, gewähren eine günstige Verwendung des Brennstoffes, haben aber insbesondere die für Treibhäuser sehr wesentliche Eigenschaft, dass sie wegen der grossen in den Röhren enthaltenen Wassermenge sehr lange nachwärmen, nachdem die Heizung des Kessels aufgehört hat. Wenn mit der Heizung Morgens um 5 Uhr begonnen und bis Abends 10 Uhr fortgesetzt wird, bleibt es die Nacht hindurch hinreichend warm.

Tafel XIX., Fig. 1 u. 2 zeigt die Einrichtung einer Niederdruckheizung eines Pflanzenhauses.

$a$  ist der Dampfkessel, von demselben gehen vier Cirkulationen  $b_1\ b_2\ b_3\ b_4$  aus. Dieselben sind in gemauerte Kanäle gelegt, welche sich unter den Platten befinden, auf welche die Pflanzentöpfe gestellt werden.

Diese Wassercirkulationsheizung kann auch zuweilen zur Luft-erwärmung benutzt werden. Tafel XIX., Fig. 3 zeigt ein Wassercirkulationscalorifer.  $a$  ist der Dampfkessel,  $b$  eine gemauerte Kammer, in welche bei  $c$  reine atmosphärische Luft eintritt, und nachdem sie erwärmt worden ist, durch die Oeffnung  $a$  nach einem Kanal entweicht, der sie nach ihrem Bestimmungsort leitet. In der Kammer sind die Cirkulationsröhren aufgestellt. Die Cirkulation erfolgt nach abwärts, die Luftströmung nach aufwärts, der Apparat ist daher ein Gegenstromapparat.

Diese Cirkulationsheizung kann auch zur Erwärmung von Wohngebäuden gebraucht werden. Tafel XIX., Fig. 4 zeigt eine solche Heizung.  $a$  ist der Dampfkessel,  $b_1\ b_2\ b_3$  sind mit Wasser gefüllte Blechgefässe (Oefen), das Wasser geht durch die Röhren  $c\ c$  in die Höhe und durch die Röhren  $a\ a$  in den Kessel zurück.

Man kann auch Dampf- und Wasserheizungen combiniren. Diese Heizmethode ist in mehreren Krankenhäusern in Paris ausgeführt worden, die Einrichtung ist im Wesentlichen folgende. In jedem Stockwerk jedes Flügels des grossen Gebäudes ist ein Wasser-

cirkulationsapparat aufgestellt, der aus einem Kessel *a* und aus den Cirkulationsröhren *b c* besteht, Fig. 5. Dieser Kessel wird aber nicht direkt geheizt, sondern es ist zu diesem Behufe im Kellerraum ein Dampfkessel aufgestellt, der mit einer den Kessel durchziehenden Dampfzirkulationsröhre versehen ist. Der Dampf steigt durch *e* auf, geht durch eine in dem Kessel angebrachte Spirale, erwärmt dadurch das Wasser, setzt es in *b* und *c* in Cirkulation, wird aber durch die Wärmeabgabe condensirt, und das Condensationswasser fließt durch *f* in den Kessel zurück.

Diese Beispiele werden genügen, um die Anwendbarkeit dieser Niederdruckwasserheizung zu erkennen.

#### Heizfläche des Kessels und Oberfläche der Wärmeröhren für Niederdruckwasserheizungen.

Nennen wir:

*W* die Wärmemenge, welche stündlich zur Erwärmung des Raumes nothwendig ist,

$T_0$  die Temperatur der Verbrennungsgase unmittelbar über dem Rost des Dampfkessels,

$T_1$  die Temperatur, mit welcher die Verbrennungsgase den Kessel verlassen,

$t_0$  die Temperatur, mit welcher das Cirkulationswasser in den Kessel eintritt,

$t_1$  die Temperatur, mit welcher das Cirkulationswasser den Kessel verläßt,

$\Delta$  die Temperatur, welche in dem zu erwärmenden Raum eintreten soll,

$F$  die Heizfläche des Kessels,

$f$  die Oberfläche der Wärmeröhren,

$k = 23$  den Wärmedurchgangskoeffizienten.

Sowohl der Vorgang der Wärmeübertragung an das Wasser, als auch jener der Erwärmung der Luft ist demjenigen analog, der bei einem sogenannten Kesselapparat statt findet; wir erhalten daher:

$$F = \frac{W}{k} \frac{\log_{\text{nat}} \frac{T_0 - t_1}{T_1 - t_1}}{T_0 - t_1}$$

$$f = \frac{W}{k} \frac{\log_{\text{nat}} \frac{t_1 - \Delta}{t_0 - \Delta}}{t_1 - t_0}$$

In der Regel darf man für Niederdruckcirkulationen setzen:

$$T_0 = 1000, \quad T_1 = 300, \quad t_0 = 40, \quad t_1 = 80, \quad \Delta = 14^\circ$$

und dann findet man:

$$F = \frac{W}{11500}, \quad f = \frac{W}{1000}$$

Es sei für ein Pflanzenhaus eine solche Heizung einzurichten:

Länge des Pflanzenhauses . . . . .	100 <sup>m</sup>
Breite . . . . .	10 <sup>m</sup>
Fläche des Bodens, der schiefen Decke, der Rückwand und der Erdfäche, zusammen . . . . .	2840 <sup>qm</sup>
Glasfläche . . . . .	800 <sup>qm</sup>
Temperaturdifferenz . . . . .	+30°
Kontinuierliche Heizung, keine künstliche Ventilation. Mauerdicke (Bruchstein) . . . . .	0.6 <sup>m</sup>

Wir dürfen die Wärmeverluste durch den Boden und die Decke so hoch anschlagen, als durch die Rückwand, dann haben wir Wärmeverluste durch Boden, Decke, Rückwand, Erdfäche:

$$30 \times 2840 \times 1.16 \dots \dots \dots = 98832$$

Wärmeverlust durch die Glasfläche:

$$30 \times 800 \times 3.66 \dots \dots \dots = 87840$$

$$\text{Summe der Verluste} \dots \dots \dots W = 186672$$

Wir erhalten daher:

$$F = \frac{186672}{11500} = 16.2\text{qm}, \quad f = \frac{186672}{1000} = 187\text{qm}$$

Nehmen wir vier Cirkulationen an, jede zu  $2 \times 100 = 200\text{m}$  Länge, so wird der Durchmesser der Röhren:

$$4 d \pi 200 = 187, \quad d = 0.072\text{m}$$

**Einrichtung der Hochdruckwassercirkulations-Heizungen.** Eine solche Heizung besteht aus folgenden Theilen: 1) dem Spiralofen, welcher die Röhrenwindung enthält, die die Wärme der Verbrennungsgase aufzunehmen hat; 2) dem System der Wärme- oder Cirkulationsröhren, die die aufgenommene Wärme an den zu erwärmenden Raum abzugeben haben; 3) einem Sicherheits- und Nachfüllungsapparat, durch welchen die Röhren stets mit Wasser gefüllt werden, der aber auch ein Bersten der Röhren zu verhüten hat. Diese Bestandtheile der ganzen Einrichtung haben wir nun zu erklären.

Der Spiralofen wird aus feuerfesten Backsteinen aufgemauert und enthält zwei Kammern, die erste enthält den Rost und Feuerherd, die zweite ist zur Aufnahme der Spirale bestimmt. Die Cirkulation der Verbrennungsgase soll so geleitet werden, dass die

Bewegungsrichtung der Verbrennungsgase längs der Spirale jener des Wassers in der Spirale entgegengesetzt ist, so dass also ein Gegenstromapparat entsteht. Dies ist hier sehr wesentlich, indem das Wasser sehr stark erhitzt werden soll. Tafel XIX., Fig. 6 und 7 zeigt einen Spiralofen mit einer Spirale, Fig. 8 und 9 ist ein Spiralofen mit zwei in einander gewundenen Spiralen. Die Zeichnungen sind so klar, dass sie wohl keiner Erklärung bedürfen.

Das System der Wärmeröhren besteht gewöhnlich aus zwei Theilen. Ein Theil der Wärmeröhren wird gewöhnlich in kleinen im Boden angebrachten Kanälen längs den Umfassungsmauern der zu erwärmenden Räume hingeleitet. Diese Kanäle werden durch eiserne Gitterplatten gedeckt. Tafel XIX., Fig. 10 zeigt einen solchen Kanal mit Röhren. Ein anderer Theil der Röhren wird spiralig zusammengewunden und mit einem Gehäuse aus Eisenblech oder aus dünnen Gussplatten umgeben. Das Ganze bildet einen Wärmeofen, durch welchen in dem zu erwärmenden Raum so zu sagen ein Wärmecentrum entsteht, das reichlich Wärme liefert. Die Wärmeröhren der allgemeinen Cirkulation gehen nach dem Ofen, durchlaufen denselben und setzen dann ihren Weg weiter fort in andere Räume, welche ebenfalls Umlaufröhren und derlei Cirkulationsöfen erhalten können. Gewöhnlich richtet man diese Cirkulationsöfen in der Weise ein, dass man das Wasser durch dieselben cirkuliren oder neben vorbei leiten kann. Diese Öfen sind in den Figuren 11 bis 14 dargestellt. Fig. 11 und 12 ist ein Ofen mit nur einer Cirkulation, bei *a* tritt die Röhre ein, bei *b* tritt sie aus, bei *c* ist ein Zweiweghahn, der so gestellt werden kann, dass das Wasser durch alle Windungen gehen muss und zuletzt bei *b* austritt oder dass es bloß die Krümmung *a c d b* durchläuft. Fig. 13 und 14 ist ein Ofen mit zwei Windungen, jede derselben ist mit einem Zweiweghahn versehen. Fig. 15 zeigt die Einrichtung eines solchen Hahnes.

Der Apparat zur Versicherung gegen das Zerspringen der Röhren und zur Nachfüllung ist in Tafel XIX., Fig. 16 dargestellt. Derselbe wird über dem höchsten Punkt der Cirkulation aufgestellt. *a* ist ein Wassergefäß, *b* ist ein Rohr, das von dem höchsten Punkt der Cirkulation nach dem Wassergefäß geht, *c* ist ein Cylinder, in welchen ein unten kegelförmiger Stab gesteckt ist. Dieser Kegel dient als Ventil, er verschliesst die Mündung von *b*, *e* ist eine Belastung, die sich nach dem grössten Druck richtet, der in der Cirkulation eintreten darf, bei *d*, unmittelbar oberhalb des Kegelventils ist in der Wand von *c* eine Oeffnung, durch welche das Wasser aus *b* in das Gefäß *a* tritt, wenn der Druck den gestatteten Maxi-



maldruck überschreitet und in Folge dessen das belastete Ventil gehoben wird,  $f$  ist ein kleines Ventilgehäuse, es enthält ein nach aufwärts sich öffnendes konisches Ventil. Der Raum oberhalb des Ventils kommuniziert mittelst des Röhrenstückes  $g$  mit  $b$ , der Raum unterhalb dieses Ventiles kommuniziert durch das krumme Röhrenstück  $h$  mit dem Wasserkasten. Wird stark geheizt, so dehnt sich das Wasser in der ganzen Cirkulation gewaltig aus und wenn der zulässige Maximaldruck überschritten ist, wird das Gewicht  $e$  gehoben und fliesst das Wasser durch die Oeffnung  $d$  in das Gefäss  $a$ . Wird der Druck schwach oder hört er ganz auf, so wird das Ventil in  $e$  geschlossen und wenn der obere Theil der Röhre  $b$  kein Wasser enthält, fliesst das Wasser des Gefässes  $a$  durch  $h f g$  nach  $b$ .

Die Cirkulationsröhren sind aus Schmiedeeisen geschweisst. Der innere Durchmesser beträgt nur  $1.25^{\text{cm}}$ , der äussere  $2.5^{\text{cm}}$ , die Metalldicke  $0.62^{\text{cm}}$ . Diese Röhren vermögen im kalten Zustand einem Druck von 200 Atmosphären zu widerstehen. Die im Spiralofen liegenden Röhren werden wenigstens aussen rothglühend, wodurch ihre Festigkeit sehr abnimmt. Die Verbindung der Röhren geschieht durch Verschraubungen und ist bereits in dem ersten Band, Seite 246, erklärt worden. Um die verschiedenen Windungen, Winkel, Ecken etc. der Cirkulation zu bilden, sind verschiedenartig geformte Verbindungsstücke nothwendig. Winkelstücke Tafel XIX., Fig. 17 und 18, Hufeisenstücke Fig. 19, T Stücke Fig. 20, Kreuzstücke Fig. 21. Die Anfertigung dieser Röhren ist ein besonderer Fabrikationszweig, denn es sind sehr verschiedene ganz spezifische Maschinen und Ofeneinrichtungen nothwendig, um alle dabei vorkommenden Prozeduren gut und mit mässigen Kosten durchzuführen. Die Fabrik von Herrn *Haak* in Augsburg befasst sich mit der Herstellung von solchen Wasserheizungen und ist mit allen zur Anfertigung der Röhren nothwendigen Maschinen, Oefen und Einrichtungen wohl ausgerüstet.

Vorausgesetzt, dass eine solche Wasserheizung ganz gut, solide und vollkommen dicht hergestellt wird, gewährt dieselbe mancherlei Vortheile. Insbesondere kann man jede beliebige dem Zweck des Gebäudes entsprechende Wärmevertheilung bewirken, man braucht nur in jedem besonderen Raum des Gebäudes so viel Röhren anzubringen, als erforderlich sind, damit in diesem Raum die vorgeschriebene Temperatur eintritt.

Soll die Temperatur eines bestimmten Raumes des Gebäudes je nach Umständen höher oder tiefer gehalten werden, so bringt man in demselben zunächst eine Umlaufcirkulation an, die das Mi-

nimum der Erwärmung gibt, die in dem Raum eintreten darf und stellt noch einen Wärmeofen auf, in dem man so viel Röhren anbringt, dass das verlangte Maximum der Temperatur eintritt, wenn man das Wasser sowohl durch den Umlauf als auch durch den Ofen cirkuliren lässt.

Der allgemeinen Anwendung dieser Wasserheizung stehen vorzugsweise die Kosten der Anschaffung im Wege. Man darf rechnen, dass eine solche Heizung wegen jedes schuhlangen Röhrenstückes einen Gulden kostet, und kann hiernach erkennen, dass es eine sehr kostspielige Einrichtung ist. Hinsichtlich des Brennstoffaufwandes kann diese Heizung unmöglich günstig sein, denn die Röhren der Ofenspirale sind fast ganz glühend, die Verbrennungsgase der Feuerung entweichen daher mit einer sehr hohen Temperatur in das Kamin.

Von besonderer praktischer Wichtigkeit ist die Beantwortung der Frage, wie lang möglicher Weise eine einzelne Cirkulation sein darf. Es scheint, dass diese Länge sehr gross sein kann, weil die Röhren eine ungemein grosse Festigkeit gewähren. Wenn es die Längenausdehnung der Lokalität erfordert, darf man der Cirkulation eine Länge von 500<sup>m</sup> geben, allein wenn es die Lokalität gestattet, ist es gewiss immer rätlicher, die Länge der einzelnen Cirkulation nicht so gross zu machen, und die erforderliche Grösse der Erwärmungsfläche durch zwei, drei oder durch noch mehr Cirkulationen hervorzubringen. Für Lokalitäten von ungemein grosser Horizontalausdehnung wird man veranlasst, mehrere vollständige Einrichtungen getrennt von einander aufzustellen.

**Bestimmung der Länge der Cirkulationsröhren.** Vorausgesetzt, dass der Spiralofen so eingerichtet wird, dass die Bewegungsrichtung der Verbrennungsgase jener des Wassers in der Spirale entgegengesetzt ist, kann man den Spiralofen als einen Gegenstromapparat ansehen. Das System der Wärmeabgaberöhren muss aber als ein Kesselapparat betrachtet werden.

Nennt man:

- w die Wärmemenge, welche stündlich zur vollständigen Heizung des ganzen Gebäudes nothwendig ist,
- $T_0$  die Temperatur der Verbrennungsgase unmittelbar über dem Rost,
- $T_1$  die Temperatur, mit welcher die Verbrennungsgase den Spiralofen verlassen,
- $t_0$  die Temperatur, mit welcher das cirkulirende Wasser in die Spirale eintritt,

$t_1$  die Temperatur, mit welcher das Wasser die Spiralföhrn verlässt und in die Wärmeföhren eintritt,

$A$  die Temperatur, welche in dem zu erwärmenden Raum eintreten soll,

$F$  die innere Fläche der Spirale,  $L$  die Länge,

$f$  die innere Fläche der Wärmeföhren,  $l$  die Länge,

$k = 23$  den Wärmedurchgangskoeffizienten, so hat man nach Seite 352:

$$F = \frac{W}{k} \frac{\log_{\text{nat}} \frac{T_0 - t_1}{T_1 - t_0}}{T_0 - T_1 - (t_1 - t_0)}$$

$$f = \frac{W}{k} \frac{\log_{\text{nat}} \frac{t_1 - A}{t_0 - A}}{t_1 - t_0}$$

In der Regel darf man für eine Hochdruckwasserheizung setzen:

$$T_0 = 1000, \quad T_1 = 300, \quad t_0 = 50, \quad t_1 = 150, \quad A = 14$$

und dann wird:

$$F = \frac{W}{11300}, \quad f = \frac{W}{1720}, \quad f = 7 F$$

Der innere Durchmesser der Röhren ist  $0.0125$ , der äussere  $0.025$ , es ist demnach  $F = 0.0125 \times 3.142 \times L$ ,  $f = 0.0125 \times 3.142 \times l$ , und es wird:

$$L = \frac{W}{425}, \quad l = \frac{W}{65} \text{ Meter.}$$

Um die Röhrenlänge zu bestimmen, welche erforderlich ist, um irgend einen speziellen Raum des Gebäudes bis zu einem vorgeschriebenen Grad zu erwärmen, genügt es, wenn man die Rechnung in der Voraussetzung macht, dass in der ganzen Ausdehnung des Röhrenstückes, das diesen Raum zu erwärmen hat, die mittlere Temperatur  $\frac{1}{2}(t_0 + t_1)$  statt findet.

Nennt man:  $W_1$  die Wärmemenge, welche für die Heizung dieses speziellen Raumes nothwendig ist,  $f_1$  die innere Fläche der zur Erwärmung des Raumes nothwendigen Wärmeföhren,  $A_1$  die Temperatur, welche in dem Raum eintreten soll, so hat man:

$$k \left[ \frac{1}{2} (t_0 + t_1) - A_1 \right] f_1 = W_1$$

$$f_1 = \frac{W_1}{k \left[ \frac{1}{2} (t_0 + t_1) - A_1 \right]}$$

Für  $k = 25$ ,  $t_0 = 50^\circ$ ,  $t_1 = 150^\circ$ ,  $A_1 = 14^\circ$  wird:

$$f_1 = \frac{W_1}{1978}, \quad l_1 = \frac{W_1}{78}$$

was nahe mit obigem Werth von  $f$  harmonirt.

Einrichtung einer Wasserheizung für einen Bahnhof. Wir wollen als Beispiel eine Hochdruckwasserheizung für einen kleineren Bahnhof berechnen und anordnen.

Tafel XIX., Fig. 22. A Wartsaal I. und II. Klasse, B Stiegenhaus, C Gepäckbureau, D Billetbureau, E Dienerzimmer, F Wartsaal III. Klasse. Im oberen Stockwerk ist die Wohnung des Bahnhofdirektors und wird durch Oefen geheizt. Man darf aber annehmen, dass in der Regel nur das Wohnzimmer geheizt ist, dass also durch die Decken des unteren Stockwerkes Wärme verloren geht. B wird nicht geheizt. Die Fläche eines Fensters beträgt  $3^m$ , die Höhe der Säle  $4.5^m$ . Man findet:

Lokalität	Abkühlungsflächen			
	Boden	Decke	Wände	Fenster
A	80	80	141	21
C	25	25	29	3
E	25	25	29	3
D	49	49	51	12
F	80	80	141	21

Die Wärmeverluste berechnen wir unter folgenden Voraussetzungen: 1) Temperaturdifferenz innerhalb und ausserhalb des Gebäudes  $25^\circ$ ; 2) Heizung nur bei Tag, demnach Coefficient wegen unterbrochener Heizung gleich 1.2; 3) Werthe von  $k$  für Boden und Decke  $k = 0.225$ , für Wände 1.16, für die Fenster 3.66; 4) Länge der Spirale  $\frac{W}{425}$ ; 5) Länge einer Wärmeröhre  $\frac{W}{65}$ .

Man findet die in nachstehender Tabelle enthaltenen Resultate:

Lokalität	Wärme- verluste	Länge der Wärmeröhren
A	8043	124
C	1625	25
E	1625	25
D	3663	57
F	8043	124
Summe . . . .	22999	355

Für die Disposition der Heizung ergibt sich nun Folgendes: Länge der Spirale  $\frac{22999}{425} = 54^m$ , Totallänge aller Wärmeröhren  $355^m$ . Zwei Umfänge der Lokalitäten A und F haben eine Länge von  $72^m$ ; jede dieser Lokalitäten kann also hinreichend geheizt werden, entweder indem man den Röhrenstrang (Vor- und Rücklauf) zwei mal am Umfang herumleitet oder indem man den Röhrenstrang nur einmal herumleitet und den Rest von  $124 - 72 = 52^m$  in einem Wärmeofen anbringt. Die Lokalitäten C und E haben  $21^m$  Umfang, ein einfacher Umlaufstrang ist also zur Heizung derselben mehr als genügend. Die Lokalität D hat  $28^m$  Umfang, ein einfacher Umlaufstrang ist also auch hier genügend.

Der Spiralofer, Fig. 22, befindet sich im Keller unter a. Der Strang tritt bei  $\alpha$  in A ein, geht herum, dann durch den Wärmeofen a, hierauf durch den kleinen Wärmeofen bei c, dann um die Lokalität D herum oder auch noch durch die Mitte d, wodurch diese Leitung etwas länger ausfällt, als sie nach der Rechnung sein müsste, was aber nicht zu tadeln ist, indem insbesondere das Billetbureau gut geheizt werden soll. Aus D geht der Strang nach dem Ofen e und dann in den Ofen f, endlich um F herum und endigt bei  $\zeta$ .

Da die ganze Cirkulation, Spirale und Wärmeröhren, nahe 400 Meter lang ist und jeder Meter zu 3 Gulden in Anschlag gebracht werden kann, so betragen die Kosten der Einrichtung circa 1200 Gulden, was gewiss nicht billig ist.

## Ofenheizung.

**Einleitendes.** Der Ofen ist ein Verbrennungsapparat, welcher in dem Raum aufgestellt wird, welcher erwärmt werden soll. Die Wärme der Verbrennungsgase entweicht durch die Oberfläche des Ofens direkt in die zu erwärmende Luft, und zwar theils durch Ausstrahlung, theils durch Leitung. Die Haupttheile eines Ofens sind das aus Eisenblech, aus Gusseisen oder aus gebrannter Erde bestehende Verbrennungsgehäuse und das Ofenrohr aus Eisenblech, das jedoch zuweilen weggelassen wird. Die Heizung des Ofens geschieht zuweilen von aussen, gewöhnlich aber von innen. Bei einer guten Ofeneinrichtung kommen folgende Theile vor: 1) ein Aschenkasten, der so eingerichtet ist, dass durch denselben mehr oder weniger Luft unter den Rost geleitet werden kann; 2) die durch eine Thüre verschliessbare Einfeuerungsöffnung, durch welche der Brennstoff auf den Rost gebracht wird; 3) eine der Beschaffenheit des Brennstoffes angemessene Rosteinrichtung; zuweilen fehlt der Rost, was aber fehlerhaft ist, indem eine vollständige Verbrennung des Brennstoffes nur bewirkt werden kann, wenn die Luft, welche die Verbrennung bewirkt, nicht oberflächlich über den Brennstoff hinstreicht, sondern von unten herauf durch die Brennstoffmasse getrieben wird; 4) ein Ofenrohr, welches vorzugsweise die Bestimmung hat, dass gleich beim Beginn der Einheizung eine spürbare Erwärmung des Raumes veranlasst wird. Die wesentlichen Bedingungen einer guten Ofeneinrichtung bestehen darin, dass alles in Anwendung gebracht wird, was zu einer sehr vollkommenen Verbrennung des Brennstoffes hinwirkt und dass ferner der Ofen mit Einschluss des Ofenrohrs eine hinreichend grosse Wärmeausstrahlungsoberfläche darbietet. Eine ordentliche Rosteinrichtung mit geeigneter Luftzuführung und genügender Oberfläche zur Wärmeabgabe ist daher das Wesentliche; auch ist das Gegenstromprinzip zu beachten. Eiserne Oefen geben eine rasche Hitze, kühlen den Rauch gut ab, erfordern eine geringe Heizfläche, nehmen ein kleines Volumen ein, kühlen aber sehr rasch ab, so wie das Feuer in denselben erloschen ist, müssen daher, wenn eine gleichförmige, fort-dauernde Erwärmung gefordert wird, fort und fort mit kleinen Quantitäten Brennstoff gespeist werden. Eiserne Oefen sind daher in den Fällen geeignet, wenn nicht eine gleichförmige Erwärmung gefordert wird, sondern wenn im Gegentheil nur zu bestimmten Stunden des Tages vorübergehend eine reichliche Erwärmung eintreten soll. Indessen, wenn man diese eisernen Oefen innen dick

mit Lehm bestreicht oder bei grösseren Dimensionen mit Backsteinen ausmauert, so nähert sich ihre Wirkung jener der Oefen aus gebrannter Erde. Um die unangenehme Wirkung der heftigen Wärmestrahlung der eisernen Oefen zu beseitigen, ist die Anwendung eines Ofenschirmes oder eines Blechmantels angemessen.

Die Oefen aus gebranntem Thon erwärmen sich langsam, geben aber, wenn einmal die Erwärmung eingetreten ist, eine milde, gleichmässige und nachhaltige Erwärmung, ohne belästigende Ausstrahlung und ohne Geruch zu verursachen, der bei eisernen Oefen durch Verbrennen von Staub entsteht, wenn sie rasch geheizt werden. Diese Thonöfen erfordern aber eine grössere Wärmeffläche und nehmen einen grösseren Raum ein. Ein Blechrohr ist bei denselben nothwendig, damit gleich während des Anheizens einige Erwärmung entsteht. Hieraus geht hervor, dass diese Thonöfen den eisernen Oefen vorzuziehen sind, wenn eine andauernde gleichförmige Erwärmung gefordert wird, wie dies insbesondere für Wohnzimmer gewünscht wird. Bei beiden Arten von Oefen ist die innere Heizung der äusseren vorzuziehen, weil die erstere eine reichliche Ventilation verursacht und es auch in der Regel wünschenswerth ist, dass die Nachfeuerung durch die Personen, welche sich im Zimmer aufhalten, geschehen kann. Die äussere Heizung ist jedoch in den Fällen vorzuziehen, wenn es gewünscht wird, dass das Zimmer von dem dienenden Personal nicht betreten wird, und wenn Brennstoff angewendet wird, der einen unangenehmen Geruch verursachen kann, also bei Torfheizung. Auch ist diese äussere Heizung am Platze, wenn eine künstliche Ventilation herbeigeführt wird. Die Einrichtung der Oefen richtet sich auch nach dem Brennstoff, mit welchem geheizt wird. Die Wahl desselben wird im Allgemeinen durch die Preise bestimmt. Wenn der Preisunterschied zwischen Steinkohlen und Holz nicht gross ist, ist die Holzfeuerung wegen ihrer grösseren Reinlichkeit und leichteren Bedienung der Oefen vorzuziehen, eben so auch, wenn nur die Annehmlichkeit, die Kosten aber nicht besonders in Anschlag zu bringen sind.

Alle Ofenheizungen haben die nachtheilige Eigenschaft, dass sich die von dem Ofen ausgehende Wärme nicht gleichförmig durch die Räume verbreitet. Die Strahlung, wie auch die Leitung der Wärme bringen Erwärmungen hervor, bei welchen die Temperatur vom Ofen weg ziemlich rasch abnimmt. Eine gleichförmige Vertheilung der Wärmemenge durch den ganzen Raum kann nur bewirkt werden, wenn eine lebhaft Luftcirculation herbeigeführt werden kann. Grössere Räume, z. B. Versammlungssäle, Hörsäle erfordern deshalb die Anwendung mehrerer Oefen.

**Heizfläche der Öfen.** Die Heizfläche eines Ofens besteht aus denjenigen Theilen der Wandungen, welche einerseits im Innern mit den Verbrennungsgasen, andererseits aussen mit der Luft des zu erwärmenden Raumes in Berührung stehen. Bei einem gewissen Volumen des Ofens erhält man durch Anwendung von engen Röhren die grösste Heizfläche. Die Grösse der Heizfläche richtet sich theils nach der Konstruktion des Ofens, nach dem Brennmaterial, insbesondere aber nach dem Material, aus welchem der Ofen besteht. Die gusseisernen Öfen erfordern die kleinste Heizfläche, Öfen aus Eisenblech eine beträchtlich grössere, Thonöfen die grösste Heizfläche. Nach den Erfahrungen von *Pecelet* sind die Wärmemengen, welche *Ein* Quadratmeter Heizfläche stündlich abgibt, 1) für Öfen aus gebrannter Erde 1600 Wärmeeinheiten, 2) für Öfen aus Gusseisen 4000 Wärmeeinheiten, 3) für Öfen aus Eisenblech 1500 Wärmeeinheiten. Nennt man also  $w$  die Wärmemenge, welche stündlich zur Erwärmung eines Raumes erforderlich ist,  $f$  die Heizfläche des Ofens in Quadratmetern, so hat man:

$$a) \text{ für Öfen aus gebrannter Erde } F = \frac{W}{1600}$$

$$b) \text{ für Öfen aus Gusseisen } . . . F = \frac{W}{4000}$$

$$c) \text{ für Öfen aus Eisenblech } . . . F = \frac{W}{1500}$$

Die Anwendung dieser Regel mag durch folgende Beispiele erklärt werden.

1) Es soll eine Ofenheizung für ein Studirzimmer angeordnet werden:

Tiefe des Zimmers . . . . .	7 <sup>m</sup>
Breite . . . . .	3.6 <sup>m</sup>
Höhe . . . . .	4 <sup>m</sup>
Fensterfläche . . . . .	4.84 <sup>m</sup>

Nicht nur die Umfassungsmauern, auch Boden und Decke sollen Wärmeverluste verursachen.

Grösste Temperaturdifferenz an den kältesten Wintertagen . . . 30°

Fläche der Umfassungswände nach Abzug der Fensterfläche . . . 79<sup>qm</sup>

Fläche der Decke und des Bodens . . . . . 50<sup>qm</sup>

Wärmeverlust durch Decke und Boden:

$$1.2 \times 30 \times 50 \times 0.225 . . . , 403 \text{ Wärmeeinheiten}$$

Wärmeverlust durch die Umfangsflächen:

$$1.2 \times 30 \times 79 \times 1.16 . . . 2232 \quad "$$

Wärmeverlust durch die Fensterfläche:

$$1.2 \times 30 \times 4.8 \times 3.66 . . . 632 \quad "$$

---


$$\text{Summe der Verluste } . . . . . 3267 \text{ Wärmeeinheiten}$$



Wir wählen einen Ofen aus gebrannter Erde mit einem Ofenrohr von Blech:

Länge des Rohres . . . . .	3 <sup>m</sup>
Durchmesser . . . . .	0.16
Fläche des Rohres . . . . .	1.59 <sup>m</sup>
Heizfläche des Ofens $\frac{3267}{1600}$ . . . . .	2 <sup>m</sup>
Höhe des Ofens . . . . .	1.5 <sup>m</sup>
Durchmesser des Ofens (rund) . . . . .	0.43 <sup>m</sup>

2) Es soll ein grösserer Hörsaal mit Oefen geheizt werden:

Breite des Saals . . . . .	16 <sup>m</sup>	
Länge . . . . .	20 <sup>m</sup>	
Höhe . . . . .	5 <sup>m</sup>	
Fenster {	Anzahl . . . . .	10
	Breite . . . . .	1.5
	Höhe . . . . .	2.5
Temperaturdifferenz . . . . .	30°	

Es wird nur in einzelnen Stunden geheizt.

Coeffizient wegen unterbrochener Heizung . . . . . 1.5

Die Umfassungswände, der Boden und die Fensterflächen verursachen Wärmeverluste, die Decke nicht.

Boden	$1.5 \times 30 \times 320 \times 0.225 =$	3240
Wände	$1.5 \times 30 \times 313 \times 1.16 =$	16338
Fenster	$1.5 \times 30 \times 37.5 \times 3.66 =$	6176

Summe der Verluste . . . . . 25754

Ab Wärmeentwicklung durch 200 Menschen  $200 \times 48 =$  9600

16154

Wir nehmen zwei gusseiserne Oefen, demnach:

Oberfläche eines Ofens $\frac{1}{2} \times 16154$	2 <sup>m</sup>
Höhe eines Ofens . . . . .	1.5 <sup>m</sup>
Durchmesser . . . . .	0.5 <sup>m</sup>

**Beschreibung einiger Oefen.** Der Oefen gibt es eine Unzahl. In dem Werke von *Peclet* sind viele derselben auf den Tafeln 69 bis 75 abgebildet. Wir wollen nur einige derselben angeben.

Tafel XX., Fig. 1. Gusseiserner Ofen ohne Cirkulation mit Ofenrohr. Diese Oefen werden bekanntlich sehr viel angewendet. Gibt man ihnen die gehörige Heizfläche, so geben sie leidliche Resultate.

Tafel XX., Fig. 2. Ofen von gebrannter Erde mit zwei Röhren und einem Ofenrohr von Eisenblech. Diese Oefen sind für Wohnzimmer ganz geeignet.

Tafel XX., Fig. 3. Schwedischer Ofen mit inneren Scheidewänden. Diese Oefen sind fehlerhaft, die inneren Scheidewände sind nicht Heizflächen und der Zickzackgang der Luft erschwert den Zug.

Tafel XX., Fig. 4. Blechofen mit inneren Röhren und mit einem Blechmantel.

Tafel XX., Fig. 5. Steinkohlenofen mit umgekehrter Heizung. Der Ofen enthält drei concentrische Wandungen; das innere konische Gefäss enthält den Rost und ist oben mit einem Deckel geschlossen, der mit Spaltöffnungen versehen ist, durch welche die zum Verbrennen nothwendige atmosphärische Luft eintritt. Der Raum zwischen der äusseren und mittleren cylindrischen Wandung ist mit vertikalen Scheidewänden versehen, wodurch Kanäle entstehen, die abwechselnd oben und unten miteinander kommunizieren und von den Verbrennungsgasen durchströmt werden, um zuletzt durch *b* nach dem Kamin zu entweichen. Die zu erwärmende Luft tritt durch die Oeffnungen *c c c* ein, steigt zwischen der inneren und mittleren Wandung in die Höhe und strömt oben in das Zimmer aus. Diese Wandungen zwischen 1, 2, 3, 4 sind ganz unnütz.

Tafel XX., Fig. 6. Blechofen mit Mantel. Der eigentliche Blechofen, welcher den Rost enthält, ist von einem Mantel umgeben. Die zu erwärmende Luft tritt unten durch die Oeffnungen *a a* ein, steigt in den Raum zwischen dem Ofen und dem Mantel auf und tritt oben durch die Oeffnungen *b* in das Zimmer.

Tafel XX., Fig. 7. Ofen mit Ventilation. Die kalte Luft tritt von aussen bei *a* in den Ofen *b* ein, die Verbrennungsgase entweichen durch *c d* nach dem Kamin. Dieses Rohr *c d* ist von einem zweiten *e, d*, umgeben, das bei *f* in das Zimmer mündet. Die unreine Luft entweicht durch *f* und durch den Raum zwischen *c d* und *e, d*, nach dem Kamin.

#### Luftheizung mit natürlicher Ventilation.

**Einleitendes.** Bei dieser Heizung wird reine atmosphärische Luft in einem Lufterwärmungsapparat, der ausserhalb des zu erwärmenden Raumes aufgestellt wird, erwärmt und durch Röhren oder Kanäle in den zu erwärmenden Raum geleitet. Die unreine Luft wird durch Oeffnungen in der Decke oder in der Höhe der Wände abgeleitet. Diese Heizung kann für Kirchen, Versammlungs-

säle gebraucht werden. Die dabei in Anwendung kommenden Luft-erwärmungsapparate werden Calorifer genannt; sie werden meistens im Souterrain aufgestellt und die Erwärmung der Luft geschieht entweder direkt durch die Verbrennungsgase (Luftcalorifer) oder durch Wassercirkulation oder auch durch Wasserdampf. Die Calorifer mit Wassercirkulation geben die angenehmste Wärme, weil bei denselben die reine atmosphärische Luft nicht leicht zu stark erhitzt wird, daher keinen üblen Geruch verursacht, gewöhnlich werden jedoch Luftcalorifer angewendet, in welchem Falle man sich vor einer zu starken Erhitzung des Calorifers zu hüten hat; auch ist es gut, wenn man in den Cirkulationskanälen offene mit Wasser gefüllte Schalen aufstellt, damit die zugeleitete Luft nicht zu trocken ist. Wir wollen zunächst die Einrichtung einiger Calorifer erklären.

**Beschreibung einiger Calorifer.** Tafel XX., Fig. 8 ist ein Luftcalorifer mit kurzen vertikal stehenden gusseisernen Wärmeröhren. *a* ist die Heizkammer mit Rost, *b*, *b*<sub>2</sub>, *b*<sub>3</sub> ist die Röhrenkammer. Sie ist durch zwei gusseiserne Platten in drei Räume *b*, *b*<sub>2</sub>, *b*<sub>3</sub> getheilt; in die untere Abtheilung tritt durch die Oeffnungen  $\beta\beta\beta$  die reine kalte zu erwärmende atmosphärische Luft ein, die Abtheilung *b*<sub>2</sub> enthält die Wärmeröhren, sie werden durch die untere Platte getragen und vermitteln eine Kommunikation zwischen den Räumen *b*<sub>1</sub> und *b*<sub>3</sub>. Die kalte Luft geht durch diese Röhren, kommt im erwärmten Zustande in *b*<sub>3</sub> an und strömt dann durch das Rohr *c* nach dem zu erwärmenden Raum. Die Verbrennungsgase winden sich zwischen den Heizröhren durch und gelangen durch den Kanal *a* nach dem Kamin *e*. Diese Disposition ist zwar sehr einfach, hat aber ihre Mängel. Es ist kein Gegenstromapparat, sondern die Ströme von kalter und warmer Luft durchkreuzen sich unter einem rechten Winkel. Da jedoch bei derlei Heizungen die Luft nicht stark erwärmt wird, so ist ein Gegenstrom nicht so nothwendig.

Tafel XX., Fig. 9 u. 10 ist ein Calorifer mit horizontal liegenden Röhren. Die Röhren bilden hier vertikale Wände, in jeder Wand liegen sie dicht aufeinander. Die Verbrennungsgase strömen an den Röhrenwänden auf und ab. Die kalte Luft tritt durch die mit Registern versehenen Oeffnungen *a a* ein, gelangt in die Kammer *b*, geht durch die Wärmeröhren, sammelt sich in der Kammer *c* und entweicht durch das Rohr *d* nach dem zu erwärmenden Raum. Auch bei dieser Disposition ist kein Gegenstrom vorhanden.

Tafel XX., Fig. 11 ist ein Luftcalorifer mit bogenförmigen Röhren; es ist ein Gegenstromapparat. *a* *c* sind zwei weitere horizontale Röhren, sie sind durch eine Reihe von bogenförmigen Röhren *b* in Verbindung gesetzt. Die zu erwärmende Luft tritt an einem der beiden Enden der Röhre *a* in diese Röhre ein, durchläuft die Bogenröhren *b*, sammelt sich in *c* und strömt durch eines der Enden dieser Röhre nach dem zu erwärmenden Raum. Dieses Röhrensystem ist in der Weise eingemauert, dass die Verbrennungsgase durch mehrere Oeffnungen *d* in die linke Seite des bogenförmigen Kanals *e*, *e*<sub>2</sub>, *e*<sub>3</sub> gelangen, welcher die Röhren *b* enthält, dann durch diesen Kanal strömen und zuletzt durch die Oeffnungen *f* in den Raum *g* gelangen, aus welchem sie nach dem Kamin entweichen. Man sieht, dass hier ein Gegenstrom vorhanden ist. Dieser Calorifer ist daher sehr geeignet, wenn die Luft auf eine hohe Temperatur gebracht werden soll.

Tafel XX., Fig. 12 ist ein Luftcalorifer, der ähnlich wie ein Lokomotivkessel disponirt ist. *a* ist die Heizkammer, *b* die Röhrenkammer, *c* die Rauchkammer. Die Röhren liegen mit ihren Enden in zwei gusseisernen Platten *b*, *b*<sub>2</sub>, die Verbrennungsgase gehen aus der Heizkammer durch die Röhren nach der Rauchkammer und von da durch den Kanal *d* nach dem Kamin. Die zu erwärmende Luft tritt durch die Oeffnungen *f* ein, bestreicht die Wärmeröhren und entweicht durch die Oeffnung *g* nach dem Rohr *h*, durch welches sie nach dem zu erwärmenden Raum gelangt. Es ist annähernd ein Gegenstromapparat.

In dem Werke von *Pecllet* findet man auf den Tafeln 76 bis 86 eine grosse Anzahl von Calorifers abgebildet und im Text beschrieben. Darunter kommen sehr komplizirte Anordnungen vor, die jedoch keine besseren Leistungen hervorbringen können, als die im Vorhergehenden beschriebenen einfachen Röhrenapparate.

Tafel XX., Fig. 13 zeigt einen Calorifer mit Wassercirkulation. *a* ist ein cylindrischer Kessel, ähnlich einem gewöhnlichen Dampfkessel, *b* ein Standrohr, *c* ein Spiralrohr, das oben durch die Röhre *d* mit dem Standrohr, unten durch die Röhre *e* mit dem Kessel kommuniziert. Dieses Cirkulationssystem ist ganz mit Wasser gefüllt. Das Spiralrohr *c* befindet sich in einer gemauerten Kammer *J*, in welche die reine zu erwärmende Luft unten bei *g* durch die Oeffnungen eintritt, dann in der Kammer längs der Spirale aufsteigt und zuletzt oben durch die Oeffnung *h* in den Kanal entweicht, der nach dem zu erwärmenden Raum führt.

Tafel XX., Fig. 14 ist ein Calorifer mit Dampfheizung. *a* ist ein gewöhnlicher Dampfkessel, *b* ist ein Bündel von vertikalen

Röhren, die oben in die Kappe  $c$ , unten in das Becken  $c$ , einmünden.  $c$  und  $c_1$  kommunizieren mittelst der Röhren  $a$  und  $a_1$  mit dem Dampfraum des Kessels.

**Heizfläche der Calorifer.** Zur Berechnung der Heizfläche der verschiedenen Calorifer hat man folgende Regeln.

*A. Luftcalorifer mit gusseisernen Röhren und mit Gegenströmen.*

Es sei:

$W$  die Wärmemenge, welche stündlich an die zu erwärmende Luft abgegeben werden soll,

$T_0$  die Temperatur der Verbrennungsgase unmittelbar über dem Rost,

$T_1$  die Temperatur, mit welcher die Verbrennungsgase den Heizapparat verlassen,

$t_0$  die Temperatur der reinen kalten Luft, welche erwärmt werden soll,

$t_1$  die Temperatur, bis zu welcher die Luft erwärmt werden soll,

$L$  die Luftmenge in Kilogrammen, welche stündlich erwärmt wird,

$k = 14$  der Wärmedurchgangskoeffizient für den Durchgang aus Luft durch eine Wand von Gusseisen in Luft,

$F$  die Oberfläche sämtlicher Röhren des Apparates,

so hat man:

$$F = \frac{W}{k} \frac{\log \frac{T_0 - t_1}{T_1 - t_0}}{T_0 - T_1 - (t_1 - t_0)}$$

$$L = \frac{W}{0.237 (t_1 - t_0)}$$

Nehmen wir:  $T_0 = 1000$ ,  $T_1 = 300$ ,  $t_0 = -10^\circ$ ,  $t_1 = +20^\circ$ , so wird:

$$F = \frac{W}{8530}$$

$$L = \frac{W}{7.11}$$

*B. Calorifer mit Wassercirkulation.*

(Gegenstromeinrichtung.)

Nennt man:

$W$  die Wärmemenge, welche stündlich geliefert werden soll,

$T_0$  die Temperatur der Verbrennungsgase unmittelbar über dem Rost,

$T_1$  die Temperatur, mit welcher die Verbrennungsgase in das Kamin entweichen,  
 $t_0$  die Temperatur, mit welcher das Cirkulationswasser in den Kessel eintritt,  
 $t_1$  die Temperatur, mit welcher das Cirkulationswasser aus dem Kessel tritt,  
 $A_0$  die Temperatur der äusseren atmosphärischen Luft,  
 $A_1$  die Temperatur, bis zu welcher die Luft erwärmt werden soll,  
 $L$  die Luftmenge in Kilogrammen, welche stündlich erwärmt werden soll,  
 $k=23$  den Wärmedurchgangskoeffizienten aus Luft in Wasser oder aus Wasser in Luft,  
 $F$  die Heizfläche des Kessels,  
 $F_1$  die Oberfläche der Spiralröhren,  
 so hat man:

$$F = \frac{W}{k} \frac{\log_{\text{nat}} \frac{T_0 - t_1}{T_1 - t_1}}{T_0 - T_1}$$

$$F_1 = \frac{W}{k} \frac{\log_{\text{nat}} \frac{t_1 - A_1}{t_0 - A_0}}{t_1 - t_0 - (A_1 - A_0)}$$

$$L = \frac{W}{0.237 (A_1 - A_0)}$$

Setzen wir:  $T_0 = 1000$ ,  $T_1 = 300$ ,  $t_0 = 40^\circ$ ,  $t_1 = 80^\circ$ ,  $A_0 = -10^\circ$ ,  $A_1 = +20^\circ$ , so finden wir:

$$F = \frac{W}{11500}, \quad F_1 = \frac{W}{1264}, \quad L = \frac{W}{7.11}$$

**Beispiele über Luftheizungen.** Tafel XXI., Fig. 1 u. 2 zeigt die Einrichtung einer Luftheizung eines Hörsaals oder Amphitheaters.  $a$  ist der Calorifer in einer Heizkammer unter dem Boden,  $b$  ist ein Kanal, durch welchen die erwärmte Luft nach einem halbkreisförmigen Kanal  $c$  strömt. Von diesem gehen mehrere Röhren  $a \dots$  aus, die in schräger Lage unter dem Treppenbau des Amphitheaters liegen. Diese Röhren sind mit kleinen Transversalröhren versehen, durch deren Mündungen die warme Luft ausströmt. Die Bretter des Treppenbaues sind stellenweise durchbohrt, so dass die warme Luft leicht über den Boden gelangen kann. Sie steigt dann auf und entweicht oben durch Oeffnungen, die in der Laterne  $e$  angebracht sind.

Tafel XXI., Fig. 3 u. 4 zeigt eine Luftheizung für einen Ver-

sammlungssaal. *a* ist der Calorifer. Die erwärmte Luft wird in ein Kanalsystem *b b b* geleitet, das unter dem Boden des Saales liegt, gelangt durch Oeffnungen in den Saal selbst, steigt in demselben auf und entweicht durch Oeffnungen, die in der Decke angebracht sind.

### Selbstständige Ventilation.

**Einleitendes.** Wir betrachten nun die Ventilation für sich ohne Rücksicht auf Erwärmung, d. h. wir wollen die Mittel kennen lernen, durch welche man bewirken kann, dass einem Raum in jeder Stunde eine gewisse Quantität Luft zugeführt und in derselben Zeit eine eben so grosse Quantität entzogen werden kann. Soll diese Lufterneuerung mit kalter Luft geschehen, wie dies immer der Fall ist bei einer Ventilation während der warmen Jahreszeit, so bedarf es gar keiner Wärmezuführung nach dem zu ventilirenden Raum; soll der Raum auch warm erhalten werden, so nehmen wir an, dass nebst der Einrichtung zur Ventilation auch eine Heizeinrichtung hergestellt ist, die in den Raum nur Wärme abgibt (Dampfheizung, Wassercirkulationsheizung), so dass also dann zwei von einander ganz unabhängige Einrichtungen bestehen. Es gibt vorzugsweise zwei Mittel, durch welche derlei Ventilationen bewirkt werden können. Das eine Mittel besteht darin, indem man in den Raum umschliessenden Flächen an geeigneten Orten Oeffnungen anbringt, durch welche reine kalte Luft eintreten, und andere Oeffnungen, durch welche sie in ein Kanalsystem austreten kann, das nach einem zum Behufe der Ventilation errichteten Zugkamin entweichen kann, wo sie durch eine Feuerungseinrichtung erwärmt und dadurch zum Aufsteigen gezwungen wird. Diese Erwärmung der Luft kann auf zweifache Weise geschehen: 1) indem man die Luft durch das Feuer ziehen lässt, so dass sie die Verbrennung unterhält, 2) indem man die Feuerung so einrichtet, dass sie mit reiner atmosphärischer Luft genährt wird, und dass nur die Wärme der Verbrennungsgase an die ausgesaugte Luft abgegeben wird. Das zweite Mittel zur Ventilation ist die mechanische Gewalt vermittelt sogenannter Ventilatoren, die durch irgend einen Motor getrieben werden. Diese mechanistische Ventilation kann aber auf zweierlei Weise geschehen: 1) indem man vermittelt eines Druckventilators reine atmosphärische Luft in den zu ventilirenden Raum eintreibt und zum Entweichen der Luft an geeigneten Stellen Oeffnungen anbringt, die in's Freie führen; 2) indem man die Luft

durch Anwendung eines Saugventilators aus dem Raum aussaugt und zum Eintreten von frischer kalter Luft an geeigneten Orten Oeffnungen anbringt. Diese Ventilationseinrichtungen haben wir nun genauer zu studiren.

Die Bugkamine. Die Tafel XXI., Fig. 5, 6, 7, 8 dienen zur Erklärung der Einrichtung der Zugkamine. Fig. 5 ist die einfachste Einrichtung eines Zugkamins. Es unterscheidet sich von jedem gewöhnlichen Kamin nur dadurch, dass hier bei *b* eine Rostfeuerung angebracht ist. Der Kanal *a* steht in Kommunikation mit dem zu ventilirenden Raum. Die Luft tritt bei *a* in das Kamin ein, geht durch den Rost, unterhält die Verbrennung und das Gemisch von Verbrennungsgasen und von unverbrannter Luft, steigt dann im erwärmten Zustand im Kamin auf, um oben zu entweichen. Diese Einrichtung ist nicht gut, weil viel mehr Luft Zutritt, als zum Verbrennen nothwendig ist.

Fig. 6 ist eine bessere Einrichtung. Der Feuerungsrost *b* nimmt nur einen Theil vom Querschnitt des Kamins ein. Ein Theil der Luft geht direkt aus dem Kanal in das Kamin, der Rest geht durch den Rost und bewirkt die Verbrennung. Oberhalb des Rostes einigen sich die beiden Ströme und steigen im Kamin auf.

Fig. 7 ist ein Zugkamin, bei welchem die Verbrennung nicht durch die unreine Luft, sondern durch reine atmosphärische Luft geschieht. Die Feuerung ist hier nicht im Kamin, sondern neben demselben. Die Verbrennungsgase treten in das Kamin, mengen sich mit der durch den Kanal *a* herkommenden unreinen Luft und das ganze Gemenge steigt durch das Kamin auf.

Fig. 8 ist ein Zugkamin, bei welchem die Verbrennung durch reine atmosphärische Luft geschieht und die Verbrennungsgase in eine Röhre durch das Kamin geleitet werden. Die innere Luft wird an den Wänden des Rohres erwärmt und steigt in dem Raum zwischen dem Rohr und den Wänden des Kamins auf. Diese Einrichtung ist nothwendig, wenn die unreine abgeleitete Luft explosible Mischungen enthalten sollte oder wenn sie durch ihre Vermischung mit den Verbrennungsgasen unangenehmen oder schädlichen Geruch verursachen könnte. Die Gruben der Bergwerke müssen oftmals auf diese Weise ventilirt werden.

Das Zugkamin soll, wenn möglich, so aufgestellt werden, dass die Zuströmung der unreinen Luft aus dem zu ventilirenden Raum nach dem Kamin möglichst wenig Widerstand verursacht. Es ist jedoch nicht immer möglich, dieser Bedingung zu entsprechen, insbesondere wenn es sich um die Ventilation von Gebäuden handelt,



die eine grosse Horizontalausdehnung haben. In diesem Falle können die Kommunikationen sämtlicher Räume des Gebäudes mit dem Zugkamin nur durch ein weitläufiges Kanalsystem bewerkstelligt werden.

**Theorie der Bugkamine für Ventilationen.** Die früher entwickelte Theorie der Kamine für Kesselfeuerungen kann auf die Zugkamine für Ventilationen nicht unmittelbar angewendet werden, wir müssen zu diesem Zweck eine besondere Theorie aufstellen. Dabei wollen wir uns jedoch mit Annäherungen begnügen. Wir vernachlässigen einstweilen die Widerstände, welche den Luftcirculationen entgegen wirken (Reibungen, plötzliche Aenderungen in der Bewegungsrichtung und Geschwindigkeit), behandeln die Luft wie Wasser, d. h. so, wie wenn sie nicht zusammendrückbar wäre, und vernachlässigen die Wärmeverluste durch die Wände des Kamins und des Zuleitungskanals.

Es sei Tafel XXI., Fig. 9 a der zu ventilirende Raum, der durch eine Oeffnung bei b mit der äusseren Atmosphäre kommuniziert, c das mit einer Feuerung versehene Zugkamin, d das Kanalsystem, durch welches a mit c kommuniziert, t die Temperatur der äusseren atmosphärischen Luft,  $t_1$  die Temperatur der Luft im Raum a und in dem Kanale d, T die Temperatur im Kamin c. Die Bewegung der Luft durch das Kamin erfolgt, weil die Luft im Kamin h g leichter ist als in der Luftsäule f b d. Denken wir uns ein zweites Röhrensystem, Fig. 10, das in allen Theilen mit Luft erfüllt ist, deren Temperatur gleich ist jener, die in Fig. 9 im Kamin herrscht, also gleich T, nehmen den Schenkel  $g_1 h_1$ , Fig. 10, so hoch als g h, Fig. 9, geben aber dem Schenkel  $f_1 d_1$  eine solche Höhe, dass das Gewicht der Luftsäule  $f_1 d_1$  so gross ist als jenes der Luftsäule f d, so wird die Luft in  $h_1 g_1$  gerade so schnell aufsteigen, wie in h g. Wenn wir also die Strömungsgeschwindigkeit für die Anordnung Fig. 10 berechnen, haben wir zugleich die Strömungsgeschwindigkeit für h g.

Nennen wir  $h, h_1, H, Z, H$  die Höhen der Luftsäulen, d b, b f, h g,  $d_1, f_1, h_1, g_1, \gamma_0$  das Gewicht von einem Kubikmeter Luft bei 0° Temperatur und unter dem äusseren Druck der Atmosphäre,  $\alpha = 0.00367$  den Wärmeausdehnungscoefficienten der atmosphärischen Luft, so sind

$$\frac{\gamma_0}{1 + \alpha t}, \quad \frac{\gamma_0}{1 + \alpha t_1}, \quad \frac{\gamma_0}{1 + \alpha T}$$

die Gewichte von einem Kubikmeter Luft in

$$f \bar{b}, \quad d b \text{ und } h g, \quad d_1 f_1, \quad h_1 g_1$$

## Die Gewichte der Luftsäulen

$$db \quad bf \quad hg \quad h_1 g_1 \quad d_1 f_1$$

bezogen auf einen Quadratmeter Querschnitt sind demnach:

$$h \frac{\gamma_0}{1 + \alpha t_1}, \quad h_1 \frac{\gamma_0}{1 + \alpha t}, \quad H \frac{\gamma_0}{1 + \alpha T}, \quad H \frac{\gamma_0}{1 + \alpha T}, \quad Z \frac{\gamma_0}{1 + \alpha T}$$

Weil nun das Gewicht der Säule  $d_1 f_1$  so gross sein soll, als jenes der Säulen  $db + bf$ , so hat man:

$$h \frac{\gamma_0}{1 + \alpha t_1} + h_1 \frac{\gamma_0}{1 + \alpha t} = Z \frac{\gamma_0}{1 + \alpha T} \quad \dots \quad (1)$$

Hieraus folgt:

$$Z = h \frac{1 + \alpha T}{1 + \alpha t_1} + h_1 \frac{1 + \alpha T}{1 + \alpha t} \quad \dots \quad (2)$$

Da die Luft in der ganzen Ausdehnung der Röhren  $f_1 d_1 h_1 g_1$  einerlei Dichte hat, so ist die Geschwindigkeit  $U$ , mit welcher die Luft durch die Mündung bei  $g_1$  ausströmt, gleich  $\sqrt{2g(Z - H)}$ , man hat also:

$$U = \sqrt{2g(Z - H)} \quad \dots \quad (3)$$

Führt man für  $Z$  den Werth aus (2) ein und berücksichtigt, dass  $h_1 = H - h$  ist, so erhält man:

$$U = \sqrt{2g \left\{ H \frac{\alpha(T-t)}{1 + \alpha t} - h \left[ \frac{\alpha(T-t)}{1 + \alpha t} - \frac{\alpha(T-t_1)}{1 + \alpha t_1} \right] \right\}} \quad \dots \quad (4)$$

Berücksichtigt man aber auch die mannigfaltigen Widerstände, welche der Bewegung der Luft entgegen wirken, so erhält man statt des Ausdruckes (4) folgenden Ausdruck:

$$U = \sqrt{\frac{2g}{1+m} \left\{ H \frac{\alpha(T-t)}{1 + \alpha t} - h \left[ \frac{\alpha(T-t)}{1 + \alpha t} - \frac{\alpha(T-t_1)}{1 + \alpha t_1} \right] \right\}} \quad \dots \quad (5)$$

wobei  $m$  einen analogen Werth hat, wie jener, welchen wir in der Theorie der Dampfkesselkamme, Seite 327, gefunden haben.

Nennen wir  $L$  die Luftmenge in Kilogrammen, welche stündlich durch das Kamin aufsteigt, so ist:

$$L = 3600 \Omega U \frac{\gamma_0}{1 + \alpha T} \quad \dots \quad (6)$$

oder wegen (5):

$$L = 3600 \Omega \frac{\gamma_0}{1 + \alpha T} \sqrt{\frac{2g}{1+m} \left\{ H \frac{\alpha(T-t)}{1 + \alpha t} - h \left[ \frac{\alpha(T-t)}{1 + \alpha t} - \frac{\alpha(T-t_1)}{1 + \alpha t_1} \right] \right\}} \quad (7)$$

Wir nehmen an, dass  $t_1 > t$  ist, dann ist  $\frac{\alpha(T-t)}{1+\alpha t} - \frac{\alpha(T-t_1)}{1+\alpha t_1}$  eine positive Grösse; die Geschwindigkeit  $u$  der Ausströmung und die Luftmenge selbst nimmt daher mit der Höhe des Punktes  $b$  über  $a$  oder  $h$  ab. Dieser nachtheilige Einfluss von  $h$  auf die Ventilation ist jedoch nur von Belang, wenn die Temperatur  $t$  in dem Raum  $a$  beträchtlich höher ist, als die Temperatur der äusseren Luft, denn wenn  $t = t_1$  wäre, würde  $\frac{\alpha(T-t)}{1+\alpha t} - \frac{\alpha(T-t_1)}{1+\alpha t_1}$  gleich Null, d. h. im Sommer, wenn nicht geheizt wird, lassen sich die hochgelegenen Räume eben so leicht ventiliren wie die tief gelegenen. Um sicher zu gehen, dass das Zugkamin für die verschiedenen Räume eines höheren Gebäudes genügen kann, ist es angemessen, seine Dimensionen so zu berechnen, wie wenn sich alle zu ventilirenden Räume im obersten Stockwerk des Gebäudes befänden; für  $h$  ist demnach die Höhe der Decke des obersten Stockwerkes über dem Fuss des Kamins in Rechnung zu bringen.

Befände sich der zu ventilirende Raum  $a$  unterhalb des Kaminfusses, so wäre  $h$  negativ in Rechnung zu bringen, woraus man sieht, dass die Ventilation leichter von statten geht, wenn der zu ventilirende Raum tiefer liegt, als der Fusspunkt des Kamins. Dies ist in Gebäuden der Fall, wenn man das Zugkamin vom Speicher aus aufsteigen lässt; aber auch bei der Ventilation der Bergwerke befindet sich der zu ventilirende Raum in der Regel unter dem Fusspunkt des Kamins.

Die zur Ventilation erforderliche Brennstoffmenge und Luftmenge bestimmt sich auf folgende Weise.

Nennen wir:  $\mathfrak{S}$  die Wärmemenge, die durch Verbrennung von einem Kilogramm Brennstoff entwickelt wird,  $B$  die Brennstoffmenge, welche stündlich zur Unterhaltung der Feuerung im Kamin nothwendig ist, und nehmen wir an, dass die Verbrennung durch die in das Kamin einströmende unreine Luft unterhalten wird, so hat man:

$$0.237 L (T - t_1) = \mathfrak{S} B \quad \dots \dots \dots (8)$$

demnach:

$$B = \frac{0.237 L (T - t_1)}{\mathfrak{S}} \quad \dots \dots \dots (9)$$

Für die numerischen Berechnungen ist es nothwendig, dass wir uns über die Werthe von  $H$ ,  $T$ ,  $m$  aussprechen. Die Kaminhöhe  $H$  richtet sich in der Regel nach Lokalverhältnissen, nach der Höhe des Gebäudes und nach der Ausdehnung der Lokalitäten. Zuweilen wird man die Regel befolgen dürfen, welche wir für freistehende

Kesselkamine aufgestellt haben, nach welcher Regel die Kaminhöhe 25 mal so gross genommen werden kann als die Weite.

Was die Temperatur  $T$  anbelangt, so ist zu berücksichtigen, dass ein kleiner Werth von  $T$  für die Brennstoffökonomie vortheilhaft ist, aber ein sehr hohes voluminöses Kamin erfordert; dass dagegen bei einem hohen Werth von  $T$  ein kleines Kamin ausreichen wird.

Wir wollen als Regel aufstellen, dass man je nach Umständen  $T$  gleich  $40^\circ$  bis  $80^\circ$  nehmen kann.

Der Werth von  $m$  ist bei Dampfkesselfeuerungen in der Regel ungefähr gleich 100, und so gross wird man denselben auch für Ventilationseinrichtungen nehmen können. Wir nehmen also  $m = 100$ . Will man ganz rationell verfahren, so muss man, mit Berücksichtigung der Anordnung und Ausdehnung des Kanalsystems den Werth von  $m$  durch eine Formel ausdrücken, und vermittelt derselben den numerischen Werth bestimmen; allein die Genauigkeit einer solchen umständlichen und weitläufigen Berechnungsweise von  $m$  ist doch nicht zu verbürgen, so dass man mit einer schätzungsweise Annahme nicht mehr fehlen wird.

Wir wollen ein Beispiel berechnen.

Es sei eine Ventilation für ein Zellengefängniss einzurichten:

Anzahl der Zellen . . . . .	1200
Stündliche Luftmenge für jede Zelle	$30 \text{ K}^{\text{L}}_{\text{g}}$
Temperatur in den Zellen . . . . .	$t_1 = 15^\circ$
Aeussere Lufttemperatur . . . . .	$t = 0$
Temperatur im Kamin . . . . .	$T = 60^\circ$
Höhe des Gebäudes . . . . .	$h = 12 \text{ m}$
Höhe des Kamins . . . . .	$H = 50 \text{ m}$
Widerstandscoeffizient . . . . .	$m = 100$
Gewicht von einem Kubikmeter Luft	$\gamma_0 = 1.3$
Aus Gleichung (5) findet man . . . . .	$U = 1.41 \text{ m}$
Aus Gleichung (6) oder (7) folgt dann	$\Omega = 6.69 \text{ m}$
Aus Gleichung (9) folgt für $\phi = 6000$	$B = 85 \text{ K}^{\text{L}}_{\text{g}}$

Ventilation vermittelt Windflügel (Ventilatoren). In neuester Zeit sind in Paris äusserst sorgfältige und umfassende experimentale Studien über die Heizung und Ventilation der öffentlichen Gebäude und insbesondere der Strafanstalten, Kasernen und Krankenhäuser angestellt worden, um mit Zuverlässigkeit die praktisch wirksamsten Methoden ausfindig zu machen. Die zu diesem Behufe von der Regierung ernannte Kommission hat sich insbesondere auch mit der

Beantwortung der Frage beschäftigt, welche Ventilationsweise (ob die mit Zugkaminen oder jene mit Windflügeln) unter gegebenen Umständen den Vorzug verdiene. Die zur Beantwortung dieser Frage angestellten umfassenden experimentalen Studien haben in einer unwiderlegbaren Weise dargethan, dass durch die Lufterwärmung in Zugkaminen unter allen Umständen eine hinreichend energische und gleichförmige Ventilation erzielt werden kann, dass dagegen die ventilirende Wirkung der Windflügel in den meisten Fällen weder hinreichend energisch noch hinreichend gleichförmig sei.

Nach diesen Erfahrungen wird man gezwungen, die Windflügelventilation ganz zu verwerfen, dagegen die Ventilation durch Lufterwärmung in Zugkaminen unter allen Umständen zu empfehlen. Wir unterlassen daher hier, eine Theorie der Windflügelventilationen aufzustellen, um so viel mehr, da in der Folge, wenn überhaupt die Gebläse zu behandeln sind, eine Theorie der Ventilatoren entwickelt werden muss.

#### Luftheizung und künstliche Ventilation.

**Allgemeine Einrichtung.** Eine Luftheizung mit gleichzeitiger künstlicher Ventilation ist eine Einrichtung, bei welcher zuerst reine kalte atmosphärische Luft in einem ausserhalb der zu erwärmenden Räume aufgestellten Calorifer erwärmt, hierauf im warmen Zustand durch Kanäle in die zu erwärmenden Räume geleitet wird. Dasselbst verliert sie an den Wänden und Fensterflächen einen Theil ihrer Wärme und wird durch verschiedene Vorgänge verunreinigt, zuletzt aber durch den künstlichen Ventilationsapparat aus den erwärmten Räumen weggeleitet. Die Luftmenge, welche in dem Calorifer erwärmt werden muss, ist gleich derjenigen, welche stündlich in die Räume zu- und abgeleitet werden muss, damit im Beharrungszustand die in den Räumen enthaltene Luft nur bis zu einem gewissen Grade verunreinigt ist. Die Wärmemenge, welche der Calorifer stündlich der kalten reinen Luft mitzutheilen hat, ist gleich derjenigen, welche durch Abkühlen an den Wänden und Fensterflächen stündlich verloren geht, mehr noch derjenigen Wärmemenge, die in der unreinen Luft enthalten ist, welche stündlich aus den Räumen wegzuleiten ist. Eine gute Einrichtung muss aber von der Art sein, dass die Luftzuführung von der Wärmezuführung ganz unabhängig ist, so dass also die cirkulirende Luftmenge innerhalb gewisser Grenzen beliebig geändert werden kann, ohne dass eine Temperaturänderung in der cirkulirenden Luft eintritt, und

dass auch die Temperatur der Luft geändert werden kann, ohne Aenderung des durchströmenden Luftquantums. Diese Unabhängigkeit der Heizung von der Ventilation ist aus verschiedenen Gründen, insbesondere aber schon deshalb nothwendig, weil die den Räumen zuzuleitende Wärmemenge mit der Jahreszeit veränderlich ist, während zur Erhaltung eines leidlichen Luftzustandes in den Räumen im Winter und Sommer gleich viel Luftzuführung nothwendig ist. Die Einrichtung muss also insbesondere so sein, dass im Sommer gar keine Wärme, sondern nur reine kalte Luft durch die Räume geleitet wird.

Eine solche Heizung und Ventilationseinrichtung besteht aus folgenden Theilen: 1) einem Zugkamin, das die Verbrennungsgase und die unreine Luft ableitet, aber auch die Cirkulation der Luft bewirkt; 2) einem Calorifer, in welchem die stündlich für die Ventilation erforderliche Luftmenge so stark erhitzt wird, dass sie eine Wärmemenge enthält, welche gleich ist derjenigen, die durch Abkühlung an den Wänden und Fensterflächen verloren geht, mehr noch derjenigen, die in der unreinen Luft enthalten ist, welche stündlich aus den Räumen weggeleitet wird; 3) einem Kanalsystem, durch welches die im Calorifer erwärmte reine Luft nach den Räumen des Gebäudes geleitet wird; 4) einem zweiten Kanalsystem, durch welches die in den Räumen unrein gewordene Luft direkt oder indirekt in das Zugkamin geleitet wird; 5) einem gewöhnlichen Feuerherd, der nur Verbrennungsgase zu liefern hat, die in das Zugkamin geleitet werden, um in Verbindung mit den Verbrennungsgasen des Calorifers die hinreichende Erwärmung der Luft im Kamin zu bewirken. Die Feuerungen des Calorifers und des Feuerherdes können je nach Umständen durch reine Luft genährt werden oder durch die aus den Räumen abgeleitete unreine Luft. Zur Versinnlichung dieser Einrichtung mögen folgende ideale Figuren dienen. Tafel XXI., Fig. 11 bezieht sich auf den Fall, wenn die Feuerungen des Calorifers und des Feuerherdes durch reine Luft unterhalten werden. Fig. 12 stellt die Einrichtung dar, wenn die Feuerungen des Calorifers und des Feuerherdes durch die aus den Räumen abgeleitete unreine Luft genährt werden. Fig. 11. C der Calorifer, H der Feuerherd, R das Kanalsystem für die reine erwärmte Luft, U das Kanalsystem für die abgekühlte unreine Luft, G die zu erwärmenden und zu ventilirenden Räume, K das Kamin. Die reine kalte Luft tritt bei a in den Calorifer c ein, entweicht im erwärmten Zustande bei b, gelangt durch das Kanalsystem R in die Räume G des Gebäudes, entweicht aus denselben und gelangt durch das Kanalsystem U bei e direkt in das Kamin. Die reine

Luft, welche die Verbrennung in C unterhält, tritt bei *a* in denselben ein, die Verbrennungsgase gelangen durch den Kanal *e* in das Kamin. Die reine Luft, welche die Verbrennung im Feuerherd H unterhält, tritt bei *f* in den Feuerherd ein; die Verbrennungsgase entweichen durch den Kanal *g* nach dem Kamin. Soll die Cirkulation verstärkt werden ohne Temperaturerhöhung in G, so muss in C und H stärker geheizt werden. Soll die Temperatur in G erhöht werden ohne Aenderung der Cirkulation, so wird in C stärker geheizt. Soll nur ventilirt aber nicht geheizt werden (im Sommer), so wird C nicht geheizt, werden die Kanäle *e* und *b* geschlossen und lässt man bei *m* reine kalte Luft in das Röhrensystem R eintreten.

Tafel XXI., Fig. 12. C, R, G, U, H haben die Bedeutung wie in Fig. 11. Die Cirkulation der reinen Luft ist wie im vorhergehenden Falle. Der aus G durch U entweichende Strom von unreiner Luft theilt sich bei *h* in drei Ströme  $e_1, e_2, e_3$ . Ein Theil dieser unreinen Luft geht direkt durch  $e_1$  in das Kamin; ein anderer Theil geht durch  $e_2$  in den Feuerherd, unterhält daselbst die Verbrennung und die Verbrennungsgase entweichen durch *g* in das Kamin K. Ein dritter Theil geht durch  $e_3$  nach dem Feuerherd des Calorifers, bewirkt die Verbrennung und die Verbrennungsgase entweichen durch *e* in das Kamin K. Auch hier hat man die Erwärmung und die Ventilation von G ganz in seiner Gewalt, wenn man die eine oder die andere oder beide Heizungen verstärkt oder schwächt. Wenn G nicht gewärmt, sondern nur ventilirt werden soll, wird die Heizung in C aufgehoben, werden die Kanäle  $e_2, e_3$  geschlossen und lässt man bei *m* kalte reine Luft direkt in R eintreten.

Es muss hervorgehoben werden, dass die Kanäle R und U in solchen Mauern angebracht werden sollen, welche Räume von einander trennen, die beide erwärmt werden sollen, indem dann keine Wärme verloren geht.

Das Kanalsystem R wird am zweckmässigsten in der Weise angelegt, wie durch Tafel XXI., Fig. 13 angedeutet ist. N ist ein bei *b* beginnender, in einer Scheidewand angebrachter vertikaler Kanal, durch welchen die reine warme Luft aufsteigt,  $n_1, n_2, n_3, \dots$  sind horizontale Kanäle, die in N einmünden und in der Höhe der Böden der einzelnen Stockwerke in Scheidewänden hinziehen,  $o_1, o_1, \dots, o_2, o_2, \dots, o_3, o_3, \dots$  sind kleine Kanäle, welche aus den Kanälen  $n_1, n_2, \dots$  in die zu erwärmenden Räume führen, und zwar in geringer Höhe über dem Fussboden. Die Einmündungen dieser Kanäle sind mit Schieberregister versehen, so dass man mehr oder

weniger Luft in die Räume eintreten lassen und auch den Luftzutritt ganz aufheben kann.

Aehnlich wird auch das Kanalsystem  $U$  für die Ableitung der unreinen kalten Luft eingerichtet. Die Ausströmungsöffnungen bringt man am besten den Einströmungsöffnungen gegenüber an, und zwar in der Höhe der Zimmerdecken. Auf diese Weise kann eine sehr gleichförmige Vertheilung der erwärmten Luft selbst in einem sehr ausgedehnten Raum bewirkt werden.

**Bestimmung der Dimensionen.** Es müssen nun die Dimensionen der einzelnen Apparate und die Brennstoffmengen bestimmt werden, die in  $C$  und  $H$  zu verbrennen sind, damit ein Beharrungszustand eintritt, der die vorgeschriebenen Eigenschaften besitzt.

Um die Bedeutung verschiedener bei der Rechnung vorkommender Grössen leicht zu erkennen, sind in der Tafel XXI., Fig. 14 die Temperaturen, Luftmengen etc. angedeutet. Es sei für die Anordnung Fig. 12, bei welcher die Verbrennungen in  $C$  und  $H$  mit unreiner Luft unterhalten werden:

- $w$  die totale Wärmemenge, welche stündlich zur Heizung und Ventilation des Gebäudes nothwendig ist. Diese ist also gleich der Wärmemenge, die durch die Mauern, Decken, Böden und Fensterflächen des Gebäudes verloren geht, mehr die Wärmemenge, welche in der unreinen Luft enthalten ist, die aus dem Gebäude abgeleitet wird;
- $w$ , die Wärmemenge, welche stündlich durch die Mauern, Decken, Böden und Fenster verloren geht;
- $L$  die Luftmenge in Kilogrammen, welche stündlich im erwärmten Zustand durch das Kanalsystem  $R$  nach dem Raum  $G$  strömt und im abgekühlten und verunreinigten Zustand aus  $G$  durch  $U$  entweicht;
- $t$  die äussere Temperatur der atmosphärischen Luft;
- $t_1$  die Temperatur der Luft in  $R$ , d. h. die Temperatur, bis zu welcher die Luft  $L$  im Calorifer erhitzt werden muss;
- $B_1$  die Brennstoffmenge, welche stündlich auf dem Herd des Calorifers  $C$  verbrannt werden muss;
- $l_1$  die Luftmenge, welche im Calorifer die Verbrennung des Brennstoffs  $B_1$  bewirkt;
- $t_2$  die Temperatur, mit welcher die Luftmenge  $l_1$  aus dem Calorifer nach dem Kamin entweicht;
- $\varnothing$  die Heizkraft von einem Kilogramm Brennstoff;
- $F$  die Heizfläche des Calorifers, den wir als einen Gegenstromapparat annehmen wollen;



- $B_4$  die Brennstoffmenge, welche stündlich in dem Heizapparat H verbrannt wird;  
 $l_4$  die Luftmenge in Kilogrammen, welche stündlich auf dem Rost von H die Verbrennung von  $B_4$  bewirkt,  
 $t_4$  die Temperatur, mit welcher die Verbrennungsgase aus H nach dem Kamin entweichen;  
 $t_5$  die Temperatur, welche im Beharrungszustand in den Räumen des Gebäudes eintreten soll oder die Temperatur, mit welcher die unreine Luft aus G durch U entweicht;  
 $T$  die Temperatur der Luft im Kamin;  
 $\lambda$  das Verhältniss zwischen der Luftmenge in Kilogrammen, welche die Verbrennungen in C und H bewirkt und der Brennstoffmengen, welche stündlich in C und H verbrannt werden;  
 $c = 0.237$  die Wärmekapazität der Luft.

Von diesen Grössen sind folgende als bekannt anzunehmen:

$$c, L, W, t, t_3, t_1, \Phi, \lambda, W_1, T$$

zu suchen sind dagegen:

$$B_3, t_2, t_4, B_4, F$$

Diese fünf Grössen werden auf folgende Weise bestimmt.

Die Wärmemenge  $W_1$  ist die Differenz zwischen der in G eintretenden und aus G austretenden Wärmemenge; man hat daher:

$$W_1 = c L (t_3 - t_1)$$

Hieraus folgt:

$$t_3 = t_1 + \frac{W_1}{c L} \dots \dots \dots (1)$$

Die Wärmemenge  $B_3 \Phi$ , welche stündlich in C erzeugt wird, erhitzt die Luft  $l_3$  von  $t_1$  bis  $t_3$  und die Luft L von  $t_1$  bis  $t_2$ ; man hat daher:

$$B_3 \Phi = c l_3 (t_3 - t_1) + L c (t_2 - t_1)$$

Es ist aber  $l_3 = \lambda B_3$ ; führt man diesen Werth ein und sucht sodann  $B_3$ , so findet man:

$$B_3 = \frac{L c (t_2 - t_1)}{\Phi - \lambda c (t_3 - t_1)} \dots \dots \dots (2)$$

Die Wärme, welche stündlich in H durch Verbrennung von  $B_4$  Kilogramm Brennstoff erzielt wird, erwärmt die Luftmenge  $l_4 = \lambda B_4$  von  $t_4$  bis  $t_5$ ; man hat demnach:

$$\Phi B_4 = l_4 c (t_5 - t_4) = \lambda B_4 c (t_5 - t_4)$$

Hieraus folgt:

$$t_5 = t_4 + \frac{\Phi}{\lambda c} \dots \dots \dots (3)$$

Die Wärmemenge  $B_3 \phi + B_1 \phi$ , welche stündlich in den beiden Feuerungen von C und H entwickelt wird, entweicht durch die Mauern, Decken, Böden, Fenster und durch das Kamin; man hat daher:

$$B_3 \phi + B_1 \phi = W_1 + L c (T - t) = W$$

Hieraus folgt:

$$B_1 = \frac{W_1 + L c (T - t)}{\phi} - B_3 \dots \dots \dots (4)$$

Da wir annehmen, dass der Calorifer ein Gegenstromapparat ist, so hat man Folgendes:

Die Wärmemenge, welche stündlich an die in C zu erwärmende Luft abgegeben wird, ist  $L c (t_2 - t)$  oder wenn man für  $t_2$  seinen Werth aus (1) einführt,

$$L c (t_2 - t) = L c \left( t_1 + \frac{W_1}{L c} - t \right) = W_1 + L c (t_1 - t)$$

Nennt man  $T_0$  die Temperatur der Verbrennungsgase unmittelbar über dem Rost von C, so erhält man die Heizfläche des Calorifers, wenn wir für den Ausdruck von  $F_g$ , Seite 215 der Resultate für den Maschinenbau, setzen

statt:	W	. . . . .	$W_1 + L c (t_1 - t)$
" $T_0$	. . . . .	$T_0$	
" $T_1$	. . . . .	$t_2$	
" $t_0$	. . . . .	t	
" $t_1$	. . . . .	$t_2$	

Es ist demnach:

$$F = \frac{W_1 + L c (t_1 - t)}{k} \frac{\log_{\text{nat}} \frac{T_0 - t_2}{t_2 - t}}{T_0 - t_2 - (t_2 - t)} \dots \dots \dots (5)$$

und dabei ist  $k=14$  zu setzen.

Hiermit sind nun alle unbekanntenen Grössen bestimmt.

**Heizung und Ventilation eines Krankenhauses.** Wir wollen die gewonnenen Resultate auf die Einrichtung eines Krankenhauses anwenden.

Tafel XXII., Fig. 1. Das Gebäude habe drei Stockwerke. Das untere Stockwerk enthalte Bureaus, Zimmer für die Krankenschwäger, Küche etc., aber keine Krankensäle. Die beiden oberen Stockwerke jedes 10 Krankensäle, jeder mit 12 Betten, ferner Zimmer für die Aerzte und das dienende Personal.

Alle Räume und selbst auch die Korridors sollen geheizt werden, damit beim Oeffnen der Thüren der Säle keine kalte Luft eintritt.

Die Wärmeverluste finden also statt durch die Umfangswände des Gebäudes und die Fenster, ferner durch den untersten Boden und durch die oberste Decke.

Länge des Gebäudes . . . . .	89 <sup>m</sup>	
Tiefe " " . . . . .	15 <sup>m</sup>	
Höhe bis an das Dachgesimse . . . . .	14 <sup>m</sup>	
Doppel- { Höhe eines Fensters . . . . .	2 <sup>m</sup>	
Fenster { Breite . . . . .	1 <sup>m</sup>	
{ Anzahl . . . . .	180	
Anzahl der Kranken . . . . .	240	
Dienstpersonal . . . . .	50	
Temperatur, welche im Innern überall herrschen soll, im Winter . . . . .	+ 20°	
Temperatur, äussere, an kalten Tagen . . . . .	- 10°	
Luftmenge, welche durch die Ventilation für jede einzelne Person geliefert werden soll, 120 <sup>Kbm</sup> oder stündlich . . . . .	90 <sup>Klg</sup>	
Fläche eines Fensters . . . . .	2 <sup>qm</sup>	
Fläche aller Fenster . . . . .	360 <sup>qm</sup>	
Wärmeverlust $1.2 \times 2 \times 360 \times 30$ . . . . .	=	25920 Wärmeeinheiten
Fläche einer Decke $89 \times 15$ . . . . .	1335 <sup>qm</sup>	
Wärmeverlust durch die oberste Decke und durch den untersten Boden:		
$1.2 \times 2 \times 1335 \times 30 \times 0.225$ . . . . .	=	21627 "
Umfassungswände ohne Fenster gerechnet $2912 - 360$ . . . . .	2552 <sup>qm</sup>	
Wärmeverlust durch die Mauern:		
$1.2 \times 2552 \times 30 \times 1.36$ . . . . .	=	125048 "
Wärmeverluste durch Mauern, Decken, Böden, Fenster . . . . .	$W_1 =$	172595 Wärmeeinheiten
Luftmenge für $240 + 50 = 290$ Menschen $290 \times 90$ , stündlich . . . . .	$L =$	26100 <sup>Klg</sup>
Temperatur der Luft im Kamin $T =$	60°	
Wärmemenge um 26100 <sup>Klg</sup> Luft von -10° auf +60° zu erwärmen:		
$cL(T-t) = 0.237 \times 26100 \times 70$ . . . . .	433260	"
Vernachlässigen wir die Wärme- produktion durch die Menschen, so ist nun:		
die totale Wärmemenge, welche in beiden Heizungen zusammen stündlich produziert werden muss:		
$W = W_1 + cL(T-t)$ . . . . .	=	605593 "

Es ist:

$$t_1 = 20^\circ, W_1 = 172595, L = 26100, c = 0.237$$

demnach findet man: Gleichung (1)

$$t_2 = t_1 + \frac{W_1}{cL} = \dots = 48^\circ$$

Setzen wir:  $L = 26100, c = 0.237, t_2 = 48^\circ, t = -10^\circ, \Phi = 6000,$   
 $t_3 = 150^\circ, t_1 = 20^\circ, \lambda = 18,$   
 so findet man: Gleichung (2)

$$B_3 = \frac{L c (t_2 - t)}{\Phi - \lambda c (t_3 - t_1)} \dots = 61 \text{ Kl}_k$$

Wegen  $t_1 = 20^\circ, \Phi = 6000, \lambda = 18, c = 0.237$  wird: Gleichung (3)

$$t_4 = t_1 + \frac{\Phi}{\lambda c} \dots = 1420$$

Nun findet man ferner wegen  $W_1 + L c (T - t) = 358106, \Phi = 6000,$   
 $B_3 = 61:$

$$B_1 = \frac{W_1 + L c (T - t)}{\Phi} - B_3 \dots = 40 \text{ Kl}_k$$

Zur Berechnung von F, Gleichung (5) setzen wir:

$$W_1 = 172595, L = 26100, c = 0.237, k = 14, T_0 = 1420, t_2 = 48,$$
  
 $t_3 = 150^\circ, t = -10^\circ, t_1 = 20^\circ$

und finden:

$$F = \frac{W_1 + L c (t_1 - t)}{k} \frac{\log \text{nat} \frac{T_0 - t_2}{t_3 - t}}{T_0 - t_3 - (t_2 - t)} \dots = 42 \text{ qm}$$

Zur Berechnung des Kamins hat man in den Formeln (5) und (6), Seite 450, zu setzen:

$$m = 100, g = 9.81, H = 40, h = 14, \alpha = 0.00367, T = 60^\circ,$$
  
 $t = -10^\circ, t_1 = 20^\circ, L = 26100, \gamma_0 = 1.3$

und dann findet man:

$$U = \sqrt{\frac{2g}{1+m} \left\{ H \frac{\alpha(T-t)}{1+\alpha t} - h \left[ \frac{\alpha(T-t)}{1+\alpha t} - \frac{\alpha(T-t_1)}{1+\alpha t_1} \right] \right\}} = 1.33 \text{ m}$$

$$\Omega = \frac{L(1+\alpha T)}{3600 U \gamma_0} \dots = 5 \text{ qm}$$