Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1863

Theorie des Parallelstromapparates

urn:nbn:de:bsz:31-270981

eindringen soll und wenn die Temperatur des heissen Stromes von T_0 bis T_1 abnehmen soll.

Theorie des Parallelstromapparates. Denken wir uns einen Kanal, der aus einem die Wärme nicht leitenden Material besteht, durch eine Wand, welche die Wärme zu durchdringen vermag, in zwei Kanäle getheilt, und durch einen dieser Kanäle die zu erwärmende Flüssigkeit getrieben, durch den andern dagegen die glühenden Verbrennungsgase nach paralleler Richtung geleitet, so haben wir eine Anordnung, die im Wesentlichen einen Röhrenapparat mit Parallelströmen darstellt.

Es sei Tafel XV., Fig. 2 u. 3 $E\ G\ H\ I$ der Längenschnitt, $A\ B\ C\ D$ irgend ein Querschnitt des Apparates, $m\ n\ p$, $m_1\ n_1\ p_1$ zwei unendlich nahe Querschnitte desselben, U und $U - dU$ die Temperaturen der Verbrennungsgase bei $n\ p$ und $n_1\ p_1$; u und $u + du$ die Temperaturen der Luft bei $m\ n$ und $m_1\ n_1$. Damit aber, wie wir hier voraussetzen, in allen Punkten eines bestimmten Querschnittes einerlei Temperatur vorhanden sein kann, dürfen die normalen Weiten $m\ n$ und $n\ p$ nicht gross sein. Denn wenn diese Weiten gross wären, würde die in der Nähe von $E\ G$ ziehende Flüssigkeit wenig Wärme empfangen, und würden die in der Nähe von $H\ I$ hinströmenden Gase nur wenig Wärme verlieren, und dann müssten die Temperaturen von n nach m hin abnehmen und von n nach p hin zunehmen, was eine sehr ungünstige Wirkung des Apparates zur Folge hätte. Die Bedingung, dass in einem und demselben Querschnitt eines Kanals einerlei Temperatur herrsche, dient also nicht blos zur Vereinfachung der Rechnung, sondern derselben muss überhaupt jede zweckmässige Anordnung eines Heizapparates entsprechen, was eben nur bei geringer Weite der Kanäle annähernd möglich ist. Um dieser Bedingung bei einem eigentlichen Röhrenapparat zu entsprechen, dürfen die Durchmesser und die Entfernungen der Röhren nicht gross sein.

Wir wollen die in der Theorie des Kesselapparates gewählten Bezeichnungen auch hier beibehalten, und beginnen nun mit der Entwicklung der Theorie.

Die Wärmemenge, welche in einer Sekunde durch das bei $n\ n_1$ befindliche Flächenelement $d\,f$ aus dem Gaskanal in den Flüssigkeitskanal übergeht, ist $k\,(U - u)\,d\,f$.

Diese Wärmemenge wird der in jeder Sekunde durch den Raum $n\ p\ n_1\ p_1$ gehenden Gasmenge Q entzogen, und wird von der in jeder Sekunde durch den Raum $m\ n\ m_1\ n_1$ gehenden Flüssigkeitsmenge q aufgenommen, man hat daher die Gleichheiten:

$$\left.\begin{array}{r} k\,(U-u)\,df = -\,Q\,S\,dU \\ -\,Q\,S\,dU = +\,q\,s\,du \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

welche von den Geschwindigkeiten der beiden Ströme ganz unabhängig sind.

Die zweite dieser Gleichungen kann, da der Voraussetzung gemäss S, s, Q und q constant sind, unmittelbar integrirt werden. Das Resultat dieser Integration ist:

$$Q\,S\,U + q\,s\,u = \text{const} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Nun ist für $U = T_0$, $u = t_0$ und für $U = T_1$, $u = t_1$, man hat daher auch:

$$Q\,S\,T_0 + q\,s\,t_0 = \text{const} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

$$Q\,S\,T_1 + q\,s\,t_1 = \text{const} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Durch Subtraktion der Gleichungen (3) und (4) ergibt sich

$$Q\,S\,(T_0 - T_1) = q\,s\,(t_1 - t_0) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Durch Subtraktion der Gleichungen (2) und (3) folgt aber

$$Q\,S\,(T_0 - U) = q\,s\,(u - t_0) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Setzt man den aus dieser Gleichung für u sich ergebenden Werth:

$$u = t_0 + \frac{Q\,S}{q\,s}(T_0 - U)$$

in die erste der Gleichungen (1) so wird dieselbe

$$k\left[U - t_0 - \frac{Q\,S}{q\,s}(T_0 - U)\right]df = -\,Q\,S\,dU$$

Aus dieser Gleichung folgt:

$$df = -\frac{Q\,S}{k}\,\frac{dU}{U\left(1 + \frac{Q\,S}{q\,s}\right) - \left(t_0 + \frac{Q\,S}{q\,s}T_0\right)}$$

Das allgemeine Integrale dieser Gleichung ist:

$$f = -\frac{1}{k}\,\frac{Q\,S}{1 + \frac{Q\,S}{q\,s}}\,\text{lognat}\left\{\begin{array}{l} +\,U\left(1 + \frac{Q\,S}{q\,s}\right) \\ -\left(t_0 + \frac{Q\,S}{q\,s}T_0\right) \end{array}\right\} + \text{const}$$

Nun ist aber für $U = t_0$, $f = 0$ und für $U = T_1$, $f = F$, daher hat man:

$$0 = -\frac{1}{k}\,\frac{Q\,S}{1 + \frac{Q\,S}{q\,s}}\,\text{lognat}\left\{\begin{array}{l} +\,T_0\left(1 + \frac{Q\,S}{q\,s}\right) \\ -\left(t_0 + \frac{Q\,S}{q\,s}T_0\right) \end{array}\right\} + \text{const}$$

$$F = -\frac{1}{k}\,\frac{Q\,S}{1+\frac{Q\,S}{q\,s}}\ \text{lognat}\left\{\begin{array}{l} +T_1\left(1+\frac{Q\,S}{q\,s}\right) \\ -\left(t_0+\frac{Q\,S}{q\,s}T_0\right)\end{array}\right\} + \text{const}$$

Duch Subtraktion dieser Gleichungen findet man:

$$F = \frac{1}{k}\,\frac{1}{\frac{1}{Q\,S}+\frac{1}{q\,s}}\ \text{lognat}\ \frac{T_0\left(1+\frac{Q\,S}{q\,s}\right)-\left(t_0+\frac{Q\,S}{q\,s}T_0\right)}{T_1\left(1+\frac{Q\,S}{q\,s}\right)-\left(t_0+\frac{Q\,S}{q\,s}T_0\right)}$$

Mit Berücksichtigung der Gleichung (5) verwandelt sich diese Gleichung in folgenden einfachen Ausdruck:

$$F = \frac{1}{k}\,\frac{\text{lognat}\,\frac{T_0-t_0}{T_1-t_1}}{\frac{1}{Q\,S}+\frac{1}{q\,s}} \quad \dots\dots\dots \quad (7)$$

Nun ist auch hier $W = Q\,S\,(T_0 - T_1) = q\,s\,(t_1 - t_0)$, demnach $Q\,S = \frac{W}{T_0 - T_1}$, $q\,s = \frac{W}{t_1 - t_0}$. Führt man diese Werthe von $Q\,S$ und von $q\,s$ in (7) ein, so findet man:

$$F_p = \frac{W}{k}\,\frac{\text{lognat}\,\frac{T_0-t_0}{T_1-t_1}}{T_0 - T_1 + (t_1 - t_0)} \quad \dots\dots \quad (8)$$

Theorie des Gegenstromapparates. Es sei Tafel XV., Fig. 4 ein Längen- und Querschnitt des Apparates, $m\,n\,p$, $m_1\,n_1\,p_1$ zwei unendlich nahe Querschnitte desselben, U, u, $U - d\,U$, $u - d\,u$ die Temperaturen in den Querschnitten $n\,p$, $m\,n$, $n_1\,p_1$, $n_1\,m_1$, f der zwischen dem Querschnitte $E\,H$ und $m\,p$ befindliche Theil der Heizfläche, $d\,f$ das zwischen $m\,p$ und $m_1\,p_1$ befindliche Element der Heizfläche. Da mit dem Wachsen von f die Temperaturen U und u abnehmen, so bestehen hier folgende Beziehungen:

$$\left.\begin{array}{r} k\,(U-u)\,d\,f = -\,Q\,S\,d\,U \\ -\,Q\,S\,d\,U = -\,q\,s\,d\,u \end{array}\right\} \quad \dots\dots \quad (1)$$

Durch Integration der letzteren dieser Gleichungen folgt:

$$Q\,S\,U = q\,s\,u + \text{const} \quad \dots\dots\dots \quad (2)$$

Nun ist für $U = T_0$, $u = t_1$ und für $U = T_1$, $u = t_0$, daher hat man auch

$$\left.\begin{array}{l} Q\,S\,T_0 = q\,s\,t_1 + \text{const} \\ Q\,S\,T_1 = q\,s\,t_0 + \text{const} \end{array}\right\} \quad \dots\dots\dots \quad (3)$$