Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1863

Erwärmung einer Flüssigkeit durch einen warmen Strom

urn:nbn:de:bsz:31-270981

Erwärmung einer Flüssigkeit durch einen warmen Strom.

Einleitendes. Die Erwärmung einer kalten Flüssigkeit durch eine heisse Flüssigkeit geschieht gewöhnlich, indem man die heisse Flüssigkeit durch einen Kanal strömen lässt, dessen Wände aus einem die Wärme gut leitenden Material bestehen und die zu erwärmende Flüssigkeit mit diesen Wänden in Berührung bringt. Wir nennen einen solchen Erwärmungsapparat:

1) Kesselapparat, wenn die zu erwärmende Flüssigkeit an allen Punkten der Wand die gleiche Temperatur hat, wie dies z. B. der Fall ist bei einem gewöhnlichen Dampfkessel.
2) Parallelstromapparat, wenn die zu erwärmende Flüssigkeit längs der Wandung hin nach einer Richtung fortgeleitet wird, die mit jener des heissen Stroms übereinstimmt.
3) Gegenstromapparat, wenn die zu erwärmende Flüssigkeit längs der Wandung nach einer Richtung fortgeleitet wird, die jener des heissen Stroms entgegengesetzt ist.

Die Bestimmung der Wärmemenge, welche bei jedem dieser Apparate stündlich durch die Trennungswand der Flüssigkeiten geht, ist für die technische Benützung der Wärme von sehr grosser praktischer Wichtigkeit; es beruhen darauf die wesentlichsten Bedingungen, welche bei Anlagen von Heizapparaten aller Art erfüllt werden müssen.

Der Berechnung legen wir folgende Bezeichnungen zu Grunde.

Wir bezeichnen für einen Kesselapparat durch F_k, für einen Parallelstromapparat durch F_p, für einen Gegenstromapparat durch F_g die Heizfläche des Apparates, d. h. den Flächeninhalt der Wand, welche einerseits von dem heissen Strom, andererseits von der zu erwärmenden Flüssigkeit berührt wird.

Nennen ferner:

s die Wärmekapazität der zu erwärmenden Flüssigkeit,

S die Wärmekapazität der Flüssigkeit des heissen Stromes,

k den Wärmedurchgangs-Coeffizienten, d. h. die Wärmemenge, welche stündlich durch einen Quadratmeter der Wand geht, wenn die Temperaturdifferenz der beiden Flüssigkeiten einen Grad beträgt,

q die Flüssigkeitsmenge in Kilogrammen, welche stündlich erwärmt werden soll,

Q die Flüssigkeitsmenge in Kilogrammen, welche stündlich durch jeden Querschnitt des heissen Stromes geht,

T_0 die Temperatur des heissen Stromes, da wo derselbe in den Erwärmungskanal eintritt,

T_1 die Temperatur des heissen Stromes, da wo derselbe den Erwärmungskanal verlässt,

t_0 die Temperatur der zu erwärmenden Flüssigkeit vor ihrer Erwärmung durch den heissen Strom,

t_1 die Temperatur, bis zu welcher die Flüssigkeit durch den heissen Strom erwärmt werden soll,

$e = 2{\cdot}718$ die Basis der natürlichen Logarithmen,

W die Wärmemenge in Wärmeeinheiten ausgedrückt, welche stündlich durch die Heizfläche des Apparates geht und von der zu erwärmenden Flüssigkeit aufgenommen wird.

Theorie der Kesselapparate. Es sei Tafel XV., Fig. 1 ein Kesselapparat. $O\,H\,P\,J$ der Kanal, durch welchen der heisse Strom von links nach rechts zieht. $E\,O\,G\,P$ der Raum, in welchem sich die zu erwärmende Flüssigkeit befindet. In diesem Raum werden stündlich q Kilogramm Flüssigkeit zu- und abgeleitet. $m\,n$ und $m_1\,n_1$ sind zwei unendlich nahe Querschnitte des heissen Stromes. U die Temperatur im Querschnitt $m\,n$, $U - d\,U$ die Temperatur im Querschnitt $m_1\,n_1$, $d\,f$ das Element $m\,m_1$ der Heizfläche zwischen $m\,n$ und $m_1\,n_1$. Wir setzen einen Beharrungszustand voraus, nehmen also an, dass die Temperatur in einem bestimmten Querschnitt von der Zeit nicht abhängt.

Wenn die Temperatur innerhalb $m\,m_1\;n\,n_1$ gleich U wäre, würde durch das Flächenelement $d\,f$ in jeder Sekunde eine Wärmemenge $k\,d\,f\,(U - t_1)$ in den Kessel eindringen. Wäre dagegen die Temperatur in dem Raum $m\,m_1\;n\,n_1$ überall gleich $U - d\,U$, so würde die in den Kessel in jeder Sekunde eindringende Wärmemenge $k\,d\,f\,(U - d\,U - t_1)$ betragen. Da aber die Temperatur von $m\,n$ bis $m_1\,n_1$ abnimmt, so ist die in der That in den Kessel eindringende Wärme kleiner als $k\,d\,f\,(U - t_1)$ und grösser als $k\,d\,f\,(U - d\,U - t_1)$. Allein da diese Wärmemengen nur um ein unendlich Kleines von der zweiten Ordnung verschieden sind, so darf man, ohne einen Fehler zu begehen, die wirklich eindringende Wärmemenge gleich $k\,d\,f\,(U - t_1)$ setzen. Diese Wärmemenge muss aber dem Wärmeverlust $Q\,S\,(U - d\,U) - Q\,S\,U = -\,Q\,S\,d\,U$ gleich gesetzt werden, welchen die in jeder Sekunde durch den Raum $m\,n\;m_1\,n_1$ gehende Luftmenge Q erleidet; man hat daher:

$$k\,d\,f\,(U - t_1) = -\,Q\,S\,d\,U$$

oder

$$\frac{d\,U}{U - t_1} = -\frac{k}{Q\,S}\,d\,f$$

Das Integrale dieser Gleichung ist:

$$\log(U - t_1) = -\frac{k}{QS} f + \text{const} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Da die Heizfläche bei O E beginnt, so ist für $U = T_0$, $f = 0$, demnach

$$\log(T_0 - t_1) = \text{const} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Da ferner G P das Ende des Kessels ist, so muss für $U = T_1$ $f = F$ gesetzt werden. Man hat daher auch:

$$\text{lognat}(T_1 - t_1) = -\frac{k}{QS} F + \text{const} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Durch Subtraktion der Gleichung (3) von (2) ergibt sich:

$$\frac{k}{QS} F = \text{lognat} \frac{T_0 - t_1}{T_1 - t_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Die Wärmemenge, welche die Verbrennungsgase verlieren, indem deren Temperatur von T_0 auf T_1 herabsinkt, ist $QS(T_0 - T_1)$. Diese Wärmemenge dringt in den Kessel ein und bewirkt, dass in jeder Sekunde eine Flüssigkeitsmenge von q Kilogrammen von t_0 auf t_1 erhitzt wird. Man hat daher die Gleichung:

$$QS(T_0 - T_1) = qs(t_1 - t_0) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Aus diesen zwei Gleichungen lassen sich zwei Grössen bestimmen, wenn die übrigen bekannt sind. Wenn z. B. $t_1\ t_0\ T_1\ T_0\ q$ S und s angenommen werden, so findet man für Q und F folgende Werthe:

$$\left.\begin{aligned} Q &= q\frac{s}{S}\frac{t_1 - t_0}{T_0 - T_1} \\ F &= \frac{1}{k}\frac{\text{lognat}\dfrac{T_0 - T_1}{T_1 - t_1}}{\dfrac{1}{QS}} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Nun ist auch $W = QS(T_0 - T_1)$, denn dies ist die Wärmemenge, welche der heisse Strom verliert, die also durch die Heizfläche in den Kessel eindringt. Führt man in den Ausdruck für F_k den aus letzterer Gleichung folgenden Werth $QS = \frac{W}{T_0 - T_1}$ ein, so ergibt sich auch:

$$F_k = \frac{W}{k}\frac{\text{lognat}\dfrac{T_0 - t_1}{T_1 - t_1}}{T_0 - T_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Dieser Ausdruck bestimmt die Heizfläche, welche der Apparat erhalten muss, wenn in demselben stündlich eine Wärmemenge W eindringen soll und wenn die Temperatur des heissen Stromes von T_0 bis T_1 abnehmen soll.

Theorie des Parallelstromapparates. Denken wir uns einen Kanal, der aus einem die Wärme nicht leitenden Material besteht, durch eine Wand, welche die Wärme zu durchdringen vermag, in zwei Kanäle getheilt, und durch einen dieser Kanäle die zu erwärmende Flüssigkeit getrieben, durch den andern dagegen die glühenden Verbrennungsgase nach paralleler Richtung geleitet, so haben wir eine Anordnung, die im Wesentlichen einen Röhrenapparat mit Parallelströmen darstellt.

Es sei Tafel XV., Fig. 2 u. 3 E G H I der Längenschnitt, A B C D irgend ein Querschnitt des Apparates, $m\,n\,p$, $m_1\,n_1\,p_1$ zwei unendlich nahe Querschnitte desselben, U und $U - dU$ die Temperaturen der Verbrennungsgase bei $n\,p$ und $n_1\,p_1$; u und $u + du$ die Temperaturen der Luft bei $m\,n$ und $m_1\,n_1$. Damit aber, wie wir hier voraussetzen, in allen Punkten eines bestimmten Querschnittes einerlei Temperatur vorhanden sein kann, dürfen die normalen Weiten $m\,n$ und $n\,p$ nicht gross sein. Denn wenn diese Weiten gross wären, würde die in der Nähe von E G ziehende Flüssigkeit wenig Wärme empfangen, und würden die in der Nähe von H I hinströmenden Gase nur wenig Wärme verlieren, und dann müssten die Temperaturen von n nach m hin abnehmen und von n nach p hin zunehmen, was eine sehr ungünstige Wirkung des Apparates zur Folge hätte. Die Bedingung, dass in einem und demselben Querschnitt eines Kanals einerlei Temperatur herrsche, dient also nicht blos zur Vereinfachung der Rechnung, sondern derselben muss überhaupt jede zweckmässige Anordnung eines Heizapparates entsprechen, was eben nur bei geringer Weite der Kanäle annähernd möglich ist. Um dieser Bedingung bei einem eigentlichen Röhrenapparat zu entsprechen, dürfen die Durchmesser und die Entfernungen der Röhren nicht gross sein.

Wir wollen die in der Theorie des Kesselapparates gewählten Bezeichnungen auch hier beibehalten, und beginnen nun mit der Entwicklung der Theorie.

Die Wärmemenge, welche in einer Sekunde durch das bei $n\,n_1$ befindliche Flächenelement df aus dem Gaskanal in den Flüssigkeitskanal übergeht, ist $k\,(U - u)\,df$.

Diese Wärmemenge wird der in jeder Sekunde durch den Raum $n\,p\,n_1\,p_1$ gehenden Gasmenge Q entzogen, und wird von der in jeder Sekunde durch den Raum $m\,n\,m_1\,n_1$ gehenden Flüssigkeitsmenge q aufgenommen, man hat daher die Gleichheiten:

$$\left.\begin{aligned} k\,(U-u)\,df &= -\,Q\,S\,dU \\ -\,Q\,S\,dU &= +\,q\,s\,du \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

welche von den Geschwindigkeiten der beiden Ströme ganz unabhängig sind.

Die zweite dieser Gleichungen kann, da der Voraussetzung gemäss S, s, Q und q constant sind, unmittelbar integrirt werden. Das Resultat dieser Integration ist:

$$Q\,S\,U + q\,s\,u = \text{const} \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Nun ist für $U = T_0$, $u = t_0$ und für $U = T_1$, $u = t_1$, man hat daher auch:

$$Q\,S\,T_0 + q\,s\,t_0 = \text{const} \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

$$Q\,S\,T_1 + q\,s\,t_1 = \text{const} \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

Durch Subtraktion der Gleichungen (3) und (4) ergibt sich

$$Q\,S\,(T_0 - T_1) = q\,s\,(t_1 - t_0) \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

Durch Subtraktion der Gleichungen (2) und (3) folgt aber

$$Q\,S\,(T_0 - U) = q\,s\,(u - t_0) \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

Setzt man den aus dieser Gleichung für u sich ergebenden Werth:

$$u = t_0 + \frac{Q\,S}{q\,s}(T_0 - U)$$

in die erste der Gleichungen (1) so wird dieselbe

$$k\left[U - t_0 - \frac{Q\,S}{q\,s}(T_0 - U)\right] df = -\,Q\,S\,dU$$

Aus dieser Gleichung folgt:

$$df = -\,\frac{Q\,S}{k}\,\frac{dU}{U\left(1 + \frac{Q\,S}{q\,s}\right) - \left(t_0 + \frac{Q\,S}{q\,s}\,T_0\right)}$$

Das allgemeine Integrale dieser Gleichung ist:

$$f = -\,\frac{1}{k}\,\frac{Q\,S}{1 + \frac{Q\,S}{q\,s}}\ \text{lognat}\left\{\begin{aligned} &+U\left(1 + \frac{Q\,S}{q\,s}\right) \\ &-\left(t_0 + \frac{Q\,S}{q\,s}\,T_0\right) \end{aligned}\right\} + \text{const}$$

Nun ist aber für $U = t_0$, $f = 0$ und für $U = T_1$, $f = F$, daher hat man:

$$0 = -\,\frac{1}{k}\,\frac{Q\,S}{1 + \frac{Q\,S}{q\,s}}\ \text{lognat}\left\{\begin{aligned} &+T_0\left(1 + \frac{Q\,S}{q\,s}\right) \\ &-\left(t_0 + \frac{Q\,S}{q\,s}\,T_0\right) \end{aligned}\right\} + \text{const}$$

$$F = -\frac{1}{k}\,\frac{Q\,S}{1+\frac{Q\,S}{q\,s}}\,\text{lognat}\left\{\begin{array}{l}+T_1\left(1+\frac{Q\,S}{q\,s}\right)\\ -\left(t_0+\frac{Q\,S}{q\,s}T_0\right)\end{array}\right\} + \text{const}$$

Duch Subtraktion dieser Gleichungen findet man:

$$F = \frac{1}{k}\,\frac{1}{\frac{1}{Q\,S}+\frac{1}{q\,s}}\,\text{lognat}\,\frac{T_0\left(1+\frac{Q\,S}{q\,s}\right)-\left(t_0+\frac{Q\,S}{q\,s}T_0\right)}{T_1\left(1+\frac{Q\,S}{q\,s}\right)-\left(t_0+\frac{Q\,S}{q\,s}T_0\right)}$$

Mit Berücksichtigung der Gleichung (5) verwandelt sich diese Gleichung in folgenden einfachen Ausdruck:

$$F = \frac{1}{k}\,\frac{\text{lognat}\,\frac{T_0-t_0}{T_1-t_1}}{\frac{1}{Q\,S}+\frac{1}{q\,s}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Nun ist auch hier $W = Q\,S\,(T_0 - T_1) = q\,s\,(t_1 - t_0)$, demnach $Q\,S = \frac{W}{T_0 - T_1}$, $q\,s = \frac{W}{t_1 - t_0}$. Führt man diese Werthe von $Q\,S$ und von $q\,s$ in (7) ein, so findet man:

$$F_p = \frac{W}{k}\,\frac{\text{lognat}\,\frac{T_0-t_0}{T_1-t_1}}{T_0 - T_1 + (t_1 - t_0)} \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

Theorie des Gegenstromapparates. Es sei Tafel XV., Fig. 4 ein Längen- und Querschnitt des Apparates, $m\,n\,p$, $m_1\,n_1\,p_1$ zwei unendlich nahe Querschnitte desselben, U, u, $U - d\,U$, $u - d\,u$ die Temperaturen in den Querschnitten $n\,p$, $m\,n$, $n_1\,p_1$, $n_1\,m_1$, f der zwischen dem Querschnitte $E\,H$ und $m\,p$ befindliche Theil der Heizfläche, $d\,f$ das zwischen $m\,p$ und $m_1\,p_1$ befindliche Element der Heizfläche. Da mit dem Wachsen von f die Temperaturen U und u abnehmen, so bestehen hier folgende Beziehungen:

$$\left.\begin{array}{r}k\,(U-u)\,d\,f = -\,Q\,S\,d\,U\\ -\,Q\,S\,d\,U = -\,q\,s\,d\,u\end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

Durch Integration der letzteren dieser Gleichungen folgt:

$$Q\,S\,U = q\,s\,u + \text{const} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Nun ist für $U = T_0$, $u = t_1$ und für $U = T_1$, $u = t_0$, daher hat man auch

$$\left.\begin{array}{l}Q\,S\,T_0 = q\,s\,t_1 + \text{const}\\ Q\,S\,T_1 = q\,s\,t_0 + \text{const}\end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Durch Subtraktion dieser Gleichungen folgt:

$$Q\,S\,(T_0 - T_1) = q\,s\,(t_1 - t_0) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Durch Subtraktion der ersten der Gleichungen (3) und (2) ergibt sich aber:

$$Q\,S\,(U - T_0) = q\,s\,(u - t_1)$$

Substituirt man den aus dieser Gleichung für u folgenden Werth in die erste der Gleichungen (1), so verwandelt sich dieselbe in folgende:

$$k\left[U - t_1 - \frac{Q\,S}{q\,s}(U - T_0)\right] d\,f = - Q\,S\,d\,U$$

Hieraus folgt:

$$d\,f = - \frac{Q\,S}{k} \frac{d\,U}{\left(1 - \frac{Q\,S}{q\,s}\right) U + \frac{Q\,S}{q\,s} T_0 - t_1}$$

Das Integrale dieser Gleichung ist:

$$f = - \frac{1}{k} \frac{Q\,S}{1 - \frac{Q\,S}{q\,s}} \operatorname{lognat} \left\{ \begin{array}{l} + \left(1 - \frac{Q\,S}{q\,s}\right) U \\ + \frac{Q\,S}{q\,s} T_0 - t_1 \end{array} \right\} + \text{const}$$

Nun ist für $f = o$, $U = T_0$ und für $f = F$, $U = T_1$, man hat daher auch:

$$o = - \frac{1}{k} \frac{Q\,S}{1 - \frac{Q\,S}{q\,s}} \operatorname{lognat} \left\{ \begin{array}{l} + \left(1 - \frac{Q\,S}{q\,s}\right) T_0 \\ + \frac{Q\,S}{q\,s} T_0 - t_1 \end{array} \right\} + \text{const}$$

$$F = - \frac{1}{k} \frac{Q\,S}{1 - \frac{Q\,S}{q\,s}} \operatorname{lognat} \left\{ \begin{array}{l} + \left(1 - \frac{Q\,S}{q\,s}\right) T_1 \\ + \frac{Q\,S}{q\,s} T_0 - t_1 \end{array} \right\} + \text{const}$$

Durch Subtraktion dieser Gleichungen ergibt sich:

$$F = \frac{1}{k} \frac{1}{\frac{1}{Q\,S} - \frac{1}{q\,s}} \operatorname{lognat} \frac{\left(1 - \frac{Q\,S}{q\,s}\right) T_0 + \frac{Q\,S}{q\,s} T_0 - t_1}{\left(1 - \frac{Q\,S}{q\,s}\right) T_1 + \frac{Q\,S}{q\,s} T_0 - t_1}$$

Mit Berücksichtigung der Gleichung (4) wird nun dieser Ausdruck für F

$$F = \frac{1}{k} \frac{\text{lognat} \dfrac{T_0 - t_1}{T_1 - t_0}}{\dfrac{1}{Q\,S} - \dfrac{1}{q\,s}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Es ist auch für diesen Apparat $W = Q\,S\,(T_0 - T_1) = q\,s\,(t_1 - t_0)$, demnach $Q\,S = \frac{W}{T_0 - T_1}$, $q\,s = \frac{W}{t_1 - t_0}$. Führt man diese Werthe von $Q\,S$ und von $q\,s$ in den Ausdruck für F_g ein, so findet man auch:

$$F_g = \frac{W}{k} \frac{\text{lognat} \dfrac{T_0 - t_1}{T_1 - t_0}}{T_0 - T_1 - (t_1 - t_0)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Vorzüge des Gegenstromapparates. Es ist klar, dass diejenige Heizeinrichtung die vortheilhafteste ist, durch welche die Verbrennungsgase am vollständigsten abgekühlt werden können. Die Temperatur, bis zu welcher die Gase möglicher Weise abgekühlt werden können, ist gleich derjenigen, die in der zu erwärmenden Flüssigkeit an der Stelle der Heizfläche herrscht, wo die Verbrennungsgase die Heizfläche verlassen und nach dem Kamin ziehen.

In den Kesselapparaten herrscht im Innern überall beinahe einerlei Temperatur, und diese ist so hoch, als überhaupt die Temperatur, bis zu welcher die Flüssigkeit erwärmt werden soll. Die Verbrennungsgase können daher bei einem Kesselapparat nur bis zur Temperatur der zu erwärmenden Flüssigkeit abgekühlt werden. Ist diese Temperatur niedrig, so kann mit einem Kesselapparat die Wärme der Verbrennungsgase sehr vortheilhaft ausgenützt werden. Ist dagegen die Temperatur, bis zu welcher die Flüssigkeit erwärmt werden soll, sehr hoch, so wird ein Kesselapparat sehr ungünstige Resultate liefern. Aus einem Parallelstromapparat tritt die erwärmte Flüssigkeit da aus, wo die Verbrennungsgase die Heizfläche verlassen. Die Verbrennungsgase können daher bei einem solchen Apparat auch nur bis zu der Temperatur abgekühlt werden, bis zu welcher die Flüssigkeit erwärmt werden soll. Die höchsten Leistungen eines Parallelstromapparates werden daher günstig oder ungünstig ausfallen können, je nachdem die zu erwärmende Flüssigkeit eine niedrige oder eine hohe Temperatur erreichen soll. Bei einem Gegenstromapparat tritt die zu erwärmende Flüssigkeit an der Stelle ein, wo die Verbrennungsgase die Heizfläche verlassen, erfolgt dagegen der Austritt da, wo die Verbrennungsgase zuerst mit der Heizfläche in Berührung treten. Bei einem solchen Apparat können also die Verbrennungsgase bis zu der jederzeit sehr niedrigen Temperatur abgekühlt werden, mit welcher die zu erwärmende Flüssigkeit in den Apparat eintritt. Es unterliegt also nicht dem geringsten Zweifel, dass den Verbrennungsgasen die Wärme durch einen Gegenstromapparat am vollständigsten entzogen werden kann, dass mithin die möglicher Weise erreichbaren Leistungen bei einem Gegenstromapparat den höchsten Grad erreichen. Allein man ersieht auch aus dem bisher Gesagten, dass die Vortheile des Gegenstromapparates nur dann von Belang werden können, wenn eine Flüssigkeit sehr stark erwärmt werden soll, dass es dagegen ziemlich gleichgiltig ist, was für ein Apparat angewendet wird, wenn eine Flüssigkeit nur wenig zu erwärmen ist.

In diesem letzteren Falle (wenn eine nur mässige Erwärmung gefordert wird) reduzirt sich der Vortheil des Gegenstromapparates lediglich darauf, dass derselbe mit einer kleinern Heizfläche das Gleiche zu leisten vermag, was einer von den beiden anderen Apparaten mit einer grösseren Heizfläche leistet.

Dampfkessel werden in der Regel mit ziemlich stark erwärmtem Wasser gespeist und die Temperatur des Wassers im Innern des Kessels erreicht selbst bei Hochdruckmaschinen nicht mehr als 150°, woraus zu ersehen ist, dass das Gegenstromprinzip bei Dampfkesseln von keiner grossen Bedeutung ist. Indessen gerade bei Dampfkesselheizungen für grössere Maschinenanlagen sucht man eine möglichst sparsame Benutzung der Brennstoffe zu erzielen, daher sind auch die geringen Vortheile, welche das Gegenstromprinzip bei Dampfkesseln gewähren kann, nicht zu verschmähen. Die Anordnung des Gegenstromprinzips bei Dampfkesseln ist um so mehr zu empfehlen, als es für die Anlage- und Betriebskosten ganz gleichgiltig ist, an welcher Stelle der Kesselwand die Nachfüllung geschieht, und jeder beliebige Dampfkesselapparat wird zu einem Gegenstromapparat, wenn das Speisewasser an der Stelle in den Kessel gebracht wird, wo die Verbrennungsgase die Heizfläche des Kessels verlassen.

Von sehr bedeutender Wichtigkeit wird das Gegenstromprinzip bei Hochdruckwasserheizungen und Calorifers, denn bei diesen Apparaten tritt die zu erwärmende Flüssigkeit mit einer sehr mässigen Temperatur ein, verlässt aber den Apparat mit einer sehr hohen Temperatur von 200°, 300°, 500°, in solchen Fällen ist es geradewegs ein unverzeihlicher Fehler zu nennen, wenn das Gegenstromprinzip nicht in Anwendung gebracht wird, um so viel mehr, da man vermittelst desselben jederzeit mit einer kleineren Heizfläche ausreichen kann.

Wegen der praktischen Wichtigkeit des Gegenstandes lasse ich noch eine analytische Nachweisung der Vortheile des Gegenstromapparates folgen.

Nachweisung, daß der Gegenstromapparat die vortheilhafteste Leistung gibt. Wir wollen nun untersuchen, welcher von den drei Apparaten den Vorzug verdient. Der vortheilhafteste Apparat ist offenbar derjenige, welcher die kleinste Heizfläche erfordert, um in einer gewissen Luftmenge q mit einem bestimmten Brennstoffaufwand B eine bestimmte Temperaturerhöhung hervorzubringen.

Wenn wir aber annehmen, dass für alle drei Apparate t_0, t_1, $\varDelta$, λ, S, B einerlei Werth haben, so geben zunächst die aufgefundenen Gleichungen für T_0, T_1, Q die gleichen Werthe. Der vortheilhafteste Apparat ist also derjenige, bei welchem für die gleichen Werthe von T_1, T_0, t_1, t_0, Q, q, S, s, k der Werth von F am kleinsten ausfällt.

Vergleichen wir zunächst den Kesselapparat mit dem Parallelstromapparat.

Für den Parallelstromapparat ist die Heizfläche:

$$\frac{1}{k}\,\frac{\text{lognat}\,\dfrac{T_0-t_0}{T_1-t_1}}{\dfrac{1}{QS}-\dfrac{1}{qs}}$$

Für den Kesselapparat ist dagegen:

$$\frac{1}{k}\,\frac{\text{lognat}\,\dfrac{T_0-t_1}{T_1-t_1}}{\dfrac{1}{QS}}$$

Nun ist aber, da $t_1 > t_0$, $\dfrac{T_0-t_0}{T_1-t_1} < \dfrac{T_0-t_1}{T_1-t_1}$

$$\text{und } \frac{1}{QS}-\frac{1}{qs} < \frac{1}{QS}.$$

Der Parallelstromapparat erfordert demnach eine kleinere Heizfläche, als der Kesselapparat.

Um zu zeigen, dass der Gegenstrom eine kleinere Heizfläche erfordert, als der Parallelstrom, ist es nothwendig, für die in den Formeln für F erscheinenden Logarithmen die Reihen zu substituiren.

Es ist allgemein

$$\text{lognat}\,x = 2\left[\frac{x-1}{x+1}+\frac{1}{3}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^3+\frac{1}{5}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^5+\cdots\right] \quad . \quad . \quad (1)$$

Bezeichnen wir die Heizfläche des Parallelstromapparates mit F_p, so ist vermöge (8), Seite 350

$$F_p = \frac{q\,s}{k} \frac{\operatorname{lognat} \dfrac{T_0 - t_0}{T_1 - t_1}}{\dfrac{T_0 - T_1}{t_1 - t_0} + 1}$$

und wenn man den Logarithmus vermittelst obiger Reihe ausdrückt, so wird:

$$F_p = \frac{q\,s}{k} 2\,(t_1 - t_0) \times$$

$$\frac{\dfrac{T_0 - T_1 + t_1 - t_0}{T_0 + T_1 - t_1 - t_0} + \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{T_0 - T_1 + t_1 - t_0}{T_0 + T_1 - t_1 - t_0}\right)^3 + \dots}{T_0 - T_1 + t_1 - t_0}$$

oder

$$F_p = \frac{q\,s}{k} 2\,(t_1 - t_0) \times$$

$$\left[\frac{1}{T_0 + T_1 - t_1 - t_0} + \frac{1}{3} \frac{(T_0 - T_1 + t_1 - t_0)^2}{(T_0 + T_1 - t_1 - t_0)^3} + \right] \quad \dots \quad (2)$$

Bezeichnet man die Heizfläche für den Gegenstromapparat mit F_g, so ist vermöge der Gleichungen (6), Seite 352

$$F_g = \frac{q\,s}{k} \frac{\operatorname{lognat} \dfrac{T_0 - t_1}{T_1 - t_0}}{\dfrac{T_0 - T_1}{t_1 - t_0} - 1}$$

Drückt man auch hier den Logarithmus vermittelst der Reihe (1) aus, so wird

$$F_g = \frac{q\,s}{k} 2\,(t_1 - t_0) \times$$

$$\frac{\dfrac{T_0 - T_1 + t_0 - t_1}{T_0 + T_1 - t_0 - t_1} + \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{T_0 - T_1 + t_0 - t_1}{T_0 + T_1 - t_0 - t_1}\right)^3 + \dots}{T_0 - T_1 + t_0 - t_0}$$

oder

$$F_g = \frac{q\,s}{k} 2\,(t_1 - t_0) \times$$

$$\left[\frac{1}{T_0 + T_1 - t_0 - t_1} + \frac{1}{3} \frac{(T_0 - T_1 + t_0 - t_1)^2}{(T_0 + T_1 - t_0 - t_1)^3} + \right] \quad \dots \quad (3)$$

Vergleicht man nun die Ausdrücke (2) und (3), so sieht man leicht, dass F_g kleiner ist als F_p, denn diese Ausdrücke unterscheiden sich nur allein durch die Zähler der Reihenglieder, und es ist $T_0 - T_1 + t_0 - t_1$ kleiner als $T_0 - T_1 + t_1 - t_0$.

Es ist somit nachgewiesen, dass der Kesselapparat der ungünstigste, der Apparat mit Parallelströmen der günstigere und der Gegenstromapparat der günstigste ist. Allein man kann sich auch leicht überzeugen, dass die Unterschiede in den Leistungen dieser Apparate nur dann von Belang sein werden, wenn die Temperaturdifferenz $t_1 - t_0$ bedeutend ist, denn wenn diese Differenz klein ist, kann man $t_1 - t_0$ gegen $T_0 - T_1$ vernachlässigen, und dann wird annähernd

$$F_k = F_p = F_g$$

Die Vortheile des Gegenstromes können also nur dann hervortreten, wenn die Luft stark erhitzt werden soll.