Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1863

Kugelförmige Wandung

urn:nbn:de:bsz:31-270981

Kugelförmige Wandung. Tafel XIV., Fig. 15. Betrachten wir nun die Wärmebewegung durch ein sphärisches Gefäss, das innen und aussen mit Flüssigkeiten in Berührung steht, die ihre Temperatur mit der Zeit nicht ändern.

Nennt man:

r_1 r_2 die Halbmesser der inneren und der äusseren Kugelflächen;

Δ_1 Δ_2 die Temperaturen der Medien in der Kugel und ausserhalb derselben;

t_1 t_2 die Temperaturen an der inneren und äusseren Fläche der Gefässwand;

γ_1 und γ_2 die Ein- und Ausstrahlungscoeffizienten;

λ den Wärmeleitungscoeffizienten;

u die Temperatur in einer Entfernung ζ vom Mittelpunkt der Kugel;

W die Wärmemenge, welche in einer Zeiteinheit durch die kugelförmige Wand entweicht.

Die Wärmemengen, welche in einer Zeiteinheit durch die Kugelflächen gehen, deren Halbmesser r_1 ζ r_2 sind, haben in diesem Falle die Werthe $4 r_1^2 \pi \gamma_1 (\Delta_1 - t_1)$, $4 r_2^2 \pi \gamma_2 (t_2 - \Delta_2)$, $-4 \zeta^2 \pi \lambda \frac{du}{d\zeta}$, und jede derselben ist gleich der Wärmemenge W, die in jeder Sekunde aus der Kugel entweicht. Wir haben daher:

$$W = 4 r_1^2 \pi \gamma_1 (\Delta_1 - t_1) = 4 r_2^2 \pi \gamma_2 (t_2 - \Delta_2) = -4 \zeta^2 \pi \lambda \frac{du}{d\zeta} \quad . \quad (20)$$

Das Integrale der Gleichheit

$$W = -4 \zeta^2 \pi \lambda \frac{du}{d\zeta}$$

ist:

$$u = \frac{W}{4 \pi \lambda} \cdot \frac{1}{\zeta} + \text{const} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

Nun ist für $\zeta = r_1$, $u = t_1$ und für $\zeta = r_2$, $u = t_2$; daher hat man:

$$t_1 = \frac{W}{4 \pi \lambda} \frac{1}{r_1} + \text{const}$$

$$t_2 = \frac{W}{4 \pi \lambda} \frac{1}{r_2} + \text{const}$$

Demnach auch:

$$t_1 - t_2 = \frac{W}{4 \pi \lambda} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

Die Gleichheiten (20) geben:

$$t_1 = \Delta_1 - \frac{W}{4 \pi \gamma_1 r_1^2}$$

$$t_2 = \Delta_2 + \frac{W}{4 \pi \gamma_2 r_2^2}$$

$$t_1 - t_2 = \Delta_1 - \Delta_2 - \frac{W}{4\pi}\left(\frac{1}{\gamma_1 r_1^2} + \frac{1}{\gamma_2 r_2^2}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

Die Werthe von $t_1 - t_2$, welche (22) und (23) darbieten, einander gleich gesetzt und dann W gesucht, so findet man:

$$W = \frac{4\pi(\Delta_1 - \Delta_2)}{\frac{1}{\gamma_1 r_1^2} + \frac{1}{\gamma_2 r_2^2} + \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

Vergleichung zwischen verschiedenen Wandflächen. Nennen wir:

W_1 die Wärmemenge, die in der Zeiteinheit durch eine Flächeneinheit einer ebenen Wand geht;

W_2 die Wärmemenge, die durch eine Flächeneinheit der äusseren Fläche einer cylindrischen Wand geht;

W_3 die Wärmemenge, die durch eine Flächeneinheit der inneren Fläche einer cylindrischen Wand geht;

W_4 die Wärmemenge, die durch eine Flächeneinheit der äusseren Fläche einer sphärischen Gefässwand geht;

W_5 die Wärmemenge, die durch eine Flächeneinheit der inneren Fläche einer sphärischen Gefässwand geht.

Vorausgesetzt, dass in allen diesen Fällen die Temperaturdifferenz der Medien und die Coeffizienten $\lambda_1\ \gamma_1\ \gamma_2$ die gleichen Werthe haben, erhält man aus den früher aufgefundenen Ausdrücken für $W_1\ W_2\ W_3\ W_4\ W_5$ folgende Formeln:

$$W_1 = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{e}{\lambda}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

$$W_2 = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\frac{1}{\gamma_1}\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{r_2}{\lambda} \operatorname{lognat} \frac{r_2}{r_1}} \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

$$W_3 = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2}\frac{r_1}{r_2} + \frac{r_1}{\lambda} \operatorname{lognat} \frac{r_2}{r_1}} \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

$$W_4 = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\frac{1}{\gamma_1}\left(\frac{r_2}{r_1}\right) + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{r_2^2}{\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

$$W_5 = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2}\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 + \frac{r_1^2}{\lambda}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \quad . \quad . \quad . \quad (29)$$

Nennt man sowohl für ebene, als auch für cylindrische und sphärische Gefässe e die Wanddicke und setzt voraus, dass dieselbe