Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1863

Voraussetzungen

urn:nbn:de:bsz:31-270981

$$L = \frac{\gamma_0}{1 + \alpha T}\,\Omega\sqrt{2gh\,\frac{\alpha\,(T - t)}{(1 + \alpha t)\,(1 + m)} - \left(1 + \frac{\mathfrak{T} - T}{T - t}\right)} \quad . \quad . \quad (3)$$

wobei nun T die Temperatur bedeutet, mit welcher die Luft den Kessel verlässt und unmittelbar in die Atmosphäre tritt. Bei einer solchen Einrichtung wäre die Luftmenge L eben so gross, als bei einer ganz gewöhnlichen Feuerungsanlage mit einem Kamin von der Höhe H, wenn

$$\sqrt{h\left(1 + \frac{\mathfrak{T} - T}{T - t}\right)} = \sqrt{H}$$

oder wenn

$$h = \frac{H}{1 + \frac{\mathfrak{T} - T}{T - t}}$$

Für $\mathfrak{T} = 1200^0$, $T = 200^0$, $t = 20^0$ wird $\frac{h}{H} = \frac{1}{6{\cdot}5}$.

Diese Schlothöhe braucht also nur den sechsten Theil einer Kaminhöhe zu haben, um die gleiche Wirkung hervorzubringen, wie ein Kamin. Allein die Lokalverhältnisse werden schwerlich jemals von der Art sein, dass die Anwendung eines so zu sagen negativen oder nach abwärts gekehrten Kamins einen praktischen Vortheil zu gewähren im Stande wären, und bei einer mässigen Schlothöhe h von circa 2^m ist die Wirkung desselben von keiner Erheblichkeit.

Durchgang der Wärme durch Gefäßwände.

Voraussetzungen. Wir wollen uns die Aufgabe vorlegen, die Wärmemenge zu bestimmen, die durch ebene, cylindrische und sphärische Gefässwände geht, wenn diese Wände mit Medien in Berührung stehen, die eine constante Temperatur haben.

Die Fortpflanzung der Wärme im Innern von starren Körpern wurde zuerst (1812) von *Fourier* *), später (1815) von *Poisson* **) untersucht. Ueber das Wesen der Wärme haben diese Geometer ihre Ansichten nicht ausgesprochen, sondern sie bauen ihre Theorien auf gewisse Voraussetzungen, und gelangen auf abweichenden analytischen Wegen zu übereinstimmenden Endresultaten, die innerhalb gewisser Grenzen durch die Erfahrung bestätiget worden sind.

Ich werde zur Lösung der oben gestellten speziellen Aufgaben

---

*) Théorie de la chaleur, par *Fourier*.

**) Mémoire sur la distribution de la chaleur dans les corps solides, par *Poisson*. Journal de l'école polytechnique, cahier XIX.

den von *Fourier* und *Poisson* eingeschlagenen Wegen nicht folgen, sondern ziehe es vor, von zwei naturgemäss scheinenden Voraussetzungen auszugehen, durch welche man auf sehr einfache Weise ganz zu dem gleichen Resultate gelangt. Ich nehme an:

a. dass die Wärmemenge, welche durch die Oberfläche eines mit einem flüssigen Medium in Berührung stehenden festen Körpers in einer bestimmten Zeit eindringt, wenn die Temperatur des Mediums höher ist als die Temperatur des Körpers, oder aus dem Körper in das Medium entweicht, wenn seine Temperatur niedriger ist als die des Körpers, proportional sei 1) der Grösse der mit dem Medium in Berührung stehenden Oberfläche; 2) der Differenz der Temperaturen des Mediums und des Körpers an seiner Oberfläche; 3) der Zeit, während welcher die Wärmemittheilung stattfindet, vorausgesetzt, dass während derselben Aenderungen in den Temperaturen nicht eintreten; 4) einem gewissen Coeffizienten, dessen Werth von der Körpersubstanz, von der Beschaffenheit der Oberfläche des Körpers und von der Natur des Mediums abhängig ist.

Nennt man:

Δ die Temperatur des Mediums;

t die Temperatur der Substanz des Körpers in der Nähe seiner Oberfläche;

F die Fläche, durch welche die Wärme geht;

W_1 die Wärmemenge, die in einer Zeiteinheit durch die Fläche F geht;

γ den Ein- oder Ausstrahlungscoeffizienten, so ist unter den ausgesprochenen Voraussetzungen:

$$\left.\begin{array}{l} \text{wenn } t > \Delta \text{ ist, } W_1 = \gamma F\,(t - \Delta) \\ \text{wenn } \Delta < t \text{ ist, } W_1 = \gamma F\,(\Delta - t) \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

Für $F = 1$, $t - \Delta = 1$ wird $W_1 = \gamma$. Der Coeffizient γ drückt also die Wärmemenge aus, die in einer Zeiteinheit durch eine Flächeneinheit bei einer Temperaturdifferenz von 1^0 eindringt.

b. Die Wärmefortpflanzung im Innern des Körpers gründe ich auf folgende Betrachtung:

Es sei Ω ein kleines Flächenstückchen im Innern des Körpers, u die Temperatur in allen Punkten von Ω. Errichtet man in einem beliebigen Punkt A der Fläche Ω einen Perpentikel und schneidet auf demselben eine kleine Länge ε ab, so kömmt man nach einem Punkt A_1, in welchem eine von u nur wenig verschiedene Temperatur u_1 stattfindet. Errichtet man in allen Punkten von Ω Perpentikel und sucht in denselben die Punkte auf, die eine Temperatur u_1 haben, so werden diese Punkte in einer kleinen Fläche Ω_1 liegen, die, wenn e und $u_1 - u$ sehr klein sind, als eine zu Ω parallele Fläche angesehen werden kann. Ich nehme nun an, dass wenn $u > u_1$ ist, von der Fläche Ω nach Ω_1 in einer Zeiteinheit eine Wärmemenge W_2 ströme, die der Fläche Ω und der Temperaturdifferenz $u - u_1$ direkt, der Entfernung e, den Flächen Ω und Ω_1 aber verkehrt proportional ist, und setze deshalb:

$$W_2 = \lambda \frac{u - u_1}{e} \Omega \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Den Coeffizienten λ nenne ich den Wärmeleitungscoeffizienten. Für $u - u_1 = 1$, $\Omega = 1$, $e = 1$ gibt diese Formel $W_2 = \lambda$. Der Coeffizient λ ist also die Wärmemenge, die in der Zeiteinheit durch einen Stab geht, dessen Querschnitt gleich Eins und dessen Länge gleich Eins ist, wenn die Differenz der an den Enden des Stabes herrschenden Temperaturen Einen Grad beträgt. Ist e unendlich klein und bezeichnet man seinen Werth in diesem Fall mit $d\zeta$, so ist, wenn $u > u_1$ ist, $u - u_1 = -\frac{du}{d\zeta} d\zeta$; daher $\frac{u - u_1}{e} = \frac{du}{d\zeta}$, und dann wird:

$$W_2 = -\lambda \Omega \frac{du}{d\zeta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Vermittelst dieser durch die Gleichungen (1) und (3) analytisch ausgedrückten Voraussetzungen lassen sich die von *Fourier* und *Poisson* durch ziemlich umständliche Betrachtungen aufgefundenen allgemeinen Differenzialgleichungen, welche die Wärmebewegung im Innern der Körper bestimmen, herleiten. Ich will jedoch diese Herleitung unterlassen, weil es mir nur darum zu thun ist, die oben gestellten speziellen Fragen zu beantworten, was vermittelst der Gleichungen (1) und (3) direkt geschehen kann.

Wärmemenge, die durch eine ebene Gefäßwand von gleicher Dicke geht. Es sei Tafel XIV., Fig. 13, A B C D eine ebene Gefässwand, die von zwei Medien berührt wird, deren Temperaturen unveränderlich Δ_1 und Δ_0 sind. Es sei $\Delta_1 < \Delta_0$, so dass die Wärme von A B nach C D geht. Wir setzen den Beharrungszustand der Wärmebewegung voraus, nehmen also an, dass sich die Temperatur irgend eines Punktes m mit der Zeit nicht ändert. Es sei t_1 die Temperatur der Wand längs A B, t_0 die Temperatur der Wand längs C D, u die Temperatur in der von A B um ζ abstehenden Ebene E F, e die Wanddicke oder die Entfernung der Ebenen A B und C D, γ_1 der Einstrahlungscoeffizient für den Eintritt der Wärme in A B, γ_0 der Ausstrahlungscoeffizient für den Austritt der Wärme aus C D, λ der Wärmeleitungscoeffizient zur Bestimmung der