

# **Badische Landesbibliothek Karlsruhe**

**Digitale Sammlung der Badischen Landesbibliothek Karlsruhe**

## **Der Maschinenbau**

**Redtenbacher, Ferdinand**

**Mannheim, 1863**

Der Abkühlungsprozess

[urn:nbn:de:bsz:31-270981](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-270981)

steht, so kann man die Wärmekapazität von 1<sup>Kilogramm</sup> Gewicht = 0.2 (Wasser = 1) annehmen, und dann ist  $\mathcal{G} = 20 \times 0.2 = 4$ .

Setzt man in (8)  $R = 6366200$ ,  $\mathcal{G} = 4$ ,  $g = 9.808$ ,  $k = 424$ , so findet man:

$$u_0 = \frac{6 \times 9.808 \times 6366200}{4 \times 4 \times 424} = 55200 \text{ Grad}$$

Hieraus sieht man, dass der Ballungsakt, selbst bei der nicht besonders grossen Erde, mit einer Energie geschieht, die eine Initialtemperatur von 55200 Graden hervorzubringen vermag.

Vermittelt der Tabelle (Seite 285) und der so eben für die Erde gefundenen Initialtemperatur ergeben sich nun für die übrigen Planeten und für die Sonne nachstehende absolute Werthe:

	$u_0$ Absolute Werthe.
Merkur . . . . .	22080°
Venus . . . . .	52440°
Erde . . . . .	55200°
Mars . . . . .	12696°
Jupiter . . . . .	1656000°
Saturn . . . . .	662400°
Uranus . . . . .	210800°
Sonne . . . . .	178075200°

Die Initialtemperatur der Sonne übersteigt, wie man sieht, alle Vorstellungen.

**Der Abkühlungsprozess.** Um die Temperatur zu berechnen, welche in den Weltkörpern durch die Abkühlung in dem kalten Weltraum entsteht, wollen wir die Ergebnisse benützen, welche Poisson in seinen Abhandlungen über die Wärmevertheilung gefunden hat. Im Journal de l'école polytechnique, tome XII, page 317, untersuchte Poisson die Abkühlung einer homogenen Kugel, welche initial so erwärmt ist, dass die Temperatur jedes Punktes, dessen Entfernung vom Mittelpunkt gleich  $r$  ist, durch eine gegebene Funktion von  $r$  [durch  $f(r)$ ] ausgedrückt wird. Die Rechnung zeigt, dass die Temperatur  $u$  eines Punktes, dessen Entfernung gleich  $r$  ist, nachdem die Abkühlung durch eine Zeit  $t$  gedauert hat, ausgedrückt werden kann durch eine Summenformel, in welcher nebst verschiedenen Constanten,  $t$ ,  $r$  und eine gewisse Grösse  $\rho$  erscheint. Das Summenzeichen bezieht sich auf  $\rho$ , und die sämtlichen Werthe von  $\rho$ , auf welche sich das Summenzeichen bezieht, sind die unendlich vielen Wurzeln einer gewissen transcendenten Gleichung. Allein wenn man eine sehr lange Abkühlungszeit annimmt, hat nur ein einziges

Glied der Summe einen erheblichen Werth, und zwar ist es dasjenige, welches der kleinsten Wurzel der transcendenten Gleichung entspricht.

Der Grenzzustand der Erwärmung nähert sich daher einem gewissen Werthe, der durch ein einziges Glied ausgedrückt werden kann und diesen Werth wollen wir zu unseren Betrachtungen benützen.

Nennt man:

$R$  den Halbmesser der Erde;

$a$  den Wärmeleitungscoefficienten des Materials, aus welchem die Kugel besteht;

$b$  den Wärmeausstrahlungscoefficienten;

$t$  die Abkühlungszeit, die also sehr gross gedacht wird;

$f(r)$  das Gesetz der initialen Erwärmung der Kugel, d. h. der Erwärmung zur Zeit  $t = 0$ ;

$r$  die Entfernung eines beliebigen Punktes der Kugel vom Centrum;

$u$  die Temperatur zur Zeit  $t$  in der Entfernung  $r$ ;

$0$  die Temperatur des Weltraums;

so ist für den oben bezeichneten Grenzzustand:

$$u = \frac{2}{Rr} e^{-\frac{a^2 \pi^2}{R^2} t} \left( \sin \frac{\pi r}{R} - \frac{\pi r}{bR^2} \cos \frac{\pi r}{R} \right) \int_0^R \sin \frac{\pi r}{R} f(r) r dr. \quad (9)$$

Nehmen wir nun an, im Initialzustand sei in der ganzen Kugelmasse eine constante Temperatur  $u_0$  vorhanden gewesen, so ist  $f(r) = u_0 = \text{constant}$ , und dann wird:

$$\int_0^R \sin \frac{\pi r}{R} f(r) r dr = \frac{u_0}{\pi} R^2$$

folglich wegen (9):

$$u = \frac{2 u_0}{\pi r} R \left( \sin \frac{\pi r}{R} - \frac{\pi r}{bR^2} \cos \frac{\pi r}{R} \right) e^{-\frac{a^2 \pi^2}{R^2} t} \dots \quad (10)$$

Bezeichnen wir die Temperatur im Mittelpunkt mit  $\left( \frac{u}{r=0} \right)$ ,

an der Oberfläche mit  $\left( \frac{u}{r=R} \right)$ , so folgt aus (1):

$$\left( \frac{u}{r=0} \right) = 2 u_0 e^{-\frac{a^2 \pi^2}{R^2} t} \dots \quad (11)$$

$$\left( \frac{u}{r=R} \right) = \frac{2 u_0}{bR} e^{-\frac{a^2 \pi^2}{R^2} t} \dots \quad (12)$$

Allein wir haben früher gefunden (Gleichung 7):

$$u_0 = \frac{\pi \lambda \mu R^2}{k \mathcal{G}}$$

daher wird:

$$\left( \frac{u}{r=0} \right) = \frac{2 \pi \lambda \mu}{k \mathcal{G}} R^2 e^{-\frac{a^2 \pi^2}{R^2} t} \dots \dots (13)$$

$$\left( \frac{u}{r=R} \right) = \frac{2 \pi \lambda \mu}{k \mathcal{G} b} R e^{-\frac{a^2 \pi^2}{R^2} t} \dots \dots (14)$$

Die Exponentialgrösse  $e^{-\frac{a^2 \pi^2}{R^2} t}$  wächst mit  $R$ , und zwar in einem starken Maasse; daher finden wir aus den Ausdrücken (13), (14), dass die Grenztemperaturen, welchen die Weltkörper sich nach und nach nähern, bei den grossen Körpern vielmal grösser sind als bei den kleinen Körpern.

Aus dem Ausdruck (9) für  $u$  folgt; wenn man  $r=0$  setzt:

$$\left( \frac{u}{r=0} \right) = 2 u_0 \left( 1 - \frac{1}{bR} \right) e^{-\frac{a^2 \pi^2}{R^2} t} \dots \dots (15)$$

Durch Division der Ausdrücke (9) und (15) ergibt sich:

$$u = \left( \frac{u}{r=0} \right) \frac{\frac{1}{\pi} \frac{R}{r} \sin \pi \frac{r}{R} - \frac{1}{bR} \cos \pi \frac{r}{R}}{1 - \frac{1}{bR}} \dots \dots (16)$$

Für die Erde wie für jeden Weltkörper ist  $\frac{1}{bR}$  eine gegen die Einheit verschwindend kleine Grösse; daher erhält man annähernd:

$$u = \left( \frac{u}{r=0} \right) \frac{\sin \pi \frac{r}{R}}{\pi \frac{r}{R}} \dots \dots (17)$$

Dieser Ausdruck bestimmt das Gesetz, nach welchem die Temperatur vom Mittelpunkt an gegen die Oberfläche der Kugel hin abnimmt.

Durch Differenziation des Ausdruckes (17) findet man:

$$\frac{du}{dr} = \left( \frac{u}{r=0} \right) \left[ \cos \pi \frac{r}{R} - \frac{\sin \pi \frac{r}{R}}{\pi \frac{r}{R}} \right] \dots \dots (18)$$

Dieser Ausdruck gibt an, um wie viel die Temperatur abnimmt, wenn man sich um eine Längeneinheit vom Mittelpunkt der Kugel weiter entfernt.

Am Mittelpunkt selbst ist  $r = 0$  und wird:

$$\left(\frac{du}{dr}\right)_{r=0} = 0 \quad \dots \quad (19)$$

An der Oberfläche ist  $r = R$  und wird:

$$\left(\frac{du}{dr}\right)_{r=R} = -\frac{\left(\frac{u}{r=0}\right)}{R} \quad \dots \quad (20)$$

Diese Berechnungen über die Abkühlung sind nur als ungefähre Schätzungen zu betrachten, indem die theoretischen Formeln unter der Voraussetzung gewonnen wurden, dass die ganze Masse der Kugel in jeder Hinsicht vollkommen homogen ist, was bei der Erde und bei den übrigen Weltkörpern nicht der Fall ist.

**Wärmeerzeugung durch mechanistische Vorgänge.** Wärme wird erzeugt, 1) wenn zwei Körper aneinander gerieben werden, 2) wenn ein metallischer Körper heftig gehämmert wird, 3) wenn Luft oder irgend eine Gasart rasch komprimirt wird. Allein da einer Wärmeinheit ein mechanisches Aequivalent von  $424^{\text{Kilgm}}$  entspricht, so erkennt man sogleich, dass die Wärmerregung durch mechanische Einwirkungen wohl selten mit Vortheil anwendbar sein kann, denn eine Pferdekraft müsste durch  $\frac{7000 \times 424}{75} = 40000$  Sekunden oder durch circa 10 Stunden thätig sein, um eine Wirkung zu erzeugen, die einem Kilogramm Steinkohlen entspricht. Für die grosse Industrie ist also die Wärmeerzeugung durch mechanische Vorgänge von keiner Bedeutung.

**Wärmeerzeugung durch chemische Prozesse.** Chemische Prozesse sind ohne Ausnahme von Wärmeercheinungen begleitet. Meistens zeigen sich Temperaturerhöhungen und zuweilen in einem ausserordentlich hohen Grade. Dies ist insbesondere der Fall bei den Verbrennungsprozessen gewisser Stoffe in atmosphärischer Luft oder in Sauerstoffgas. Diese Wärmeercheinungen erklären sich aus unserer atomistischen Anschauung ganz ungezwungen. Jede chemische Verbindung besteht in der Bildung von Molekülen. Die Atome, welche ein Molekül bilden, befinden sich vor dem Akt der Verbindung an gewissen Orten in beträchtlicher Entfernung von einander. Im Molekül dagegen sind sie ganz nahe nebeneinander gelagert. Während des Processes sind sie demnach aus grossen Entfernungen in ungewein kleine Entfernungen übergegangen; und da wir bei Stoffen, die eine energische chemische Verwandtschaft haben, annehmen