Der Maschinenbau

Redtenbacher, Ferdinand

Mannheim, 1863

Theorie des Tangentialrades mit innerer Einströmung und äusserer Auströmung

urn:nbn:de:bsz:31-270981

wirkende Kraft einen Theil seiner relativen Eintrittsgeschwindigkeit, und erreicht zuletzt den inneren Umfang des Rades mit einer relativen Geschwindigkeit, die der Grösse nach gleich, der Richtung nach entgegengesetzt ist der inneren Umfangsgeschwindigkeit des Rades.

Die Theorien dieser drei Tangentialräder können zwar aus der früher entwickelten Theorie der *Fourneyron*'schen Turbine abgeleitet werden, wir halten jedoch eine direkte Herleitung für zweckmässiger. Jedoch beschränken wir uns darauf, die Bedingungen des besten Effektes aufzusuchen und dabei Reibungen und Störungen zu vernachlässigen.

Theorie des Tangentialrades mit innerer Einströmung und äußerer Ausströmung. Wir bedienen uns hier der Bezeichnungen, die wir Seite 167 für die Theorie der Turbine von *Fourneyron* aufgestellt haben.

Unter der Voraussetzung, dass das Rad im Unterwasser nicht eintaucht, dürfen wir annehmen, dass am inneren Umfang des Rades der atmosphärische Druck auch da vorhanden ist, wo die Einströmung statt findet; dann ist aber, weil wir Reibungen und Störungen vernachlässigen:

$$\frac{U^2}{2\,g} = H \quad \dots\dots\dots\dots \quad (1)$$

Die Bedingung, dass das Wasser die Kanäle ausfüllt, ist:

$$Q = \Omega\, U\, k = \Omega_2\, u_2 = \Omega_1\, u_2\, k_1 \quad \dots\dots \quad (2)$$

Die Bedingungen, dass das Wasser ohne Stoss eintritt, sind:

$$\left.\begin{aligned} \frac{u_2}{U} &= \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \\ \frac{v_2}{U} &= \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\beta} \end{aligned}\right\} \quad \dots\dots\dots \quad (3)$$

auch ist:

$$u_2^2 = U^2 + v_2^2 - 2\, U\, v_2 \cos\alpha \quad \dots\dots\dots \quad (4)$$

Die Gleichung für die relative Bewegung des Wassers durch das Rad ist:

$$\frac{u_1^2}{2\,g} = \frac{u_2^2}{2\,g} + \frac{v_1^2}{2\,g} - \frac{v_2^2}{2\,g} \quad \dots\dots\dots \quad (5)$$

wobei $\frac{v_1^2}{2\,g} - \frac{v_2^2}{2\,g}$ den Einfluss der Centrifugalkraft ausdrückt.

Die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser austritt, verschwindet für:

$$u_1 = v_1\,, \quad \gamma = o \quad \dots\dots\dots\dots \quad (6)$$

Wegen (6) folgt aus (4):

$$v_2 = \frac{U}{2 \cos \alpha} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

Wegen (6) folgt ferner aus (3) $\sin \alpha = \sin (\alpha + \beta)$, demnach:

$$\beta = \pi - 2 \alpha \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

Nennt man p das Verhältniss aus dem inneren Umfang des Rades und dem Theil dieses Umfanges, an welchem Einströmung statt findet, so hat man annähernd:

$$\left.\begin{aligned} \Omega &= \frac{2 R_2 \pi}{p} \sin \alpha \delta \\ \Omega_2 &= \frac{2 R_2 \pi}{p} \sin \beta \delta \\ \Omega_1 &= \frac{2 R_1 \pi}{p} \sin \gamma \delta \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

und die Gleichungen (2) werden dann wegen $u_1 = v_1 = v_2 \frac{R_1}{R_2}$:

$$Q = \frac{2 R_2 \pi}{p} \sin \alpha \delta U k = \frac{2 R_2 \pi}{p} \sin \beta \delta v_2 = \frac{2 R_1 \pi}{p} \sin \gamma \delta k_1 v_2 = \frac{R_1}{R_2}$$

Aus der Gleichung $Q = \frac{2 R_2 \pi}{p} \sin \alpha \delta U k$ folgt:

$$R_2 = \sqrt{\frac{Q p}{2 \pi \sin \alpha U k} \left(\frac{R_2}{\delta}\right)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (10)$$

Die Gleichheit $\frac{2 R_2 \pi}{p} \sin \alpha \delta U k = \frac{2 R_2 \pi}{p} \sin \beta \delta v_2$ wird, wenn man für β den Werth (8) und für v_2 den Werth (7) einführt und $k = i$ nimmt, eine identische.

Aus der Gleichheit $\frac{2 R_2 \pi}{p} \sin \alpha \delta U k = \frac{2 R_1 \pi}{p} \sin \gamma \delta, k_1 v_2 \frac{R_1}{R_2}$ folgt, wenn man für v_2 seinen Werth aus (7) einführt:

$$\sin \gamma = \left(\frac{k}{k_1}\right) \left(\frac{R_2}{R_1}\right) \sin 2 \alpha \quad \ldots \ldots \ldots \quad (11)$$

$$\sin 2 \alpha = \sin \beta = \sin \gamma \left(\frac{k_1}{k}\right) \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \quad \ldots \ldots \quad (12)$$

Weil γ sehr klein sein soll und $\left(\frac{R_1}{R_2}\right)$ nicht viel grösser als die Einheit ist, so fällt 2α und um so viel mehr α klein aus. Der Winkel β wird demnach nahe gleich 180°. Die Radumfänge werden daher von den Schaufeln unter ganz kleinen Winkeln geschnitten, und dieses beinahe tangentiale Ein- und Ausströmen des Wassers motivirt die Benennung „Tangentialrad.“

Nach dem Ergebniss dieser Untersuchung stellen wir nun zur Berechnung der Dimensionen eines Tangentialrades mit innerer Einströmung und äusserer Ausströmung folgende Regeln auf.

1. Winkel γ, unter welchem die Radkurven den äusseren Umfang des Rades durchschneiden:

$$\gamma = 15 \text{ bis } 20^0$$

2. Verhältnisse der Halbmesser:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{3}{4}$$

3. Contraktionscoeffizienten:

$$k = k_1 = 0{\cdot}9$$

4. Winkel α, unter welchem die Leitflächen den inneren Umfang des Rades schneiden:

$$\sin 2\,\alpha = \sin \gamma \left(\frac{k_1}{k}\right)\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2$$

5. Winkel β, unter welchem die Radflächen den inneren Umfang des Rades schneiden:

$$\beta = \pi - 2\,\alpha$$

6. Verhältniss p zwischen dem inneren Umfang des Rades und dem Theil dieses Umfanges, an welchem Einströmung statt findet:

$$p = 4 \text{ bis } 5$$

7. Höhe des Rades:

$$\delta = \frac{1}{4} R_2$$

8. Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers:

$$U = \sqrt{2\,g\,H}$$

9. Innerer Halbmesser des Rades:

$$R_2 = \sqrt{\frac{Q\,p}{2\,\pi \sin \alpha\, U\, k}\left(\frac{R_2}{\delta}\right)}$$

10. Geschwindigkeit am inneren Umfang des Rades:

$$v_2 = \frac{U}{2 \cos \alpha}$$

11. Vortheilhafteste Anzahl der Umdrehungen des Rades in einer Minute:

$$n = 9{\cdot}548 \; \frac{v_2}{R_2}$$

12. Anzahl der Radschaufeln:

$$i = 35 + 50 \; R_2$$

Theorie der Tangentialräder mit äußerer Einströmung und äußerer Ausströmung. Wir wählen die Winkel $\alpha \; \beta \; \gamma$, so wie Tafel XII., Fig. 2 zeigt, und erhalten hier folgende Beziehungen:

$$U = \sqrt{2 g H} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Die Bedingung, dass das Wasser die Querschnitte ausfüllt, ist:

$$Q = \Omega \, U \, k = \Omega_1 \, u_1 = \Omega_2 \, u_2 \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

Die Bedingungen, dass das Wasser aussen ohne Stoss eintritt, sind:

$$\left.\begin{aligned} \frac{u_1}{U} &= \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \\ \frac{v_1}{U} &= \frac{\sin (\beta - \alpha)}{\sin \beta} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Auch ist:

$$u_1^2 = v_1^2 + U^2 - 2 \, v_1 \, U \cos \alpha \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

Damit das Wasser am inneren Umfang ohne Geschwindigkeit ankommt, muss sein:

$$o = u_1^2 - (v_1^2 - v_2^2) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

wobei $v_1^2 - v_2^2$ den Einfluss der Centrifugalkraft ausdrückt.

Die relative Geschwindigkeit w_1, mit welcher das Wasser nach seiner Zurückströmung an dem äusseren Umfang ankommt, ist:

$$w_1^2 = v_1^2 - v_2^2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

Die Bedingung, dass das Wasser ohne Geschwindigkeit den äusseren Umfang des Rades verlässt, ist:

$$w_1 = v_1 \, , \qquad \beta = o \quad \ldots \ldots \quad (7)$$

Aus (6) und (7) folgt zunächst:

$$v_2 = o \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

Allein dieser Bedingung kann nicht entsprochen werden, denn man kann die Radschaufeln nicht bis zur Axe herein verlängern, weil die Kanäle an der Axe zu enge würden.